

第IV編 6.「動的解析」付属資料

トンネル構造の非線形性の解析詳細

[トンネル構造の非線形性]^{1),2)}

剛性残存率は、地震時における構造物の変位が降伏変位を超えることを許容する照査では、“地震時の影響による剛性の低下”として、部材（鉄筋）が降伏した後の剛性低下を考慮する。

部材降伏後の剛性低下は、“曲げモーメント M と曲率 ϕ の関係”を仮定し、部材が降伏したときの曲率 ϕ_y と有効剛性 EI_y を基準として、曲率 ϕ と有効剛性 EI_{eff} の関係を規定する。断面と曲げ軸力比（ M/N ）を仮定すると、“ひび割れの影響による材料剛性低下”を考慮する式（1）より、曲率 ϕ と有効剛性 EI_{eff} を関係を規定することができる。

$$I_{\text{eff}} = \left[\frac{\sigma_{s,\text{cr}}}{\sigma_s} \right]^m \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{\sigma_{s,\text{cr}}}{\sigma_s} \right) \right]^m \cdot I_{\text{cr}} \quad \dots\dots (1)$$

ここで、 I_{eff} : ある断面力が作用するときの有効剛性

I_g : 全断面有効剛性

I_{cr} : ひび割れ断面剛性

$\sigma_{s,\text{cr}}$: ひび割れが発生するときの鉄筋の応力

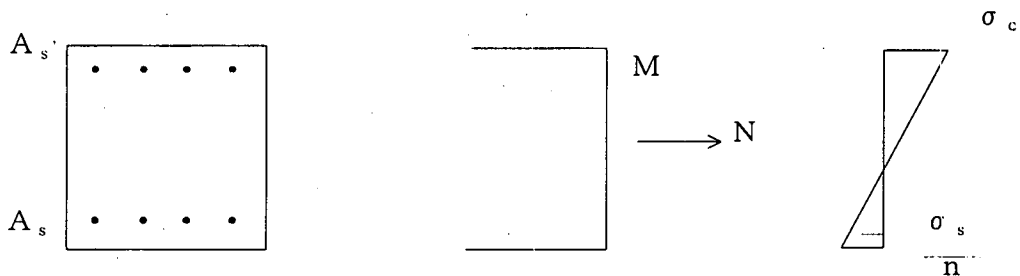
σ_s : ある断面力によって作用する鉄筋の応力

m : 指数（ここでは $m=4$ とする）

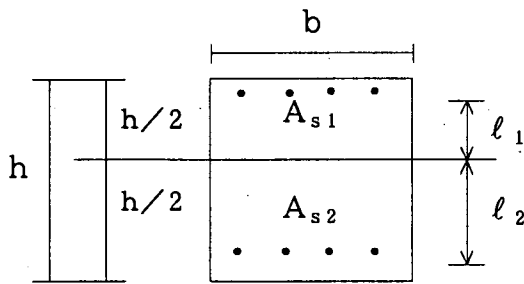
以下に（1）式中の各定数の求め方を示す。

① σ_s の算定方法

σ_s はRC計算により求まる鉄筋の引張応力度である。算出には部材に荷重が作用した時に発生する断面力（曲げモーメント、軸力）を用いる。

② I_g の算定方法

I_g はコンクリート断面が全断面有効とした時の断面2次モーメントである。コンクリート部分と鉄筋部分の部材中心位置（ $h/2$ の点）からの断面2次モーメントを各々計算しそれらを合計して求める。



$$I_g = I_{gc} + I_{gs} \quad \dots\dots (2)$$

$$\text{ここに } I_{gc} = \frac{bh^3}{12} \quad \dots\dots (3)$$

(コンクリートの断面2次モーメント)

$$I_{gs} = n \cdot A_{s1} \cdot l_1^2 + n \cdot A_{s2} \cdot l_2^2 \quad \dots\dots (4)$$

(鉄筋の断面2次モーメント)

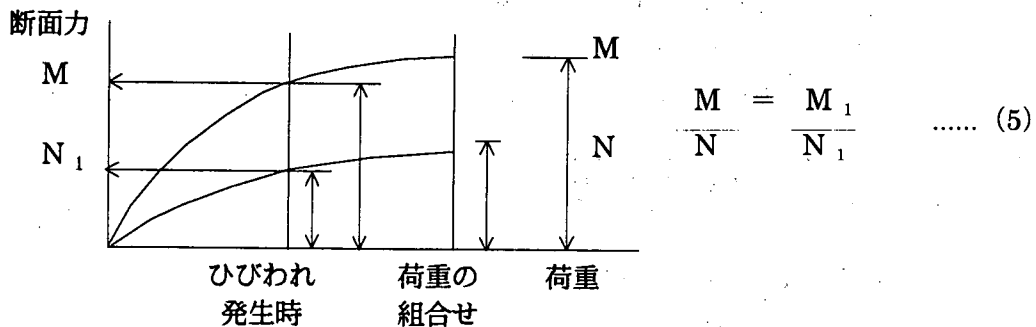
なお上記算出方法は断面重心が部材中心位置にあるものと仮定している。(本来 $A_{s1} \neq A_{s2}$ の場合上記断面の重心は部材中心からずれてくるためこのずれた位置からの断面2次モーメントを求めなければならないこととなるが影響は少ないと想定される。)

③ $\sigma_{s,cr}$ の算定方法

$\sigma_{s,cr}$ は部材にひび割れが発生した時の鉄筋の引張応力度である。

部材に荷重が徐々に作用した時発生する断面力(曲げモーメント軸力)も徐々に大きくなる。この状態でコンクリートの縁の応力が引張強度に達する時の断面力(M_1, N_1 とする)を用いて RC 計算により求める。

ここでは断面力の曲げモーメントと軸力の比が一定と仮定しこの断面力(M_1, N_1)を求める。



具体的な算定方法を以下に示す。

i) 軸力が圧縮の場合

$$\sigma_{cN} = \frac{N_1}{A_c} \quad \dots\dots (6)$$

ここに A_c : 換算断面積 (コンクリート+鉄筋)

$$M_1 = I (\sigma_c + \sigma_{cN}) / y \quad \dots\dots (7)$$

ここに σ_c : コンクリートの引張強度

I : 全断面有効の断面2次モーメント ($=I_g$)

$$M_1 / N_2 = \beta$$

$$M_1 = \beta \cdot N_1 \quad \dots (8)$$

(6), (7), (8) 式より

$$\beta \cdot \sigma_{CN} \cdot A_c = I (\sigma_c + \sigma_{CN}) / y$$

$$\beta \cdot \sigma_{CN} \cdot A_c \cdot y = I \sigma_c + I \sigma_{CN}$$

$$\therefore \sigma_{CN} = \frac{I \cdot \sigma_c}{(\beta \cdot A_c \cdot y - I)} \quad \dots (9)$$

(6), (8), (9) 式より

$$N_1 = \frac{I \cdot \sigma_c}{(\beta \cdot A_c \cdot y - I)} \cdot A_c$$

$$M_1 = \frac{I \cdot \sigma_c}{(\beta \cdot A_c \cdot y - I)} \cdot A_c \cdot \beta$$

ii) 軸力が引張の場合

$$\sigma_{CN} = \frac{N_1}{A_c} \quad \dots (10)$$

$$M_1 = I (\sigma_c - \sigma_{CN}) / y \quad \dots (11)$$

ここに σ_c : コンクリートの引張強度

$$M_1 / N_1 = \beta$$

$$M_1 = \beta \cdot N_1 \quad \dots (12)$$

(10), (11), (12) 式より

$$\beta \cdot \sigma_{CN} \cdot A_c = I (\sigma_c + \sigma_{CN}) / y$$

$$\beta \cdot \sigma_{CN} \cdot A_c \cdot y = I \sigma_c - I \sigma_{CN}$$

$$\sigma_{CN} (\beta \cdot A_c \cdot y + I) = I \cdot \sigma_c$$

$$\therefore \sigma_{CN} = \frac{I \cdot \sigma_c}{(\beta \cdot A_c \cdot y + I)} \quad \dots (13)$$

(10), (12), (13) 式より

$$N_1 = \frac{I \cdot \sigma_c}{(\beta \cdot A_c \cdot y + I)} \cdot A_c$$

$$M_1 = \frac{I \cdot \sigma_c}{(\beta \cdot A_c \cdot y + I)} \cdot A_c \cdot \beta$$

④ I_{cr} の算定方法

I_{cr} はひびわれ発生時の引張部のコンクリートを除いた断面 2 次モーメントであり (14) 式により求まる。

$$I_{cr} = [k^3 / 12 + k (a - 0.5 \cdot k)^2 + n \cdot P (1 - a)^2] b \cdot d^3 \quad \dots (14)$$

ここに I_{cr} : ひびわれ発生時の引張部のコンクリートを除いた断面 2 次モーメント

kd : 圧縮縁から中立軸位置までの距離 (X)

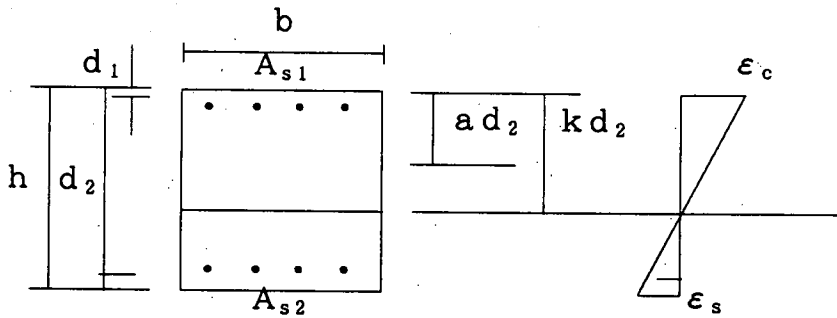
ad : 圧縮縁から図心位置までの距離

d : 有効高さ

P : 鉄筋比

b : 幅

ka の算出については③の $M_1 N_1$ (ひびわれ発生時の断面力) を用いて RC 計算を行った時に求まる X を用いる.



※ ad_2 : 圧縮縁から圧縮領域 (コンクリート圧縮鉄筋) と引張鉄筋より求まる換算断面の重心位置までの距離

kd_2 : 中立軸までの距離

A_{s1} : 圧縮側鉄筋量

A_{s2} : 引張側鉄筋量

d_1 : 圧縮鉄筋筋までの距離

d_2 : 引張鉄筋筋までの距離

$$k = x / d_2$$

$$\alpha = \left| \frac{bx^2/2 + nA_{s1}d_1 + nA_{s2}d_2}{bx + nA_{s1} + nA_{s2}} \right| \times \frac{1}{d_2} \quad \dots\dots (15)$$

$$\therefore I_{cr} = \left| \frac{k^3}{12} + k(\alpha - 0.5 \cdot k)^2 + n \cdot \left| \frac{A_{s2}}{bd_2} \right| \cdot (1 - \alpha^2) \right| \cdot b \cdot d_2^3 \quad \dots\dots (16)$$

B. 軸剛性

軸剛性は換算断面積 (A_{eff}) に部材の弾性係数 (E_0) を掛け合わせて求める. この時の換算断面積 (A_{eff}) は以下の算定式を解くことにより求まる x_{eff} に部材幅 (b) を掛け合わせることにより求まる.

$$I_{\text{eff}} = \frac{b \cdot x_{\text{eff}}^3}{12} + \frac{b \cdot x_{\text{eff}} \cdot n \cdot A_s}{b \cdot x_{\text{eff}} + n \cdot A_s} \times \left(d - \frac{x_{\text{eff}}}{2} \right)^2 \quad \dots (17)$$

ここに I_{eff} : 換算断面 2 次モーメント (A. の曲げ剛性の算定より求まる)

b : 部材幅

d : 有効高さ

h : 弾性係数比

A_s : 引張側鉄筋量

(2) 中立軸が部材断面外にある場合（全断面引張状態）の断面剛性の算定方法

A. 曲げ剛性

曲げ剛性 ($E I_{\text{eff}}$) は曲率 ($1/\rho$) と発生曲げモーメント (M) を用いて (18) 式により算出する。

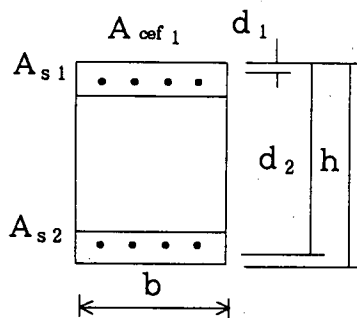
部材の曲率 ($1/\rho$) については上段下段の鉄筋の平均ひずみを各々 CEB 式に従い算定しこの平均ひずみの差分から求める。

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E \cdot I_{\text{eff}}} \quad \dots\dots (18)$$

以下に曲率 ($1/\rho$) の算定方法を示す。

① コンクリートの有効引張断面積 (A_{cef}) の算定

コンクリートの有効引張断面積 (A_{cef}) は以下のように定義できる。



・ A_{s1} についての A_{cef}

$$A_{\text{cef1}} = 2 \cdot d_1 \cdot b$$

・ A_{s2} についての A_{cef}

$$A_{\text{cef2}} = 2 \cdot (h - d_2) \cdot b$$

② ひびわれ発生直後の鉄筋応力度 (σ_{sc}) の算定

ひびわれ発生直後の鉄筋引張応力度 (σ_{sc}) の算定にはコンクリート断面の引張応力がコンクリートの引張強度に達した際にコンクリートに作用している軸引張力を用いて A_{s1} , A_{s2} について各々求める。

・ A_{s1} についての σ_{sc}

$$\sigma_{sc1} = (A_{\text{cef1}} \times \sigma_c) / A_{s1}$$

・ A_{s2} についての σ_{sc}

$$\sigma_{sc2} = (A_{\text{cef2}} \times \sigma_c) / A_{s2}$$

ここに σ_c : コンクリートの引張強度

③ 平均鉄筋ひずみ (ϵ_{sm}) の算定

平均鉄筋ひずみ (ϵ_{sm}) は CEB 式により求める。

部材に軸引張力が作用した時のひずみ分布は以下のようになりひびわれが生じている箇所では大きくその他の箇所では大きくその他の部分では小さい。



この時の部材の平均ひずみを ϵ_{sm} として CEB では以下のように定義している.

$$\epsilon_{sm} = \sigma_s / E_s \{ 1 - \beta_1 \beta_2 (\sigma_{sc} / \sigma_s)^2 \} \geq 0.4 \sigma_s / E_s \quad \dots (19)$$

ここに ϵ_{sm} : 平均鉄筋ひずみ

σ_s : 鉄筋応力度

E_s : 鉄筋のヤング係数

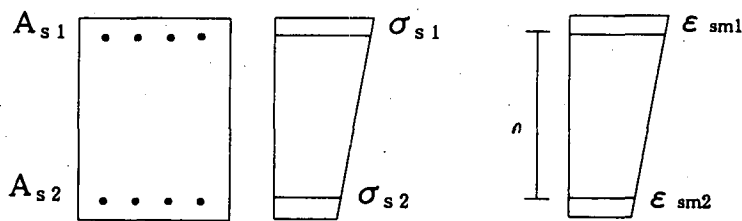
β_1 : 鉄筋の付着特性を示す係数 $1 / 2.5 k_1$
(異形鉄筋 0.4 丸鋼 0.8)

β_2 : 荷重の作用状態を示す係数

(初期荷重 $\beta_2 = 1$ 持続又は繰返し $\beta_2 = 0.5$)

σ_{sc} : ひびわれ発生直後の鉄筋応力度

$\sigma_{sc1} \sigma_{sc2} \sigma_{s1} \sigma_{s2}$ より (32) 式を用いて $\epsilon_{sm1} \epsilon_{sm2}$ を求める.



④ 曲率 ($1 / \rho$) は③より求められた $\epsilon_{sm1} \epsilon_{sm2}$ 及び鉄筋間の距離 l (上記参照) より以下のように求められる.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\epsilon_{sm1} - \epsilon_{sm2}}{l}$$

⑤ 曲げ剛性 ($E I_{eff}$) の算定

④より求められた曲率と発生曲げモーメントから剛性低下後の曲げ剛性 (E_{leff}) は以下の通りである.

$$E_{\text{leff}} = M \cdot \rho \quad \dots\dots (20)$$

B. 軸剛性

全断面引張の際の軸剛性は初めに CEB 式により ϵ_{sm} (平均鉄筋ひずみ) を求める. この ϵ_{sm} の算定方法を以下に示す.

$$\epsilon_{\text{sm}} = \sigma_s / E_s \{ 1 - \beta_1 \beta_2 (\sigma_{\text{sc}} / \sigma_s)^2 \} \geq 0.4 \sigma_s / E_s \quad \dots\dots (21)$$

ここに ϵ_{sm} : 平均鉄筋ひずみ

σ_s : 鉄筋応力度

E_s : 鉄筋のヤング係数

β_1 : 鉄筋の付着特性を示す係数 $1 / 2.5 k_1$
(異形鉄筋 0.4 丸鋼 0.8)

β_2 : 荷重の作用状態を示す係数

(初期荷重 $\beta_2 = 1$ 持続又は繰返し $\beta_2 = 0.5$)

σ_{sc} : ひびわれ発生直後の鉄筋応力度

ここで求まる ϵ_{sm} より以下の式が求められる.

$$P = E \cdot A_{\text{eff}} \cdot \epsilon_{\text{sm}} \quad (E \cdot \epsilon_{\text{sm}} = \sigma)$$

$$E \cdot A_{\text{eff}} = \frac{P}{\epsilon_{\text{sm}}} \quad (\text{剛性低下後の軸剛性}) \quad \dots\dots (22)$$

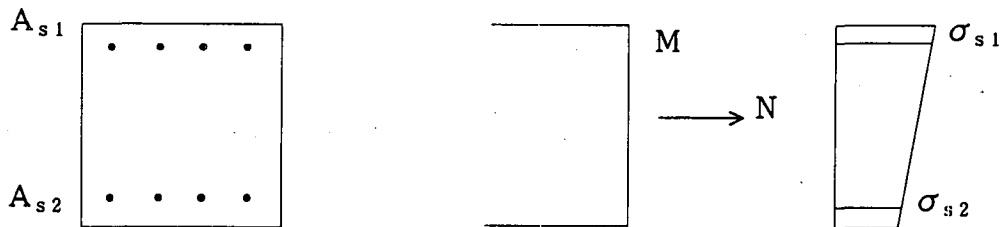
本来全断面引張の箇所には軸引張力以外に曲げモーメントも作用しているが実際には曲げモーメントに比べ軸引張力が卓越していることから (Viii) 式は以下のように考えることができる.

$$E \cdot A_{\text{eff}} = \frac{N}{\epsilon_{\text{sm}}}$$

ここで (21) 式の各定数の求め方を以降に示す.

① σ_s の算定方法

σ_s は部材に荷重が作用した時に発生する断面力 (曲げモーメント軸力) を用いて RC 計算により求まる鉄筋の引張応力度である.



ここで全断面引張の場合断面の各鉄筋には引張応力度 (σ_{s1} σ_{s2}) が発生するが (21) 式に用いる応力度はその平均値とする。

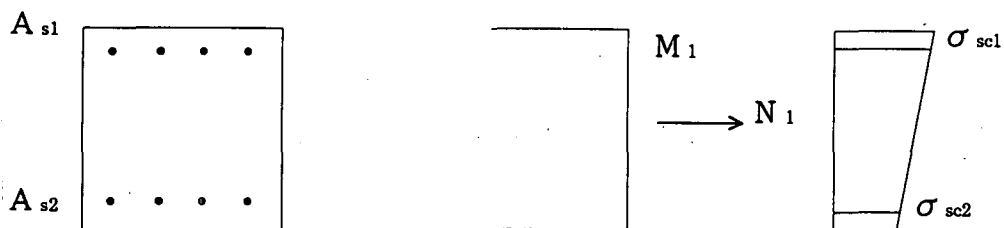
$$\sigma_s = (\sigma_{s1} + \sigma_{s2}) / 2$$

① σ_{sc} の算定方法

σ_{sc} はひび割れ発生直後の鉄筋応力度である。コンクリートの縁の応力が引張強度に達する時の断面力を用いて RC 計算を行って求める。

断面力の算定では $\sigma_{s,cr}$ 算定の時と同様に初期状態からの全ての荷重が作用した状態まで断面力の曲げモーメントと軸力の比が一定と仮定する。

RC 計算後のひずみ分布は全断面引張状態となり鉄筋の引張応力度も σ_{sc1} σ_{sc2} が存在する。



(21) 式 σ_{sc} には σ_{sc1} σ_{sc2} の平均値を採用する。

$$\sigma_s = (\sigma_{sc1} + \sigma_{sc2}) / 2$$

(3) 中立軸が部材断面外にある場合（全断面圧縮状態）の断面剛性の算定方法

A. 曲げ剛性

全断面圧縮の場合には全断面有効としての曲げ剛性が期待できるため以下のように定義できる。

$$E_{\text{eff}} = E_0 I_0$$

B. 軸剛性

軸剛性についても曲げ剛性と同様に全断面有効としての軸剛性が期待できるため以下のように定義できる。

$$E_{\text{eff}} = E_0 A_0$$

【参考文献】

- 1) 堺孝司, 角田与史雄, 能町純雄: Branson 式の拡張による曲げと軸力を受ける RC 部材の曲げ剛性の評価, 土木学会第 34 回年次学術講演会, 1979 年 10 月.
- 2) 金津努, 青柳征夫, 遠藤達巳: 曲げおよび軸力拘束を受ける RC 部材の剛性評価に関する一考察, 土木学会第 37 回年次学術講演会, 1982 年 10 月.

