

振動と応答スペクトル

京都大学工学部交通土木工学教室 澤田純男

1. はじめに

阪神・淡路大震災の被害は、特に幅2 km程の狭い帯状の地域に集中した事はよく知られているが、このように地震動は場所によって大きく変化する。このような地震動の大きさを何らかの指標で表そうとする場合には、よく最大加速度が用いられる。しかし、被害が顕著でない神戸海洋気象台の最大加速度は818galであったのに対し、被害が甚大な地域にあるJR鷹取駅では666galに過ぎなかったことに示されるように、地震動の特性を最大加速度だけで表現するのには無理がある。それでは最大速度やSI値を用いれば良いかという、最大加速度に比べて被害との相関は良いがやはり十分とは言えない。要するに地震動は様々な周波数の成分を持っているので、ある1つの値で表現するのは無理であり、各周波数成分の大きさを表わした「スペクトル」を用いることが絶対に必要である。

このような地震動の特性を表わすスペクトルとして、工学の分野では応答スペクトルがよく用いられる。これは構造物の耐震設計等を行なう場合に大変便利なスペクトルであるが、数学的な取り扱いに難がある。一方地震学の分野では、地震動の性質を表すのにフーリエスペクトルが良く用いられている。両スペクトルには一長一短があり、また、応答スペクトルの性質を理解するためには、どうしてもフーリエスペクトルの知識が不可欠である。

そこで本稿では、まずフーリエスペクトルの意味について解説したのち、応答スペクトルについて詳しく述べる。さらに応答スペクトルを用いた耐震設計法である震度法について解説を進めることにする。なお、概念を理解することに重きを置いたので、数学的な厳密さに欠ける表現になっているが、さらに詳しく知りたい方は成書¹⁾を参照されたい。

2. フーリエスペクトル

2. 1 フーリエスペクトルの定義

地震動の周波数特性を表わすものの1つにフーリエスペクトルがある。これは地震波形を定常な正弦波に分解することによって求められ、いわば部品に分解するようなものである。フーリエスペクトルは、時刻歴波形 $z(t)$ に対して次式を満たす振幅 A_k と位相角 Φ_k で定義される。

$$z(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{N/2-1} A_k \cos(2\pi f_k t + \Phi_k) + \frac{A_{N/2}}{2} \cos 2\pi f_{N/2} t$$

$$f_k = \frac{k}{N\Delta t}$$
(1)

すなわちN個の時刻歴のデータに対して、 $N/2+1$ 個の正弦波の振幅 $A_0 \sim A_{N/2}$ と $N/2-1$ 個の位相角 $\Phi_1 \sim \Phi_{N/2-1}$ の合計N個のスペクトルのデータが求められることになる。フーリエスペクトルの概念を示したのが図-1である。通常フーリエスペクトルという場合には振幅 A_k だけを表わすフーリエ振幅スペクトルを指す場合が多い。振幅 A_k や位相角 Φ_k は周波数 f_k における振幅と位相をそれ

ぞれ表現するので、以後これらを $A(f)$ 、 $\Phi(f)$ と書くことにする。

ここで強調しておきたいのは、図-3に示したような地震動の波形は最初ゼロから始まり、大きな地震動が到着して、やがてまた震動が収まってゼロになるという、いわゆる非定常な波形であるが、フーリエスペクトルが表わしている意味は、いろいろな周期を持つ定常な正弦波をフーリエスペクトルが示す振幅と位相に従って足し合わせれば、単に元の非定常な波形に戻るというだけであって、その波形を持つその周期の波の大きさを直接的に示している訳ではないことである。すなわち、過去から未来に続く定常な正弦波を足し合わせるとある時点まで打ち消し合ってゼロになり、ある時点以後もゼロになるという条件がフーリエスペクトルの値に強く影響している。海の波浪や風の場合は定常に近く、このような問題は起こらない。

実際にフーリエスペクトルを計算する際には、FFT（高速フーリエ変換）のアルゴリズムが用いられることが多い。この計算をおこなうプログラムは各種のサブルーチンライブラリに収録されているので、これを呼び出せば簡単に計算できるが、実際に計算する場合にはいろいろと注意しなければならないことがある。まず、高速フーリエ変換は解析区間が1024個とか4096個など2のN乗個でなければならないので、波形データの個数がこれに満たない時には、2のN乗個になるまでゼロで埋める操作を行う。ここで、フーリエ変換

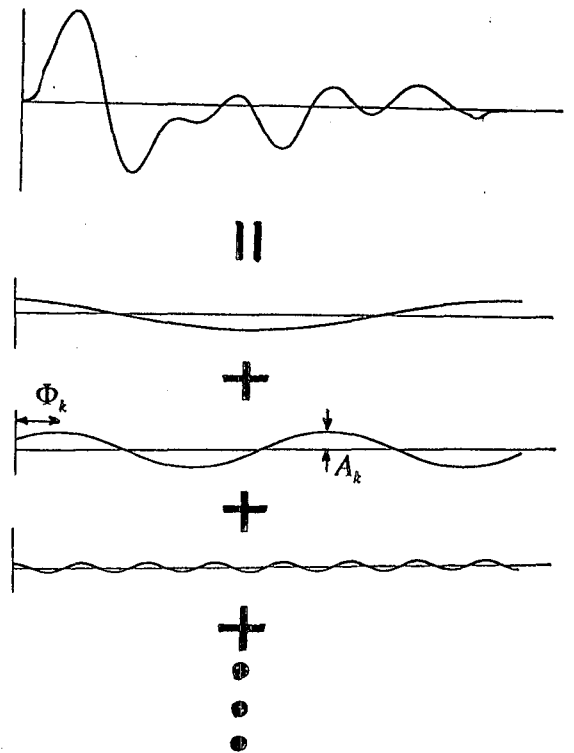


図-1 フーリエスペクトルの概念

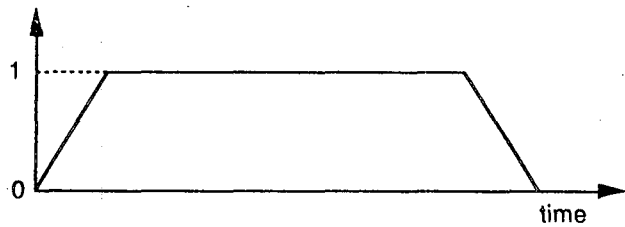


図-2 包絡線関数

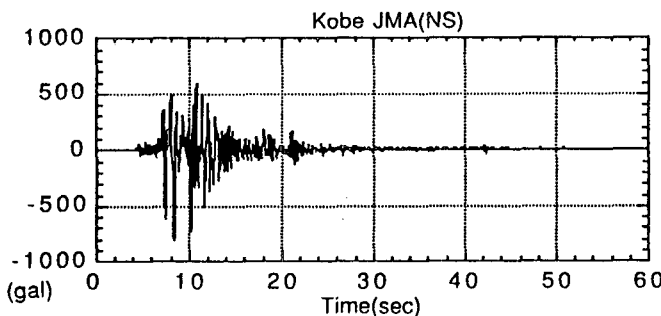


図-3 神戸海洋気象台の加速度記録

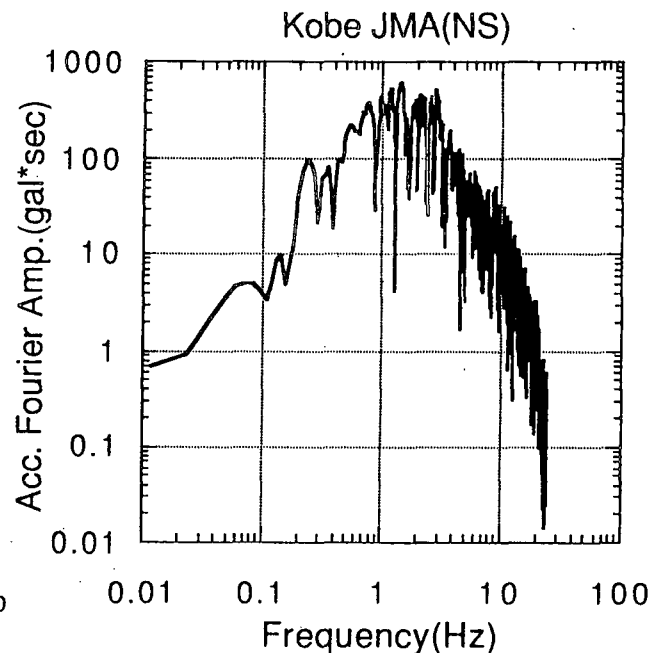


図-4 神戸海洋気象台のフーリエ振幅スペクトル

はデータの中に階段状の部分があると、これがノイズとなって低周波数領域で元々のデータの持つ情報を隠してしまうことに注意が必要である。通常の地震記録ではゼロで始まってゼロで終わるから問題ないが、途中で切れている記録はゼロで終わっていないから、記録の終わりから突然ゼロを付けると、そこが階段状になってしまう。また記録にオフセットと呼ばれるゼロ線のずれが生じていることもあるが、この場合も記録の終わりに無神経にゼロをつけられない。通常は全データポイントの平均を求めこれをオフセットとして引いたのちに、図-2に示したような包絡線関数を掛けることによって、記録の前後を徐々にゼロにする操作を行った後に、記録の後ろにゼロを付け加える操作をおこなって、フーリエ変換を実行する。

図-3に示した1995年兵庫県南部地震の際の神戸海洋気象台における加速度記録に対して加速度フーリエ振幅スペクトルを求めたのが図-4である。フーリエ振幅スペクトルは、高周波数領域で大変ギザギザした形状をしている。これは、元の波形の非定常性等の特性を反映したためである。

2. 2 フーリエスペクトルによる各種フィルター操作

フーリエスペクトルは、波形をその成分である定常な正弦波に分解したものであるから、ある周波数成分だけを持つ波形を取り出したりすることが、簡単にできる。地震観測波形は、地震動であるシグナルと観測ノイズから成るが、このようなノイズを除去する時にも、地震動の意味のある周波数帯域だけを取り出して、他の周波数帯の成分を消去することがよく行われる。このような操作をフィルター操作と呼ぶ。

フィルターには、ある周波数帯だけを通すバンドパスフィルター、ある周波数より高周波域を通すハイパスフィルター、ある周波数より低周波域を通すローパスフィルターなどがある。波形のフーリエスペクトルが求まっていれば、すでに周波数成分に分解されているので、通さない周波数帯域の振幅を強制的にゼロにしてやればフィルター操作ができる。時刻歴波形が必要であれば、式(1)を用いて時刻歴に変換すれば、フィルター操作された波形が求められる。

ただし、このようなフィルター操作をおこなった後に時刻歴波形に戻すと、元々ゼロであったところにもうねり状の波が発生してしまう。これは前述したように、フーリエスペクトルは、 $N/2+1$ 個のすべての周期の正弦波を足し合わせて初めて非定常な波が表現できるのであって、フィルター操作によって足し合わせる波の周波数の数が減るために、辻褄が合わなくなったためである。特にある周波数から突然ゼロにした場合にこの傾向が強く現れるため、通常はフィルター操作の際にある周波数から突然ゼロしないで、直線あるいはコサインカーブで徐々にゼロにしていく方法を用いる場合が多い。

2. 3 フーリエスペクトル上の微積分

地震動を表現するには加速度、速度、変位の3つの表現法があるが、これらは良く知られているように微分や積分を行うことによって変換できる。すなわち、加速度波形を $a(t)$ 、速度波形を $v(t)$ 、変位波形を $d(t)$ とすると、

$$\left. \begin{aligned} v(t) &= \frac{d(d(t))}{dt} & d(t) &= \int_0^t v(t) dt \\ a(t) &= \frac{d(v(t))}{dt} & v(t) &= \int_0^t a(t) dt \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

なる関係がある。フーリエスペクトルを求めておくことによって、元の地震動の微分積分が簡単にできる。三角関数の微積分は良く知られているように、

$$\frac{d(\sin(2\pi ft))}{dt} = 2\pi f \cos(2\pi ft) = 2\pi f \sin\left(2\pi ft + \frac{\pi}{2}\right) \quad (3)$$

$$\frac{d(\cos(2\pi ft))}{dt} = -2\pi f \sin(2\pi ft) = 2\pi f \cos\left(2\pi ft + \frac{\pi}{2}\right) \quad (4)$$

である。フーリエスペクトルは既に地震動を三角関数に分解しているのだから、この関係を用いて式(1)の両辺を簡単に微積分できる。すなわち、元の地震動のフーリエスペクトルを $(A(f), \Phi(f))$ とすると、

$$\frac{d(z(t))}{dt} = \frac{d(A(f), \Phi(f))}{dt} = \left(2\pi f A(f), \Phi(f) + \frac{\pi}{2}\right) \quad (5)$$

$$\int_0^t (z(t)) dt = \int_0^t (A(f), \Phi(f)) dt = \left(\frac{1}{2\pi f} A(f), \Phi(f) - \frac{\pi}{2}\right) \quad (6)$$

である。

地震波形の微積分を行う場合には、殆どの場合にこの方法が用いられる。それは時間領域で直接足し合わせて積分したり、傾きを求めて微分したりすると、波形に含まれているノイズまで微積分されてしまい、求めたい結果が得られないことが多いためである。フーリエスペクトルを用いて微積分を行うと、同時にフィルター操作を行うことができるため、ノイズの成分を除いた微積分を行うことができる。

2. 4 フーリエスペクトルと振動

フーリエスペクトルを用いることによって、例えば1自由度系の地震応答等を簡単に求めることができる。ここで、図-5に示すような、質量 m 、バネ係数 k 、粘性係数 c からなる1自由度の振動系を考える。運動方程式は次式で表わされる。

$$m(\ddot{x} + \dot{z}) + c\dot{x} + kx = 0 \quad (7)$$

ここに、 z は入力変位、 x は相対変位（相対変位に入力変位を加えると絶対変位になる）、 $\dot{}$ は時間微分を表わす。ここで簡単のため、

$$(2\pi n)^2 = \frac{k}{m} \quad 2h(2\pi n) = \frac{c}{m} \quad (8a, 8b)$$

とすると、この運動方程式の解は $z = z(f)\cos(2\pi ft)$ の入力に対して、

$$x(f) = R(f)z(f)\cos(2\pi ft + \Psi(f))$$

$$R(f) = \frac{(f/n)^2}{\sqrt{(1-(f/n)^2)^2 + 4h^2(f/n)^2}} \quad (9)$$

$$\Psi(f) = \tan^{-1}\left(\frac{2h(f/n)}{1-(f/n)^2}\right)$$

になる。ここに n は振動系の固有周波数、 h は減衰定数である。また、 $R(f)$ は周波数応答関数と呼ばれる。一方、絶対応答変位を直接求めると、

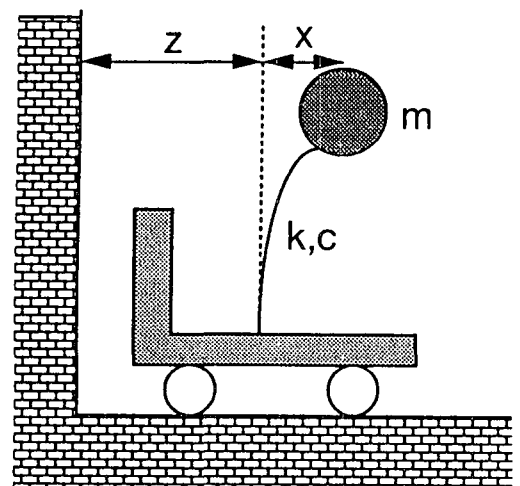


図-5 1自由度の振動系

$$[x+z](f) = \hat{R}(f)z(f) \cos(2\pi ft + \hat{\Psi}(f))$$

$$\hat{R}(f) = \sqrt{\frac{1+4h^2(f/n)^2}{(1-(f/n)^2)^2 + 4h^2(f/n)^2}}$$

$$\hat{\Psi}(f) = \tan^{-1} \left(\frac{-2h(f/n)^3}{1-(1-4h^2)(f/n)^2} \right)$$

(10)

となる。これらの関係を図示したのが図-6~7である。振動系の固有周波数のところで大きく増幅され相対応答の場合は $1/(2h)$ 倍となる。また、相対応答の場合は固有周波数より高周波では1に漸近し、低周波数側では0に近づく。一方、絶対応答では逆に固有周波数より高周波では0に近づき、低周波数側では1に漸近する特性を持つことがわかる。これは振り子を手で支えて揺すった場合の挙動を考えると容易に理解される。すなわち図-8(a)のように振り子の固有周期よりゆっくり揺すると(図-6~7では左側)、おもりは手の動きと同じ動きをする。すなわち絶対変位応答は1となるが、相対変位応答(手とおもりとの相対的な変位)はゼロとなる。一方、

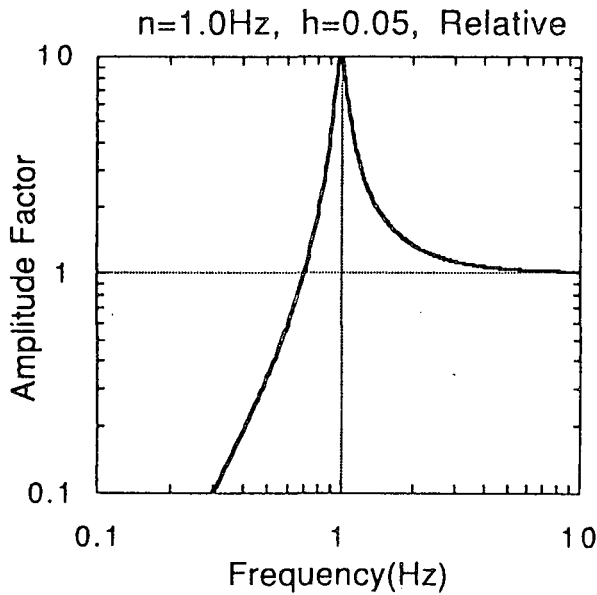


図-6 相対応答倍率

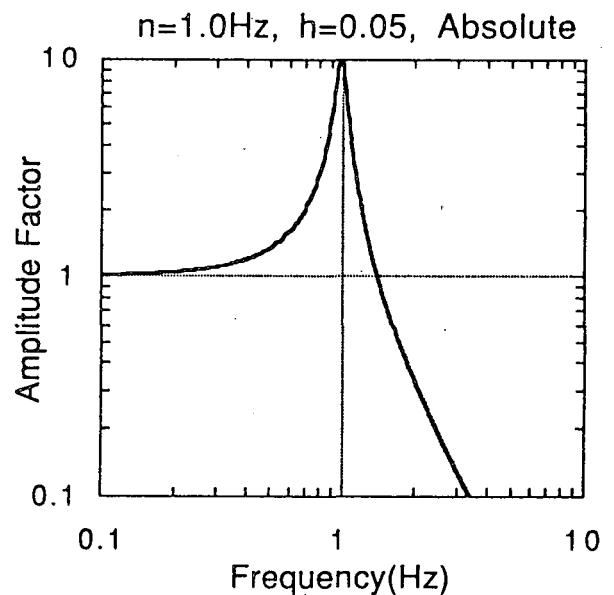


図-7 絶対応答倍率

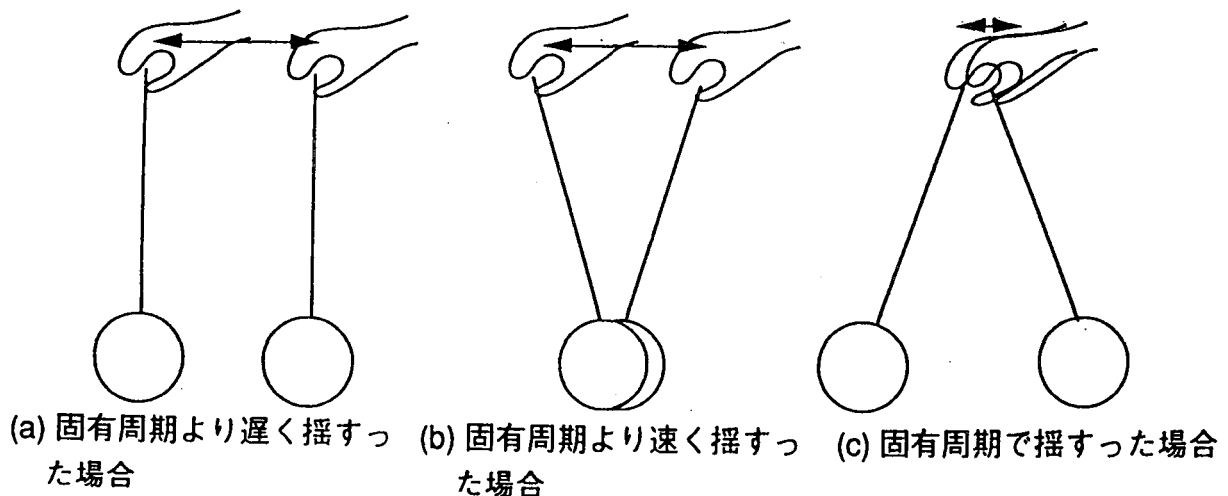


図-8 振り子を揺すった時の挙動

図-8(b)のように振り子の固有周期より速く揺ると(図-6~7では右側), おもりは動かずに手だけ動いているようになる。つまり絶対変位応答はゼロとなり, 相対変位応答は手の動きそのものとなるから1となる。固有周期で揺ると図-8(c)のように手は殆ど動かさなくてもおもりは激しく動くことになり, 相対変位応答も絶対変位応答も大きく増幅される。

式(9)および式(10)から, この1自由度の振動系にある地震動 $z(t)$ が入力された場合の質点の応答を, フーリエスペクトルを用いて簡単に求められることがわかる。すなわち入力地震動の変位波形のフーリエスペクトルを $(A(f), \Phi(f))$ とすると, 相対応答変位のフーリエスペクトルは,

$$(R(f)A(f), \Phi(f)+\Psi(f))$$

となる。同様に絶対応答も式(10)から求められる。また, 入力地震動のフーリエスペクトルが速度や加速度なら, 求められた応答のフーリエスペクトルも速度, 加速度となる。応答波形を求める場合には, 応答のフーリエスペクトルから式(1)を用いて時刻歴に変換すれば良い。

2. 5 フーリエスペクトルと地震動

前節で, フーリエスペクトルを用いれば, 入力地震動のスペクトルに応答関数のスペクトルを用いて, 応答のフーリエスペクトルが簡単に求められることについて解説した。言い換えれば応答から振動系の特性と入力地震動の特性を分離して表現できることになる。一方, 地震動の特性は, 図-9に示すように震源特性 (source effect), 伝播経路特性 (path effect), 地点特性 (local site effect) に大きく分けることができる。そこで, フーリエスペクトルを用いることによって前節と同様に, 震源特性と伝播経路特性および地点特性を分離してそれぞれ独立に表わすことができることになる。

震源の変位のフーリエ振幅スペクトルの概形は, 図-10のように低周波数領域で平坦で, ある周波数から周波数の-2乗で減少する。このようなスペクトルのモデルはオメガ・スクエアモデル (ω^2 モデル) と呼ばれ, 境目の周波数をコーナー周波数と呼ぶ。伝播経路特性は一般に減衰特性で示し,

$$P(f) = \frac{1}{r} \exp\left(\frac{-\pi r f}{Q(f) V_s}\right) \tag{11}$$

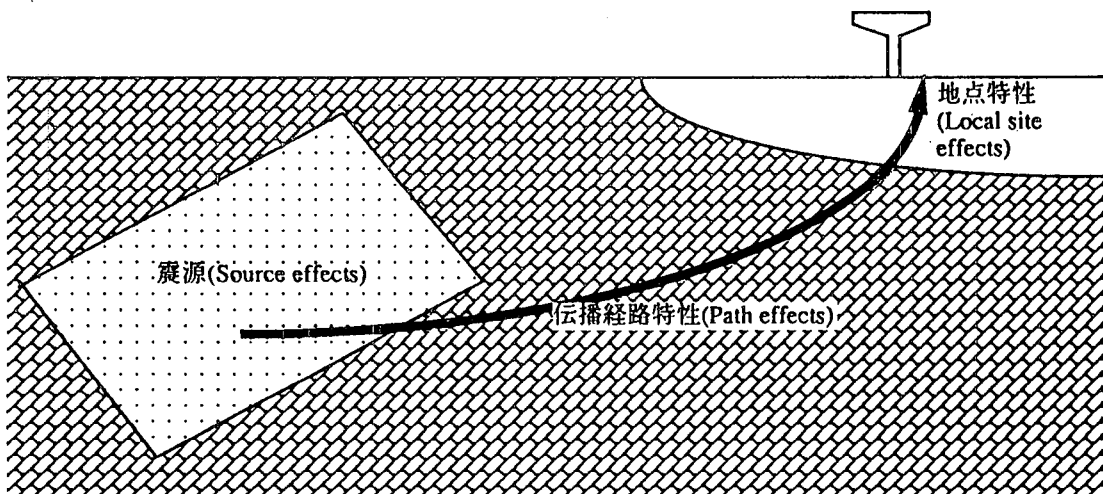


図-9 地震動の特性の分離

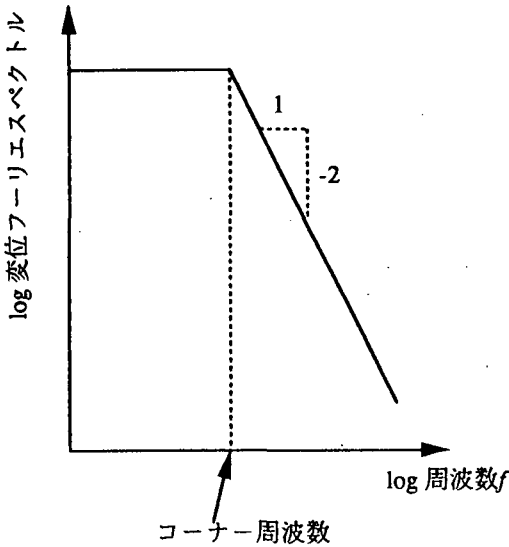


図-10 震源スペクトルモデル

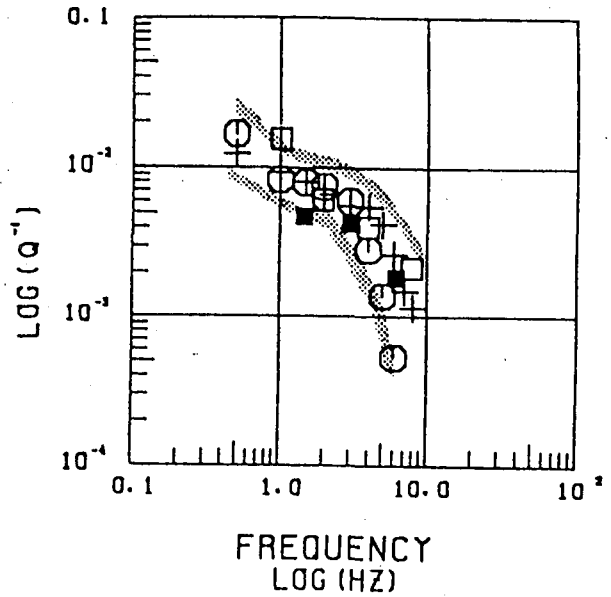


図-11 観測記録から求めた1/Q

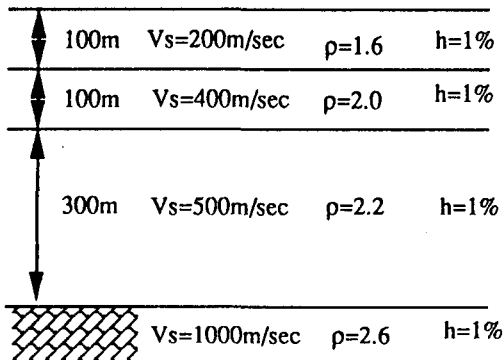


図-12 地盤モデル

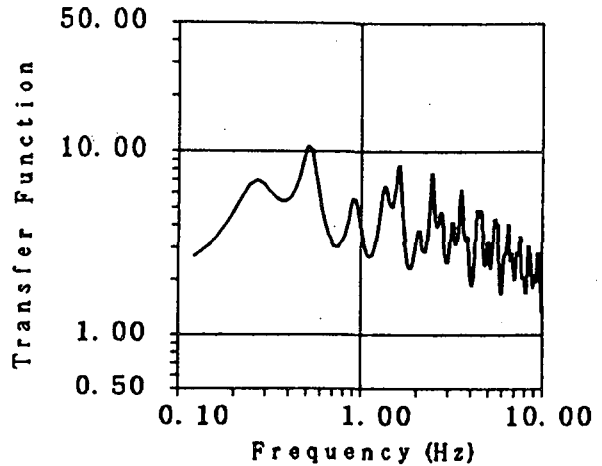


図-13 地盤増幅倍率

のようにモデル化される。ここに r は震源から観測点までの距離、 V_s はS波速度である。また、 $Q(f)$ は減衰の小ささを表わす量で、工学で良く用いられる減衰定数 h とは、 $Q=1/(2h)$ の関係がある。地震記録から求められる Q には図-11に示すような周波数依存性が認められる²⁾。地点特性の評価にはプログラムSHAKEに代表される重複反射法がよく用いられる。この手法によって、水平成層地盤における地震動の増幅倍率を表わすスペクトルを求めることができる。例として図-12の地盤に対して求められた増幅倍率を図-13に示す。

ある地点の地震動の予測を行う場合には、このようにして求められた震源特性、伝播経路特性、地点特性を表わすフーリエスペクトルを掛け合わせる（位相に対しては足し合わせる）ことによって、その地点の地震動のフーリエスペクトルを求めることができる。

3. 応答スペクトル

3. 1 応答スペクトルの意味

前述したフーリエスペクトルは、地震動の特性を厳密に表現することができる。しかしN個の時間領域のデータに対してN個のフーリエスペクトルのデータが得られることから、地震動の特性を大雑把に把握すること難しい。そこでフーリエ振幅スペクトルのギザギザした形状を平滑化し、なめらかな曲線でフーリエ振幅スペクトルを評価することが良く行われる。平滑化の際に多くの情報が失われるのは当然であるが、物理的にどのような情報が失われるのかを評価することは困難である。また、フーリエ位相の情報を解釈する事が難しく、通常地震動特性の評価にフーリエスペクトルが用いられる際には、位相の情報を無視して、振幅だけが議論されることが多い。

一方、工学の分野では、地震動の周波数特性を表わすのに、応答スペクトルを用いることが多い。これは、工学的に重要な振動系の応答を評価できるという基準で、元の波形の持つ情報を選択したスペクトルと考えることができ、比較的なめらかな形状を持つ。数学的には元の波形に、ある周波数付近だけを通すフィルタをかけることによって、その周波数成分の大きさを求めており、フィルタとして1自由度の振動系を用いる。物理的な意味は、図-14に示すように、いろいろな固有周期を持つ振動系に波形を入力し、それぞれの応答の最大値を縦軸に、横軸に固有周期（又は固有周波数）をとってプロットしたグラフが応答スペクトルであると考えれば良い。フーリエスペクトルを図示する場合には横軸に周波数を取ることが多いが、応答スペクトルでは横軸に周期を取る事が慣習となっているので、本稿でもこれに従う事とし、以後、周波数のかわりにできるだけ周期で表記する。もちろん周波数 f と周期 T は逆数の関係 ($T=1/f$)にある。

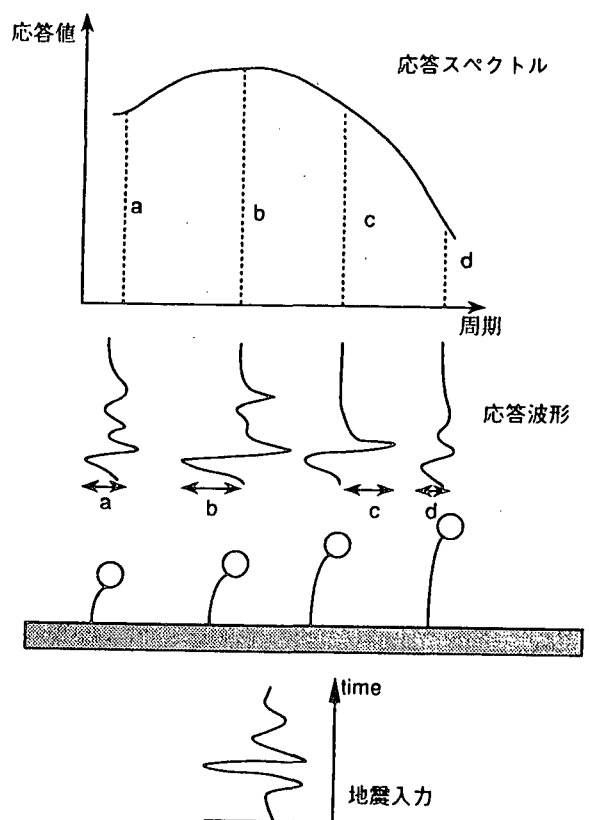


図-14 応答スペクトルの概念図

1自由度の振動系は図-6~7に示したように減衰が小さければ固有周期付近だけを増幅する性質を持つので、元の波形の固有周期付近の成分だけを取り出すことができ、いろいろな固有周期に対して応答を求めることによって、元の波形をそれぞれの周期成分に分離することができる。このようにフィルタとして振動系の応答を用いることによって、1自由度系に近似した構造物の最大応答値という物理的な意味を与えられるので、耐震設計などに非常に使い易いものとなっている。

ただしここで強調しておきたいことは、応答スペクトルは地震動の特性だけから決められるものである点である。つまり応答スペクトルは構造物の応答特性を表わすものではなく、地震動の性質を表わすもので、この点はフーリエスペクトルと同様である。ただ、地震動の特性を1自由度系の応答最大値で表現しているため、構造物を1自由度系の振動系に近似した時に、

その応答最大値を直接読み取ることができるという利点を持っているというだけのことである。

3. 2 応答スペクトルの計算法

前述したように入力の地震動のフーリエスペクトルに、1自由度の振動系の伝達関数をかけることによって、質点の応答のフーリエスペクトルを求めることができるから、これを逆フーリエ変換を施すことによって時間領域に戻せば、応答の最大値を求めることができる。このようにして、振動系の固有周期を変化させて最大応答を計算して応答スペクトルを求めることも可能であるが、通常は計算の容易さから、時間領域で運動方程式を積分することによって、応答スペクトルを求める場合が多い。

ここでは、最もよく用いられる線形加速度法について解説する³⁾。時刻 t から時刻 $t+\Delta t$ までの間に加速度が直線的に変化すると仮定すると、時刻 $t+\Delta t$ における変位と速度は以下のように書くことができる。

$$x(t+\Delta t) = x(t) + \Delta t \dot{x}(t) + \frac{(\Delta t)^2}{3} \ddot{x}(t) + \frac{(\Delta t)^2}{6} \ddot{x}(t+\Delta t) \quad (12)$$

$$\dot{x}(t+\Delta t) = \dot{x}(t) + \Delta t \frac{\ddot{x}(t) + \ddot{x}(t+\Delta t)}{2} \quad (13)$$

これらを式(7)の運動方程式に代入して、時刻 $t+\Delta t$ における加速度について解くと以下の式が得られる。

$$\ddot{x}(t+\Delta t) = \frac{-m\ddot{x}(t+\Delta t) - c\left\{\dot{x}(t) - \frac{\Delta t}{2}\ddot{x}(t)\right\} - k\left\{x(t) + \Delta t\dot{x}(t) + \frac{(\Delta t)^2}{3}\ddot{x}(t)\right\}}{m + \frac{\Delta t}{2}c + \frac{(\Delta t)^2}{6}k} \quad (14)$$

式(12)~(14)は時刻 t における変位、速度、加速度から時刻 $t+\Delta t$ における変位、速度、加速度が求められる漸化式の形になっているので、初期条件

$$x(0) = \dot{x}(0) = \ddot{x}(0) = 0 \quad (15)$$

から系の応答を求めることができる。

応答スペクトルを求める場合には、いろいろな固有周期に対する応答を求めなければならないので、式(14)の m, c, k を変えた計算を数多く行なって、それぞれの固有周期に対する最大応答値を求めることになる。

3. 3 各種応答スペクトル

応答スペクトルは、固有周期の違う1自由度系の応答の最大値を連ねたものであるが、応答の最大値として変位の値を用いるか、あるいは速度か加速度かで、少なくとも3種類存在することは明らかであるが、さらにそれらが絶対値か相対値かで2種類ずつ、合計6種類の応答スペクトルを定義することができる。これらのうち、実際に良く用いられるのは、絶対加速度応答スペクトルと相対変位応答スペクトルおよび相対速度応答スペクトルである。単に加速度応答スペクトルと呼ぶ場合は絶対加速度応答スペクトルを指し、同様に速度応答スペクトル、変位応答スペクトルと呼ぶ場合は、それぞれ相対速度応答スペクトルと相対変位応答スペクトルを指す。図-15~17には、図-3に示した神戸海洋気象台の加速度記録に対する絶対加速度応答スペクトル、相対速度応答スペクトル、相対変位応答スペクトルを示す。

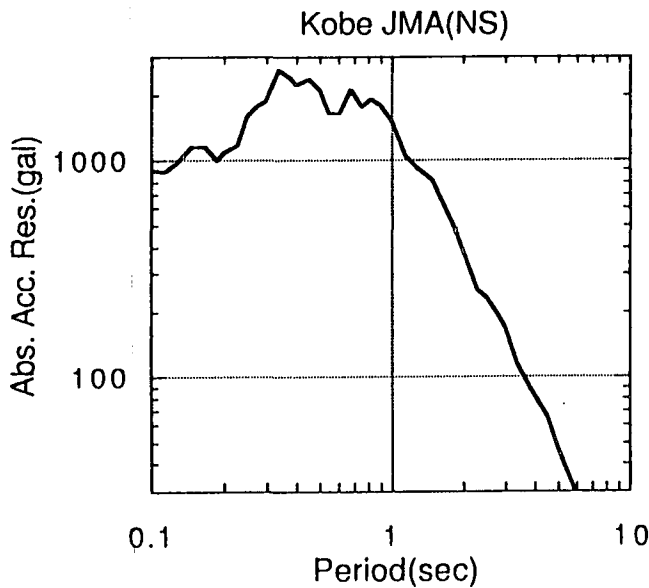


図-15 絶対加速度応答スペクトル

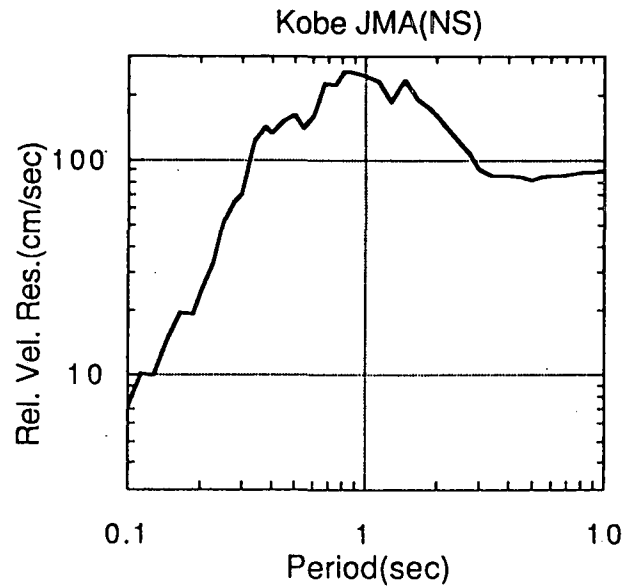


図-16 相対速度応答スペクトル

図-16および図-17からわかるように相対応答スペクトルは、周期の大きな領域で入力地震動の最大値に漸近する。すなわち、相対変位応答スペクトルは長周期領域で入力地震動の最大変位に漸近するし、相対速度応答スペクトルも同様に長周期域で最大速度に漸近する。一方絶対応答スペクトルは、図-15のように短周期領域で入力地震動の最大値に漸近する性質を持つ。つまり絶対加速度応答スペクトルは極短周期のところに入力地震動の最大加速度を示している。このような性質を持つ事から、応答スペクトルはフーリエスペクトルと異なって、単純に $2\pi f$ を掛けたり割ったりすることで微分積分を行うことができない。すなわち相対変位応答スペクトルに $2\pi f$ を掛けることによって、相対速度応答スペクトルとは違ったスペクトルとなる。

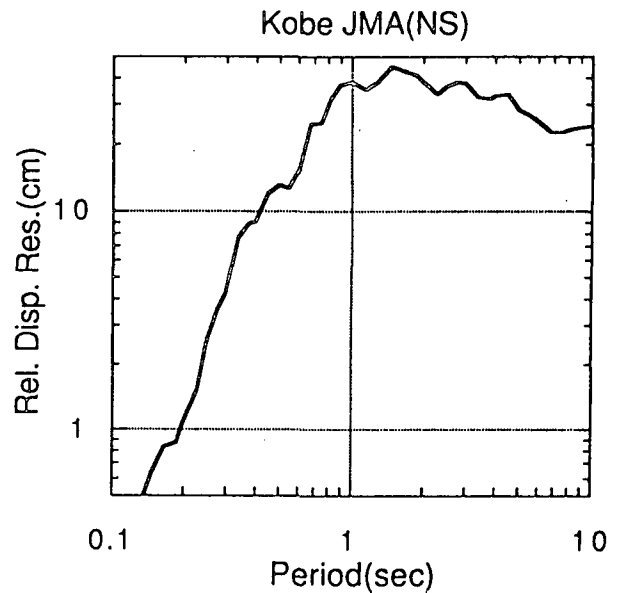


図-17 相対変位応答スペクトル

ところが、相対変位応答スペクトルに $(2\pi f)^2$ を掛けて求めたスペクトルは、絶対応答スペクトルとほぼ等しくなる。これは、減衰のない1自由度の振動系の運動方程式を考えれば、

$$m(\ddot{x} + \ddot{z}) + kx = 0 \tag{16}$$

であるから、

$$\ddot{x} + \ddot{z} = -\frac{k}{m}x = -(2\pi f)^2 x \tag{17}$$

なる関係が成り立つためである。ここでは f を固有周波数としている。減衰がある場合には、

$$\ddot{x} + \ddot{z} = -\frac{c}{m}\dot{x} - (2\pi f)^2 x \tag{18}$$

となるが、加速度や変位が最大値を与える時刻には、速度はほぼ0であることから、近似的に式(17)が成り立つ。すなわち、相対変位応答スペクトルと、絶対加速度応答スペクトルは基本

的に同じスペクトルであって、単に表現上の違いに過ぎないことがわかる。

これに対して、相対速度応答スペクトルは全く違う種類のスペクトルである。そこで相対変位応答スペクトルや絶対加速度応答スペクトルと同等のスペクトルを速度のディメンジョンで表示することが良く行われる。これを擬似速度応答スペクトルと呼び、絶対加速度応答スペクトルを $2\pi f$ で割って速度に変換するか、相対変位応答スペクトルに $2\pi f$ を掛けて速度に直すことによって求められる。さらにこれらの3つのスペクトル値を1つの図から読めるように、擬似速度応答スペクトル図に加速度軸と変位軸を書き加えたのが3重応答スペクトルである。図-18に3重応答スペクトルの例を示したが、前述した応答スペクトルの性質から明らかなように、3重応答スペクトルは、短周期側で加速度軸に対して最大加速度に漸近し、長周期側で変位軸に対して最大変位に漸近する。

さらに応答スペクトルは減衰定数によって変化する。減衰が小さい場合には応答値が大きくなると共に、固有周期の変化によって大きく変化し、大変ギザギザしたスペクトルとなる。逆に減衰が大きくなると応答値が小さくなり、且つ滑らかな形状となる。前述したように、応答スペクトルは構造物の応答値を直接知る目的があり、減衰定数も通常の構造物の減衰定数に近い値が用いられる。土木構造物の場合には5%が用いられることが多い。

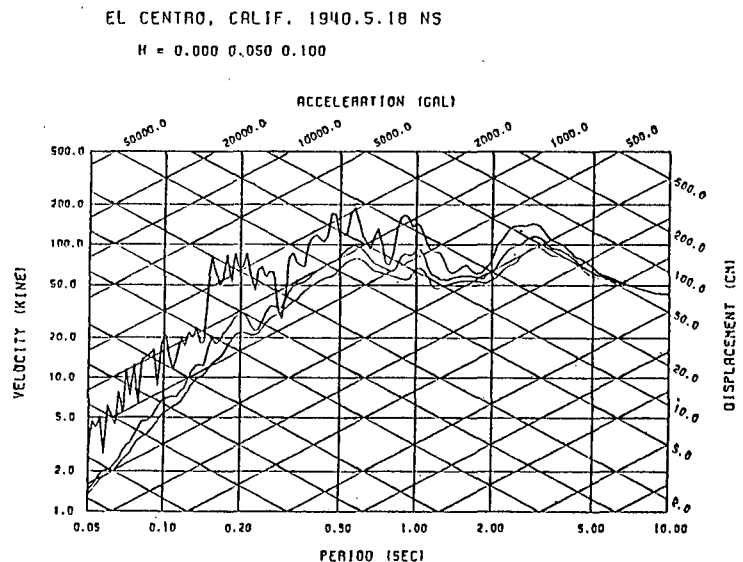


図-18 3重応答スペクトル

4. 震度法による耐震設計法

4. 1 震度法に関する誤解

本稿では震度法を「構造物を1自由度の振動系で近似することによって、応答スペクトルから構造物の絶対加速度応答値を求め、これを構造物に作用させたときの慣性力を構造物に静的に載荷して、地震力による部材力（応力）を求める方法である」と定義する。ほとんどの土木構造物はこの方法によって耐震設計されているが、この方法はかなり誤解されている点があるようである。その主なものを挙げて見ると、

誤解その1：設計震度は地動加速度である。設計震度が0.2なら、地動加速度が0.2Gに対応する。

誤解その2：設計震度は最大加速度である。標準設計震度が0.2なら地動最大加速度0.2G以上の地震動を受ければ崩壊しても不思議ではない。

等がある。

まず、誤解その1は震度法の歴史そのものでもある。もちろん現在の震度法そのものが間違っているわけでもないし、昔の震度法が間違っていた訳でもないが、誤解を産みやすい歴史を辿ってしまったということである。よく「この構造物は設計震度0.3で設計しています」という

説明を受けるが、これだけでは、地動加速度が0.3Gなのか、応答加速度が0.3Gなのか解らない。

一方、誤解その2は静的な荷重と動的な荷重に関する誤解である。静的な荷重なら降伏応力に達すれば少なくともその部材は破壊していると考えればよいが、動的な荷重の場合すぐに破壊するとは限らない。降伏とはもうこれ以上抵抗しなくなるという意味で、降伏した後に破壊崩壊に至るまでにはさらにエネルギーを必要とする。静的荷重の場合はこのエネルギーが無条件に入るが、動的荷重の場合は入力地震動の特性に依存する。

本稿では以下に特に誤解その1について詳しく解説することにする。

4. 2 震度法の理論

震度というのは、佐野利器博士が提唱した用語で、その著書「家屋耐震構造論」では以下のように記述されている⁴⁾。

地震動の強さを、重力の加速度(G)に対するその加速度(α)の比をもって表わし、これを震度(K)と呼んでいる。

$$K = \alpha / G \quad (19)$$

重量 W の物体が加速度(α)をもって振動するときには、物体は加速度方向と逆方向に震力 F を受ける。

$$F = \alpha \frac{W}{G} = KW \quad (20)$$

この式から明らかなように、震度を使って振動性を表わすと、破壊力たる震力が重量と直接結びられるので、その性質を誰でも簡明につかむことができる。

この記述には、構造物の応答に関する記述がされていないので、震度が地動加速度ではなく応答加速度の重力加速度に対する比であることを明確に理解することは難しい。そこで、震度法の厳密な記述を試みる。すなわち、減衰のない1自由度の振動系を考える。運動方程式は、式(16)に示したように、

$$m(\ddot{x} + \ddot{z}) + kx = 0$$

である。質点を支えている部材に発生する力 F は、

$$F = kx = -m(\ddot{x} + \ddot{z}) \quad (21)$$

となるから、部材力の最大値は、系の最大絶対加速度に質量に掛けても、系の最大変位に剛性を掛けても求める事ができる。前者を震度法と呼び、最大絶対加速度を重力加速度で割った値を震度と呼ぶ。もちろん減衰のある系でも、前述したように最大加速度や最大変位を与える時刻での減衰の寄与は無視できるので、系の最大絶対加速度に質量に掛ける震度法で部材力を正しく求めることができる。

前述のように、絶対加速度応答スペクトルは長周期領域で T の-2乗で小さくなり、一方相対変位応答スペクトルは長周期域で一定値となる。これらのスペクトルから求めた部材力が等しいというのは一見矛盾しているようだが、例えば部材剛性 k が等しいとすると、質量 m は

$$m = \frac{k}{(2\pi f)^2} = \frac{k}{4\pi^2} T^2 \quad (22)$$

となり、絶対加速度応答値が T の-2乗で小さくなっても、質量が T の2乗で大きくなるので部材力は一定値となり、矛盾は生じない。

このように、震度法では絶対加速度応答スペクトルから構造物の固有周期に対応する最大絶

対加速度応答に構造物の質量に乗じることによって部材力を求めて設計を行なうが、前章で述べたように相対変位応答と絶対加速度応答とは基本的に同じ量であるから、最大相対変位応答を変位応答スペクトルから与え、これが生じた時でも耐えられるように設計しても良い。

上述の震度法は、構造物の地震時の応答で1次モードが卓越することが前提である。また、橋脚のように、柱部分の重量が小さくその上に大きな重量があるような構造物が適する。ビルのような分布質量系の梁にモデル化されるような構造物では、中間階の絶対加速度応答を適切に与えなければならないので、適用がより複雑となる。

4. 3 震度法の歴史

1923年関東地震で大きな被害が発生したのを契機に、1924年に改定された市街地建築物法には、水平設計震度0.1の耐震規定が世界に先駆けて盛り込まれた⁵⁾。1948年の福井地震が契機となって水平設計震度の割増の機運が高まり、1950年に公布された建築基準法では水平設計震度0.2とされた。土木構造物についても、例えば道路橋に関しては⁶⁾、1926年に出された「道路構造に関する細則案」で「所在地の最強地震力を考慮する」と規定された。その後1939年の「鋼道路橋設計示方書案」では水平設計震度0.2、1956年および1964年に「鋼道路橋設計示方書」で水平設計震度は地域や地盤によって0.1~0.35とされた。これらの規定が制定された頃は強震記録が十分蓄積されておらず、地震動の特性や構造物の応答特性がわからなかったため、構造物の固有周期が十分短いとして地動加速度=応答加速度と考え、設計震度には墓石の転倒などから求めた地動最大加速度を参考に設定された。設計震度を地域や地盤で変えても構造物によって変化させるという発想はなく、震度法とは全ての構造物で同じ設計震度に対して設計する方法であった。

その後1933年ロングビーチ地震の記録や、1940年インペリアル・バレー地震におけるエルセントロ記録など、強震記録が蓄積されるにつれ、地震動特性と構造物の地震時挙動が明らかになってきた。すなわち、全ての構造物に設計震度0.2を適用すると、長周期構造物に対しては過剰設計であるし、周期0.5~1秒程度の固有周期を持つ構造物には不十分であることがわかってきた。そこで、1972年の「道路橋耐震設計指針」⁷⁾で構造物の応答を考慮した修正震度法が導入され、地震動のスペクトル特性を取り入れて設計震度が構造物の応答加速度であることを明確にし、図-19に示す固有周期別補正係数を定めて短周期の構造物に対しては設計震度を割増し、長周期の構造物に対して設計震度を低減した。また、設計震度の規定も整理され、標準設計震度0.2に、75年加速度期待値マップを参考にした地域別補正係数、地盤別補正係数および重要度別補正係数を掛けて求めるように規定された。

1990年の「道路橋示方書・V耐震設計編」⁸⁾では、従来の震度法と修正震度法をまとめて新たに震度法と定義し、さらに動的解析に用いる地震入力を減衰5%の応答スペクトルで規定した。ここに至って震度法と応答スペクトルが直接つながることになった。本稿における震度法

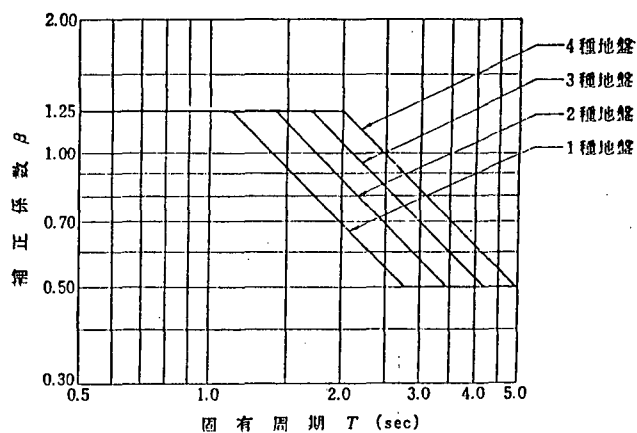


図-19 固有周期別補正係数 (1972年)

の定義も、これに従っている。ここで1990年の「道路橋示方書・V耐震設計編」の規定を詳しく見てみることにする。固有周期別補正係数は図-20のように規定されている。ここで、周期0.1秒のところから1となっていることが重要で、これによって従来の震度法で設計震度＝地動加速度比であるという考え方と整合させている。すなわち、前章で述べたように、絶対加速度応答スペクトルは短周期側で地動最大加速度に漸近する

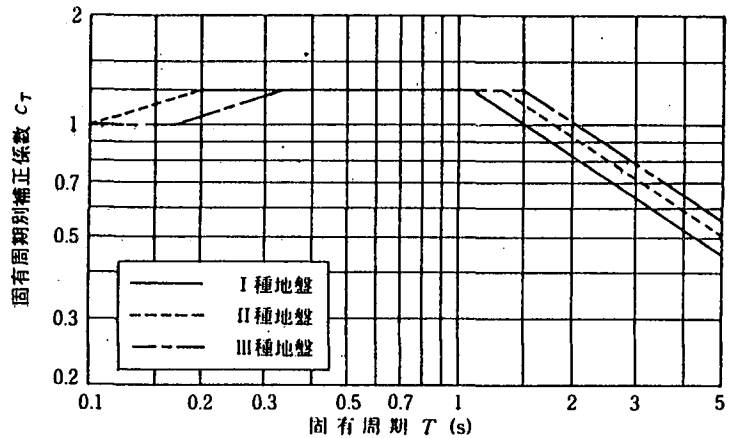


図-20 固有周期別補正係数 (1990年)

という性質を利用した訳である。次に、図-20の固有周期別補正係数に地盤別補正係数と標準設計震度0.2を掛けたものと、同書の付録に掲載されている強震記録の統計解析から求められた加速度絶対応答スペクトルの距離減衰式から推定したスペクトルの比較を図-21(a)(b)に示す。これらの図から、地盤種別I種 (図中ではGT1, 細線) を別にするると、地盤種別がII種 (図中ではGT2, 中太線) およびIII種 (図中ではGT3, 太線) の道路橋示方書の設計スペクトル (実線) は、周期1~2秒付近では、マグニチュード8で震央距離120km, またはマグニチュード7で震央距離20km程度の地点における、平均的な地震動 (破線) にほぼ相当することがわかる。しかしながら、周期1秒程度以下の短周期領域では設計スペクトルは平均応答スペクトルをかなり下回っており、周期1秒以上の長周期領域では逆に設計スペクトルの方が大きくなっている。これは、構造物の非線形挙動による減衰の増加や、地盤との動的相互作用によって特に短周期構造物では減衰が大きくなるが長周期構造物ではこのような効果が殆ど期待できないことなどの、工学的判断によるものである。すなわち震度法の設計手順の中にこのような効果を取り込む方法がないので、入力地震動を設定する時にあらかじめこのような効果を取り入れて、増減しているのである。

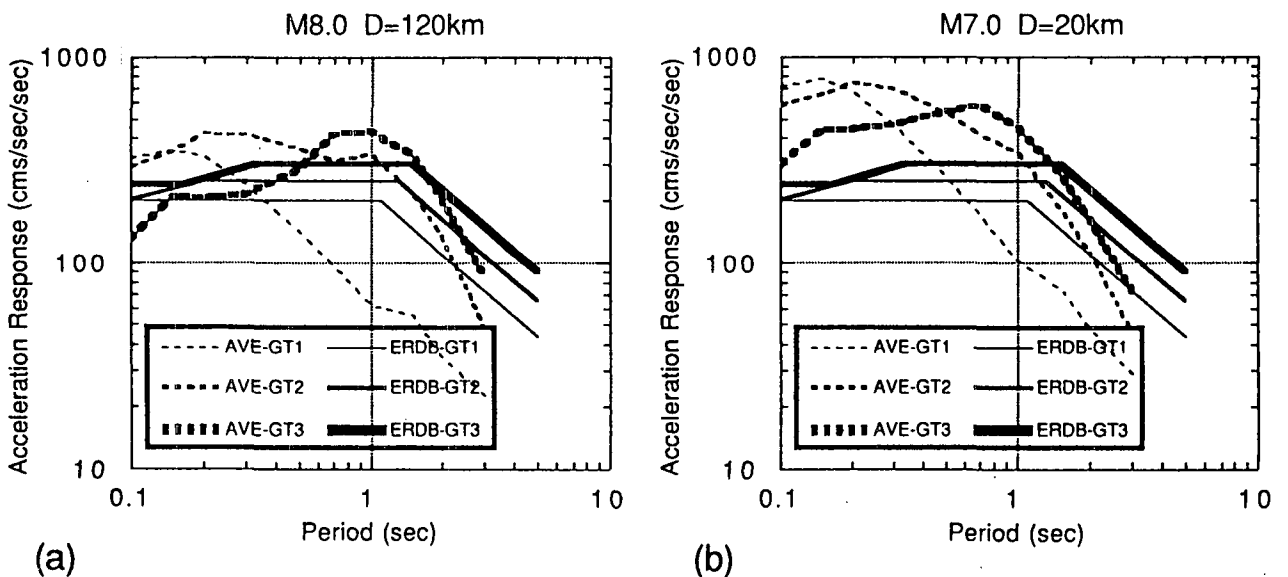


図-21 設計スペクトルと平均応答スペクトルの比較

本稿で述べた震度法による耐震設計法は、許容応力度法による構造物が弾性範囲内にある場合の設計法である。誤解その2の解説で述べたように、動的な荷重に対しては構造物が降伏した後もかなりの抵抗して崩壊には至らない。従って許容応力度に対する入力地震動はかなり低く設定されている。現在は終局耐力に基づく限界状態設計法に移行しつつあり、震度法も非線形性領域に適用出来るように拡張されているが、これは別の機会に譲ることにする。

5. おわりに

本稿では、地震動の性質を表わす方法として、フーリエスペクトルと応答スペクトルについて解説し、さらに1自由度の振動系の応答特性とこれを応用した震度法による耐震設計法について解説した。特に震度法についてはかなり誤解されている点があるので、その理論的背景について詳しく述べたつもりである。阪神・淡路大震災を機会に耐震設計法の見直しを求める声が多いが、本稿が地震動特性や耐震設計法の理解の一助になれば幸いである。

参考文献

- 1)大崎順彦：地震動のスペクトル解析入門，鹿島出版会，1975.
- 2)岩田知孝・入倉孝次郎：観測された地震波から震源特性・伝播経路特性および観測点近傍の地盤特性を分離する試み，地震第2輯，第39巻，pp.579-593，1986.
- 3)戸川隼人：有限要素法による振動解析，サイエンスライブラリ情報電算機33，サイエンス社，1975.
- 4)福井實：液状化による建築基礎の影響，第36回実技セミナー資料，地盤工学会関西支部，1995.
- 5)長橋純男：建築構造物を対象とした設計用入力地震動の強さ，地震第2輯，第46巻，pp.513-532，1994.
- 6)古田均他：橋梁構造物の総合健全性評価に関する調査研究，土木学会関西支部共同研究グループ報告書，pp.6-39，1990.
- 7)日本道路協会：道路橋耐震設計指針・同解説，1972.
- 8)日本道路協会：道路橋示方書・同解説V耐震設計編，1990.