

2 橋梁の非線形動的解析の現状

2.1 橋梁全体系解析の概要

(1) 耐震性の照査

規模の大きい地震が生じた場合には、構造部材の強度を向上させるだけで地震に抵抗するには限界があるため、構造部材が非線形領域に入っても適切な粘りをもたせ、エネルギー吸収性能を高めることにより構造部材に生じる損傷を限定させる範囲にとどめ、同時に構造系全体としての崩壊を防止することが重要である。耐震設計上は、安全性、供用性、修復性を確保する必要があり、橋脚、橋台、基礎、支承部、落橋防止システムなど地震の影響が支配的な構造部材に対して、モデル化および照査方法などを配慮して耐震性の照査を行う必要がある。

また、鋼構造の耐震性を照査する場合、構造形式として、連続高架形式橋梁（タイプBのゴム支承を用いた地震時水平力分散構造を有する橋、免震設計を採用した橋など）、ラーメン橋、曲線桁橋、斜張橋、吊り橋、上・中路式アーチ橋などさまざまな形式がある。その中で、設計振動単位が1基のコンクリート充填された鋼製橋脚ならびに基礎構造からなる場合を除き、いずれも地震時の挙動が複雑な橋に位置づけられることから、動的解析による照査が必要となる。標準的な耐震設計の流れは図-2.1.1に示されるとおりである。

(2) 設計地震動

橋の耐震設計における設計地震動として、道路橋示方書V耐震設計編などによれば、レベル1地震動とレベル2地震動の2つのレベルでの設計地震動が設定される。レベル1地震動では、震度法を基本とした設計を行い、レベル2地震動では、構造物の地震時挙動の複雑さに応じて、地震時保有水平耐力法および動的解析法が適用される。

レベル1地震動およびレベル2地震動は、原則として、建設地点の地盤条件、建設地点周辺の地震活動度、断層、地下構造、既往の強震記録をもとに設定する必要があるが、過去の地震観測記録や地震活動、断層の特性などすべてが明らかとなっていないのが現状である。建設地点においてこのような記録が十分でなく、設計地震動の設定が困難と判断される場合には、各種基準および計算例に示される強震記録を参照し、使用するのが好ましい。

また、基礎および基礎周辺地盤を同時に考慮した解析を実施する場合、基盤波形が必要となる。しかしながら、レベル2を越える地震動に対して、生じえる最大の断層変位など未解明な点が多く、これを定量的に設定することが難しい面がある。ただし、1999年に発生したトルコのコジャリエ地震や台湾の集集地震では、5mから10mにも及ぶ極めて大きな断層変位により、橋桁が落下した被災事例もあり、これらの点を踏まえた今後の調査研究が必要である。

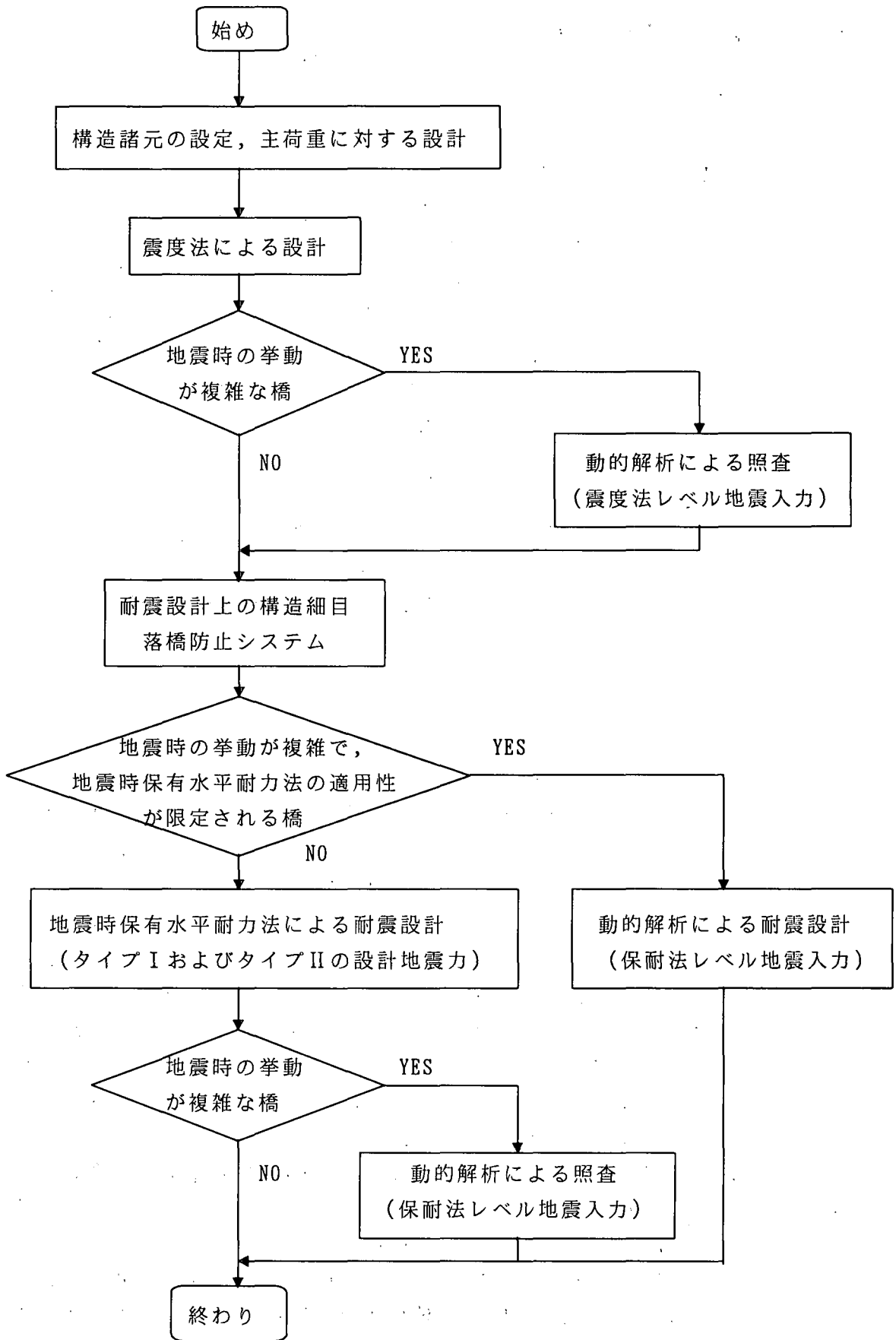


図-2.1.1 耐震設計の標準的な流れ

(3) 構造部材のモデル化の基本

鋼部材のモデル化の手法として、現在一般に行われているFEMやファイバーモデルの他、断面性能をより簡便に評価できるM- ϕ モデルの導入も配慮し、材料非線形および幾何学的非線形挙動の影響（限界ひずみあるいは曲率の設定法、2軸曲げ、軸力変動、せん断変形、P- Δ 効果の考慮の有無、曲げとせん断の組み合わせ耐力評価法など）を明確にして、より合理的な計算手法を確立する必要がある。

また、現在使用されている鋼材の復元力特性（骨格曲線および履歴ルール）は、交番繰返し载荷実験に基づく水平作用力-水平変位の関係を基盤として構築されているものが大半である。しかしながら、兵庫県南部地震で生じたような大きな地震動では、比較的片振り载荷挙動を示す例が多く、その場合の履歴ルールは十分に把握されていない。よって、これらの設定にあたっては、さらに実験的な裏付けをもとにして研究を進める必要がある。また、実構造規模での解析にあたっては、初期不整、残留応力の設定が地震時の非線形応答値に与える影響についても検討すべきである。

鋼部材に対して限界状態の評価手法を適用するにあたり、ぜい性破壊を防止できる範囲において、断面耐力、構造全体の耐力および変形性能評価法の確立が不可欠である。この際、局部座屈が生じた断面の座屈後の挙動を把握することが重要であり、構造全体の耐力、変形性能評価に大きく影響する。座屈パラメータによっては、鉄筋コンクリート断面の終局状態後の挙動とは異なり、極度に断面耐力が低下する場合も配慮して終局状態を設定する必要がある。

また、既往の実験結果はその多くが橋脚基部における提灯座屈およびダイヤモンド座屈を伴ったものである。しかしながら、断面性能によっては梁部の腹版などにおいてせん断座屈モードが発生する可能性もあり、部位別にその構造諸元をもとに座屈モードの判定法および曲げとせん断力による断面耐力評価法の確立も必要である。

(4) 連続高架橋形式の全体系解析でのモデル化および留意点

ここでは連続高架形式による橋梁を対象として、簡易的に耐震性を照査する際のモデル化に関する考え方の一例を示す。

連続高架形式のモデル化として、

- ・耐震設計上複数の下部構造とそれが支持している上部構造部分からなる全体系モデルを用いる場合
- ・耐震設計上1基の下部構造とそれが支持している上部構造部分からなる部分構造モデルを用いる場合

に2分でき、幾つかの要因によりいずれかの方法に分類できると考えられる。考えられる要因を各部位別に表-2.1.1に示す。

表-2.1.1 連続高架橋形式橋梁のモデル化の分類

各部位の条件	全体系モデルが適している	1基の橋脚および基礎でモデル化が可能
上部構造	<ul style="list-style-type: none"> 各スパン長が異なる。 各スパン毎の断面剛性および重量が異なる（例えば、一部に拡幅部があったり、インターチェンジ付近に位置する）。 	<ul style="list-style-type: none"> 各スパン長がほぼ同一。 各スパン毎の平均的な断面剛性および重量がほぼ同一。 死荷重による支点反力のバランスがとれている。
橋脚	<ul style="list-style-type: none"> 各橋脚高さが異なる。 各橋脚の断面性能やコンクリート充填高が異なる。 各橋脚の周期特性が異なる（水平1次の周期が必ずしも卓越せず、複数個の卓越モードを有する橋脚が存在する）。 橋台が設計振動単位に含まれる。 	<ul style="list-style-type: none"> 地震時保有水平耐力法レベルでの各橋脚の1次周期および保有耐力を算出し、ほぼ同一であると判断できる。
支承構造	<ul style="list-style-type: none"> 各支承タイプが異なる。 各支承構造の諸元（等価バネ定数等）が異なる。 	<ul style="list-style-type: none"> 各支承タイプおよび構造諸元がほぼ同一である。
基礎構造および地盤条件	<ul style="list-style-type: none"> 各下部構造での地盤種別が異なる。 各基礎形式が異なる。 	<ul style="list-style-type: none"> 設計基盤面においてほぼ均一地盤上で支持されている。
その他	<ul style="list-style-type: none"> 地震時水平反力分散ゴム支承を有する橋梁の等価線形化法による解析が限定される。 	

ここで、例えば地震時水平反力分散ゴム支承を有する橋梁の耐震設計にあたっては、各橋脚の非線形性による応力分配効果を考えると、各橋脚の上部構造反力および支承部、下部構造の構造諸元にほとんど差がない場合のみ1基の下部構造でのモデル化が可能であり、各橋脚の構造諸元などにばらつきがある場合は、橋梁全体系をモデル化し、応力分配効果を反映するのが望ましいと考えられる。

また、表-2.1.2に全体系モデル化を行う際の留意点を示す（次節以下に詳述）。ここでは、橋梁全体系のモデル化にあたり、上部構造、支承部、下部構造（橋脚および基礎）のバランスのとれたモデリングを行うことが必要となる。また、レベル2地震動を対象とした場合、各部位の非線形性を考慮する際に、どの部位に主たる塑性エネルギーを吸収させ、また余裕度をみるかも配慮することが必要となる。

表-2.1.2 全体系モデルにおける各部位のモデル化の留意点

	モデル化の留意点
上部構造	<ul style="list-style-type: none"> ・ 1本の梁またはトラス要素でのモデル化が可能。橋軸方向，橋軸直角方向で水平力作用位置の設定に注意を払う必要がある。また地震時発生断面力を配慮して，軸方向の要素分割はラーメン構造でない限り均等で10分割程度で十分である。 ・ 橋軸直角方向の場合は，弾性曲げ応答範囲内であることを確認する。
橋脚	<ul style="list-style-type: none"> ・ ファイバー要素あるいはM-ϕ型非線形梁要素でモデル化する。回転角，曲率の変化が大きい脚基部は細分割することで精度を高めることができる。 ・ コンクリート充填橋脚，コンクリート未充填橋脚ともに許容値（限界ひずみあるいは限界ひずみ時モーメント）を設定し照査を行う。
支承構造	<ul style="list-style-type: none"> ・ 水平方向（橋軸方向，橋軸直角方向）に対し，バネ要素を用いて，桁と橋脚を結合する。 ・ ゴム支承の許容ひずみに対する照査を行う。 ・ 鉛直方向に対しては，桁下端部と橋脚天端での変位は同一とする。剛体要素あるいは MPC 結合により連結する。
基礎構造	<ul style="list-style-type: none"> ・ 周辺地盤の影響を考慮し，フーチング底面において基礎の剛性と併せて，集約バネとしてモデル化する（道示V）。 ・ あるいはSRモデルを用いて，地盤・基礎の影響を簡便かつ的確に評価することができる。 ・ また，基盤から地震波系を入力して地盤との相互作用を考慮する場合は，基礎構造は梁要素などに置換し，非線形性を考慮したモデル化を行う。杭基礎などの場合，杭頭部において曲率の変化が大きくなるため，細分割することが望ましい。
地盤	<ul style="list-style-type: none"> ・ 地盤と地下構造物との相互作用を考慮する場合，PenzenモデルあるいはFEMによりモデル化する。設計基盤面までの深さと橋脚のスパン長とあわせて，モデル化方法を選択する。 ・ 設計レベルでは，全応力解析とし，R-0モデル，H-Dモデルでせん断応力の非線形性のみを考慮するのが一般的である。
落橋防止構造	<ul style="list-style-type: none"> ・ 一般的には支承位置と落橋防止装置の遊間を考慮してモデル化に反映する。詳細の解析を行う場合，桁部と橋脚天端の相対変位が遊間長に達した後水平力を受け持つバネ要素を取り付ける。

2.2 上，下部構造のモデル化

本節では，高架形式の鋼桁橋を想定して，橋梁の上部構造と下部構造を多質点系の骨組モデルで表現する方法について述べる．ここでは上部構造を弾性部材として取扱っているが，塑性化する場合については下部構造の項で述べる方法と基本的に同様な取扱いを行う必要がある．

2.2.1 上部構造

(1) 多質点骨組系の構成

主桁，横桁，床版等からなる桁橋の上部構造は，通常，線形部材として取り扱われ，図-2.2.1に示すような1本線や格子状の骨組にモデル化される．動的解析モデルにおいて節点数が多くなる（計算時間がかかる）格子モデルをあえて採用する必然性は高くないのであるが，2主桁程度であればデータ作成の手間を省くために静的設計時の格子桁モデルをそのまま流用することが多い．

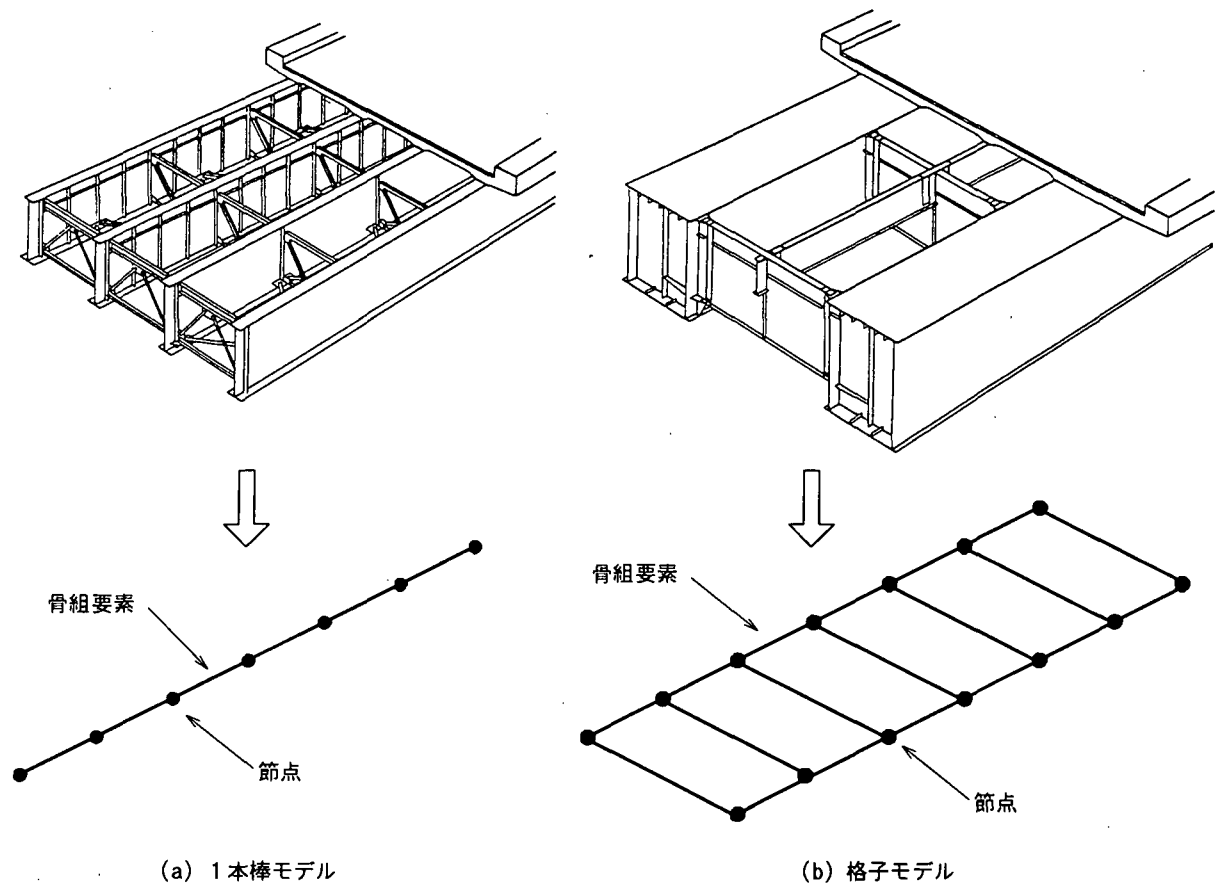


図-2.2.1 多質点骨組モデルの構成

骨組線は断面の重心位置にとるのが原則である．ただし，[道路協会,1996a]の下部構造に対する地震時水平力の作用位置に関する解説を援用して，斜橋や下路橋を除き，コンクリート床版の下面に骨組線をとることも行われる．

上部構造の慣性質量は，通常，極慣性を無視した集中質量で表される．とくに整合質量を用いる必要性はない．慣性質量を付加する1径間あたりの節点数には，

[AASHTO,1996]の記述で3点程度、或いは国内の慣用として曲げ3次モードを表現できる程度(5点以上)という目安があり、静的設計で用いるモデルよりはかなり少ない節点数で差し支えない。これは上部構造の質量分布が橋梁全体系の地震応答にあまり影響を及ぼさないためであり、なるべく上部構造の節点数を減らして計算時間の短縮を計ることも一つの方策である。

(2) 断面定数算定にあたっての留意点

上部構造を線形部材としてモデル化する場合、用いる断面定数は通常の構造設計時の値と大きく異なることはなく、おおむね静的設計時の値を流用することができる。断面定数の算定にあたって多少注意が必要な点は、コンクリート床版と鋼桁の合成作用の考え方と、桁全体のねじり定数の算定方法の2点である。

コンクリート床版は、橋梁形式が合成桁か非合成桁かに関わらず、全断面有効の完全合成としてモデル化することが普通であった。しかし、L2地震に対する設計が本格的に導入されるに伴い、非合成桁では付着を考慮しないとしたり、橋軸/橋軸直角曲げで合成/非合成の扱いを変える例も見られるようになってきている。なおその際の判断基準は、静的設計(地震時保有水平耐力法を含む)時に安全側となることに置く場合が多い。いずれにしる大地震時の床版の合成作用の考え方は統一されているとは言えず、個々の橋梁について設計技術者が工学的な判断を行っているのが現状である。

他方、多主桁橋では、厳密なねじり剛性を求めることが困難であるため、1本線モデルを用いる場合は以下のような方法で桁全体のねじり定数を求めることが行われている。

① 鈹桁橋は、床版を含めた薄肉閉断面はりとしてねじり定数を算出する。

② 下横構を有する鈹桁橋は閉断面として挙動するので、後述の疑似箱桁断面に置換してねじり定数を算出する。

③ 箱桁橋は、主桁と床版のねじり定数を単純和とするか、鋼箱断面の上に等幅の床版部分を加えた矩形閉断面としてねじり定数を算出する。

そりねじりについては一般に無視されることが多い。

質量分布と同様、断面定数も橋梁全体系の地震応答に及ぼす影響は小さいので、一般には上述したいずれの算定方法をとっても、解析結果に大きな違いを生じることはないと考えられる。

(3) コンクリート床版を有する鈹桁橋の断面定数

旧示方書([道路協会,1990])の参考資料(固有周期および慣性力の算定例)にコンクリート床版を有する鈹桁橋の断面定数の算定方法が掲載されている。ここでは橋梁形式が合成桁か非合成桁かに拘わらず床版と主桁を完全合成とし、床版は全断面有効として、ねじりに対して開断面として挙動するものとしている。現在でもこの考え方が上部構造のモデル化の基本となっていることから、参考のため以下に断面2次モーメントとねじり定数の算定式を示しておく。

$$I = I_{sc} + I_G \quad (2.2.1)$$

$$I_{sc} = \frac{1}{12n_E} BH^3 \quad (2.2.2)$$

$$I_G = \sum_{i=1}^m A_G x_{Gi}^2 \quad (2.2.3)$$

ここで、

I : コンクリート床版を有する桁橋の断面 2 次モーメント

I_{sc} : 床版部分の鋼換算断面 2 次モーメント

I_G : 主桁部分の断面 2 次モーメント

B : 床版厚

H : 床版幅

n_E : 鋼とコンクリートのヤング係数比

A_G : 主桁 1 本あたりの断面積

x_{Gi} : 中立軸から主桁 i までの距離

m : 主桁本数

$$J = J_{sc} + J_G \quad (2.2.4)$$

$$J_{sc} = \frac{1}{3n_G} HB^3 \quad (2.2.5)$$

$$J_G = \frac{m}{3} (2B_f t_f^3 + h_w t_w^3) \quad (2.2.6)$$

ここで、

J : コンクリート床版を有する鋼桁橋のねじり定数 J

J_{sc} : 床版部分の鋼換算のねじり定数

J_G : 主桁部分のねじり定数

n_G : 鋼とコンクリートのせん断弾性係数比

B_f : 主桁のフランジ幅

t_f : 主桁のフランジ板厚

h_w : 主桁のウエブ高

t_w : 主桁のウエブ板厚

(4) 疑似箱桁断面のねじり定数

下横構を有する鋼桁橋はねじりに対して閉断面的に挙動するため、この種の橋梁でねじれ変形を生じることが予想される場合には、開断面として求めたねじり定数を用いるのは適当でない。このような場合にねじり定数を算出する方法としては横構を等価な薄板に換算する疑似箱桁理論が古くから知られている([小松定夫, 1969], [鋼構造協会, 1992])。それによれば図-2.2.2 に示すように鋼桁に対する疑似箱桁を想定して次式からねじり定数が求められる。

$$J = \frac{4(bh)^2}{\sum_i \frac{1}{t_i}} + \frac{1}{3} \sum_i l_i t_i^3 \quad (2.2.7)$$

ここで、

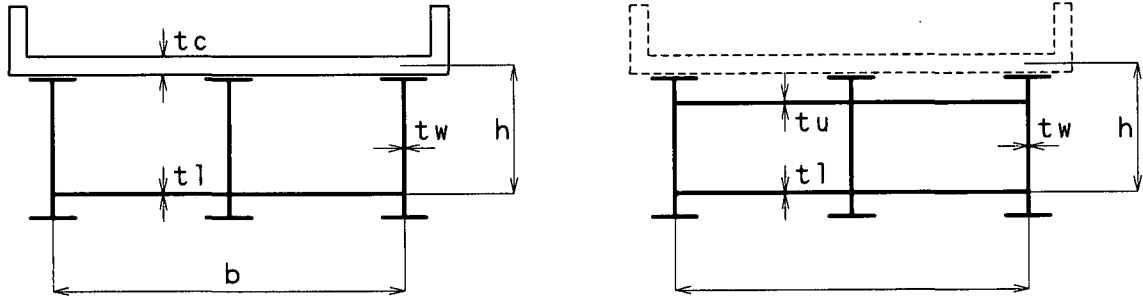
b : 疑似箱桁の板厚中心幅

h : 疑似箱桁の板厚中心高

t_i : 疑似箱桁の区間 i の換算板厚

l_i : 疑似箱桁の区間 i の長さ

このとき、代表的なトラス構面の換算板厚式は表-2.2.1のように与えられる（[小松定夫, 1975]）。



(a) 合成とみなす場合

(b) 非合成とみなす場合

図-2.2.2 疑似箱桁断面

表-2.2.1 板厚換算式

トラス構面	板厚換算式
	$\frac{E}{G} \frac{h\lambda}{d^3} \frac{1}{A_d}$
	$\frac{E}{G} \frac{h\lambda}{d^3} \frac{1}{2A_d}$
	$\frac{E}{G} \frac{h\lambda}{2d^3} \frac{1}{A_d}$
	$\frac{E}{G} \frac{h\lambda}{d^3 + \frac{h^3}{A_v}}$
	$\frac{E}{G} \frac{h\lambda}{\frac{2d^3}{A_d} + \frac{h^3}{4A_v}}$

2.2.2 下部構造

(1) 多質点骨組系の構成

下部構造のうち、地震時に弾性ないし弾塑性変形を生じるのはほぼ橋脚に限定できるので、ここでは図-2.2.3に示すようなT型橋脚を想定して多質点骨組の構成方法を述べる。

節点配置については、解析上不可欠な節点として、①橋脚天端、②横梁重心、③柱脚上端、④柱脚下端（フーチング上面）、⑤フーチング重心、⑥地盤バネの取付点（フーチング下面）が挙げられる。これらは線形モデルの節点位置（[道路協会,1990]）ともほぼ共通する。これらのほか柱脚の断面変化点などにも節点を設けるとともに、塑性化が予想される柱脚の部分について弾塑性変形を適切に表現できるように節点分割を行う。分割の目安としては、M ϕ 要素による鉄筋コンクリート橋脚（以下、RC橋脚）の非線形動的解析例（[道路協会,1995]）に従って、要素長0.5mとすることが多いようである。これは断面高さの約14%にあたり、RC橋脚の塑性ヒンジ長の範囲（[道路協会,1996]）も考慮すると、断面高さの10~20%ぐらいが要素長の一般的な目安となる。

慣性質量は、横梁と脚柱については上部構造とほぼ同様の扱いでよいが、フーチングについては極慣性モーメントも付加することが望ましい。基礎の極慣性モーメントは、地盤の回転バネが比較的柔らかいと下部構造の振動モードに影響を及ぼしてひずみエネルギー比例減衰の値を変化させる場合がある。

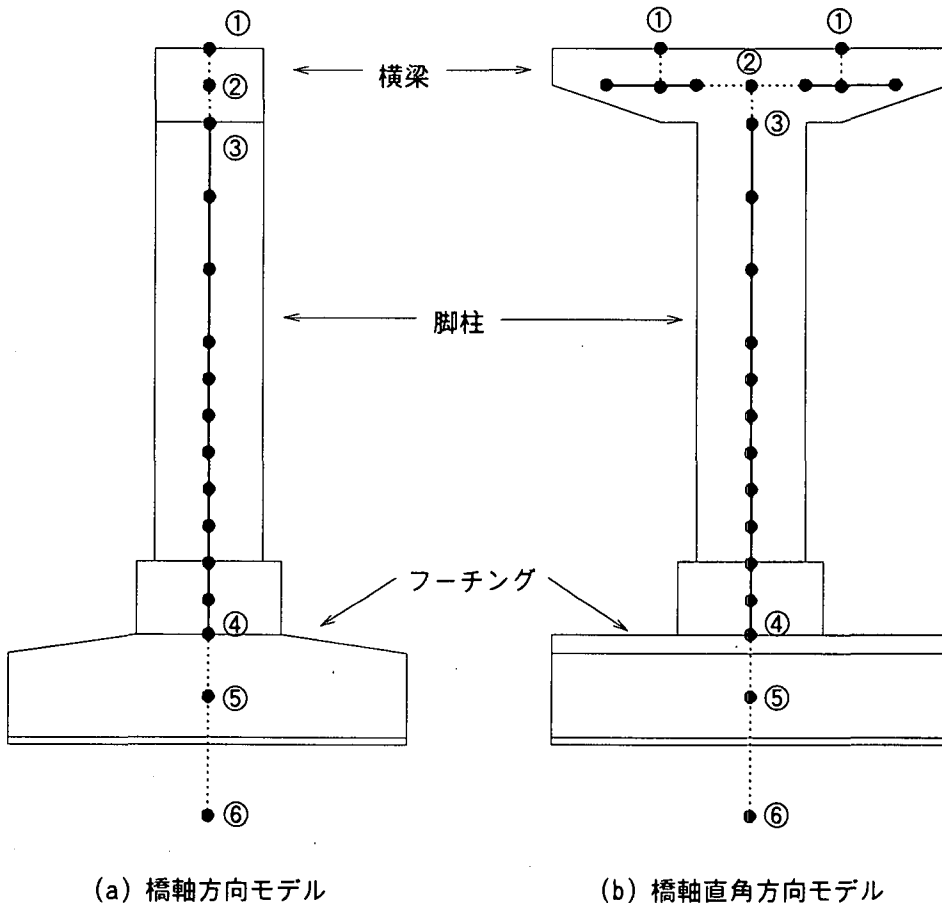


図-2.2.3 T型橋脚の骨組モデル

道路橋示方書に準拠した地盤バネを与えるには以下のような方法で行う。まず道路橋示方書（[道路協会,1996a], [道路協会,1996b]）によれば、フーチング下面における荷重と変位の関係は次式で与えられる。ただし耐震設計上の基盤面はフーチング下面に一致するものと仮定している。

$$\begin{bmatrix} A_{ss} & A_{sr} \\ A_{rs} & A_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_0 \\ M_0 \end{bmatrix} \quad (2.2.8)$$

ここで、

δ_0 : フーチング下面の水平変位

θ_0 : フーチング下面の回転角

H_0 : フーチング下面の水平力

M_0 : フーチング下面の回転モーメント

A_{ss} , A_{sr} , A_{rs} , A_{rr} : フーチング下面における地盤バネ定数

(基礎の形式により求め方が異なり、詳しくは2.3節を参照のこと)

しかし、式(2.2.8)の係数マトリクス(バネ定数)は非対角項をもつので1次元バネの組合せでは表現できない。そこで地盤バネを次式から算出した取付け位置とバネ定数の水平バネと回転バネに置き換えることにより、一般のプログラムにおいても道路橋示方書に準拠した地盤バネを表現することができる。

$$r = -\frac{A_{sr}}{A_{ss}} \left(= -\frac{A_{rs}}{A_{ss}} \right) \quad (2.2.9)$$

$$A_{ss}' = A_{ss} \quad (2.2.10)$$

$$A_{rr}' = A_{rr} - r^2 A_{ss} \quad (2.2.11)$$

ここで、

r : フーチング下面から地盤バネ取付け位置までの距離

A_{ss}' : 水平方向の地盤バネ定数

A_{rr}' : 回転方向の地盤バネ定数

(2) 非線形はり要素の種類と特徴

骨組の弾塑性解析に用いる代表的な非線形はり要素としてはMφ要素とファイバー要素がある。Mφ要素とは、図-2.2.4に示すように曲げモーメントMと曲率φの間に弾塑性関係を指定して、その勾配として与えられる曲げ剛性EIから時々刻々の剛性マトリクスを作成するものである。ここではヤング率と断面2次モーメントの区別は便宜的なものとなる。一方、ファイバー要素とは、図-2.2.5に示すように要素内に積分点を設けて、各時刻で算出される各点の応力、ひずみを数値積分することにより剛性マトリクスを作成するものである。弾塑性履歴特性は積分点の応力-ひずみ曲線に対して与えられる。詳しい内容については2.4節に譲るものとして、ここでは両者の特長と使用上の留意点を簡単に表-2.2.2にまとめておく。

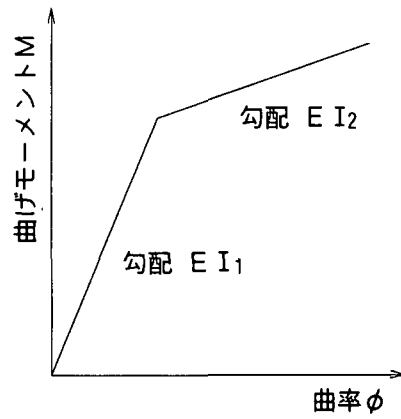


図-2.2.4 非線形 $M-\phi$ 関係における曲げ剛性

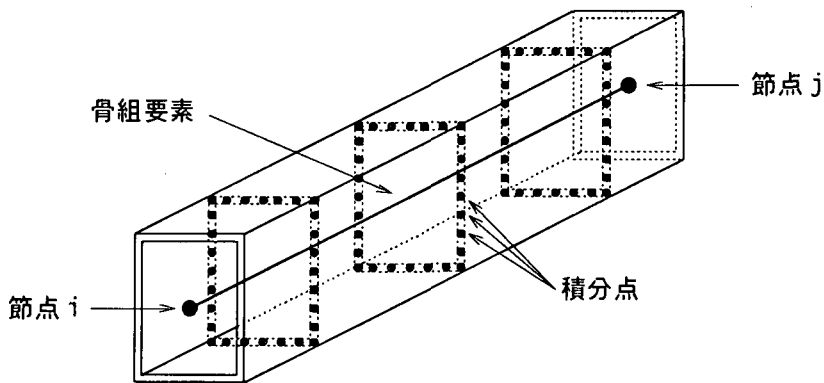


図-2.2.5 ファイバー要素とガウス積分点

表-2.2.2 $M-\phi$ 要素とファイバー要素の比較

	$M-\phi$ 要素	ファイバー要素
断面特性入力	<ul style="list-style-type: none"> 断面定数 弾性率 非線形 $M-\phi$ 関係 	<ul style="list-style-type: none"> 断面形状 積分点の位置 非線形応力ひずみ関係
二軸曲げ	<ul style="list-style-type: none"> 考慮できない 降伏の二軸相関を与えることにより対応 	<ul style="list-style-type: none"> 考慮できる
軸力変動	<ul style="list-style-type: none"> 考慮できない $M-N-\phi$ 相関を与えることにより対応 	<ul style="list-style-type: none"> 考慮できる
積分安定性	<ul style="list-style-type: none"> 比較的よい 	<ul style="list-style-type: none"> あまりよくない
計算時間	<ul style="list-style-type: none"> 比較的短い 	<ul style="list-style-type: none"> 比較的長い
要素長	<ul style="list-style-type: none"> 短くして要素両端での曲率差を小さくする必要あり 	<ul style="list-style-type: none"> 積分点を増せば長くとれるが精度的には要素長を短くしたほうが優れる

(3) 応力・ひずみ曲線に基づく $M-\phi$ 関係の算出法

非線形はり要素の $M-\phi$ 関係を算出する一般的な方法は、RC橋脚の降伏時（または終局時）の曲率と曲げモーメントを求める際に用いる方法と基本的に同一である（〔道路協会,1990〕）。この方法は、図-2.2.6のように断面を微小要素に分割して平面保持の仮定のもとに曲率 ϕ を与えて中立軸の位置を算出し、その時の応力分布から図心回りの抵抗モーメント M を求めるものである。この計算を ϕ を変えながら繰り返すことにより連続的な $M-\phi$ 曲線が得られる。この曲線をそのまま断面特性に反映することは困難であるので、 $M-\phi$ 関係は通常この曲線上の何点かを直線で結んだマルチリニア型の骨格曲線として与えられる。

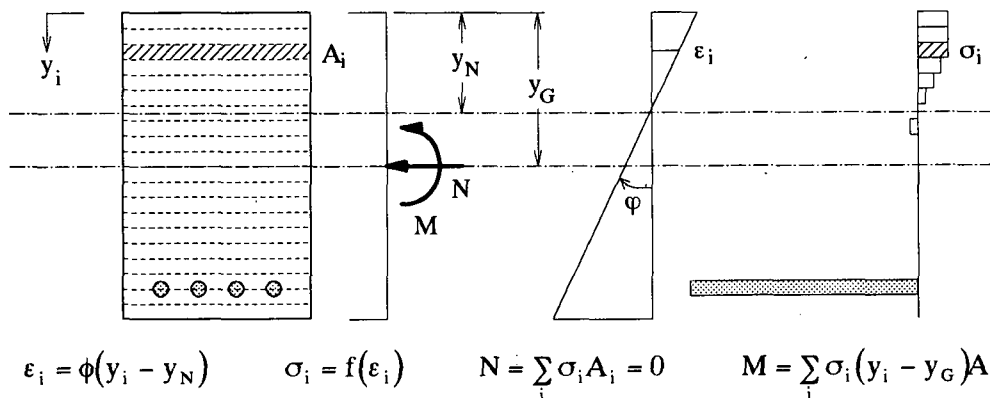


図-2.2.6 $M-\phi$ 曲線の算出方法

RC橋脚の $M-\phi$ 関係は、ひび割れ時、鉄筋降伏時、終局時（コンクリートが終局ひずみに到達）の3点で骨格曲線が定め、履歴特性として繰返し载荷による断面劣化の影響を考慮できる武田モデルを用いることが一般的である。またコンクリートを充填した鋼製橋脚では、鋼板降伏時および終局時（鋼板が終局ひずみに到達）の2点で定まるバイリニア型が用いられる。両者とも終局耐力を求める際の応力-ひずみ曲線（ $\sigma-\epsilon$ 曲線）が〔道路協会,1996a〕に与えられているので設計上の取扱いは統一されている。なお一般のRC部材ではコンクリートの $\sigma-\epsilon$ 曲線として〔土木学会,1996〕に掲載されるものを使用する。

一方、鋼製橋脚については、降伏時と終局時で定まるバイリニア型か、圧縮縁降伏時、引張縁降伏時、終局時で定まるトリリニア型が用いられる。しかし鋼部材では局部座屈が発生すると平面保持の仮定が成り立たなくなることは明らかであることから、その終局ひずみを一意に定義することは困難であり、設計上の取扱いは定まっていない。そのため、〔北沢正彦,1997〕、〔村越潤,1998〕、〔寺山徹,1998〕、〔田嶋仁志,1998〕、〔船本浩二,1998〕、〔運上茂樹,1999〕などで鋼製橋脚の繰返し载荷実験結果との比較が行われており、補剛材の剛比 γ_1/γ_1^* 、 $\gamma_1/\gamma_{1,req}$ や幅厚比パラメータ R_F を変数とした終局ひずみや終局曲げモーメントの算出式が提案されている。そのほか一連の論文の中では、骨格曲線はバイリニア型よりトリリニア型としたほうがよい、あるいは $\sigma-\epsilon$ 曲線は完全弾塑性型ではなく $E/100$ （ E : ヤング率）程度の2次勾配をもつバイリニア型としたほうがよいといった知見が報告されている。

(4) 単柱の載荷実験結果に基づく M φ 関係の算出法

前述した方法が断面内の応力の釣合いから解析的に M φ 関係を求めたのに対し、[橋建協, 1998]では単柱の載荷実験結果から直接 M φ 関係を算出する方法が提案されている。それによれば、図-2.2.7に示すようなバイリニア型の M φ 関係と単柱の荷重-変位関係 (P δ 関係) の間には解析的に以下の関係式が成立する。

$$\frac{\delta_{pm}}{\delta_{em}} = 3 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \frac{\alpha}{1+\alpha} \right) \frac{\alpha}{1+\alpha} \frac{\phi_{pm}}{\phi_{em}} \quad (2.2.12)$$

$$P_m = (1+\alpha)P_y \quad (2.2.13)$$

$$\delta_m = \delta_{em} + \delta_{pm} = \mu \delta_y \quad (2.2.14)$$

ここで、

P_y, δ_y : 降伏時の荷重と変位

P_m, δ_m : 最大荷重時 (終局時または許容限) の荷重と変位

δ_{em}, δ_{pm} : 最大荷重時の弾性変位と塑性変位

ϕ_{em}, ϕ_{pm} : 最大荷重時の弾性曲率と塑性曲率

α : 降伏荷重と最大荷重の比に関する係数

μ : 最大荷重時の塑性率

そこで M φ 関係における降伏点 (M_y, ϕ_y) と α, μ を与えることにより、バイリニア型の M φ 関係が次式によって求められる。

$$M_m = (1+\alpha)M_y \quad (2.2.15)$$

$$\phi_m = \mu_\phi \phi_y \quad (2.2.16)$$

$$\mu_\phi = \frac{2(1+\alpha)^2}{\alpha(2\alpha+3)} \mu + 1 + \alpha - \frac{2(\alpha+1)^3}{\alpha(2\alpha+3)} \quad (2.2.17)$$

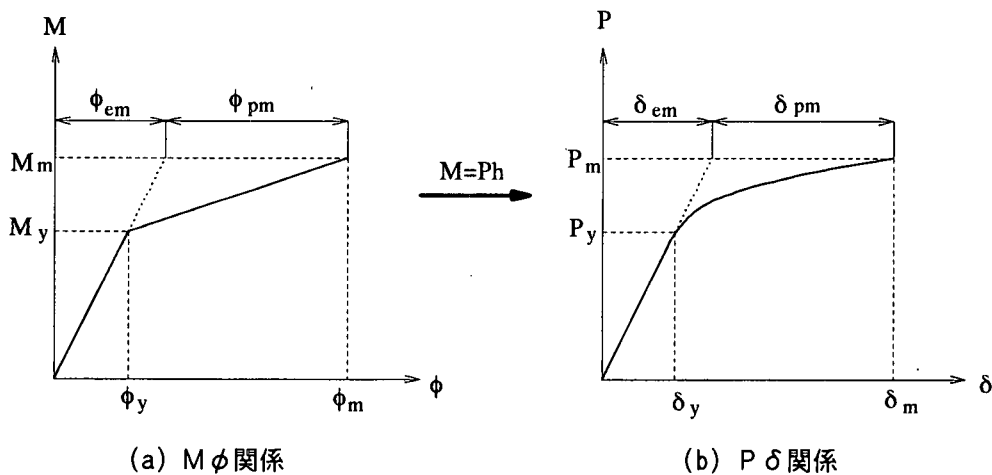


図-2.2.7 M φ 関係から P δ 関係への換算

ここで、

M_y, ϕ_y : 降伏時の曲げモーメントと曲率

M_m, ϕ_m : 最大荷重時の曲げモーメントと曲率

μ_ϕ : M の関係における最大荷重時の応答塑性率

[田嶋仁志, 1999]によれば, 矩形鋼製橋脚の P δ 曲線は次式のように与えられる (図-2.2.8 参照) .

$$\delta_{\max} = c_1 \delta_y \quad (2.2.18)$$

$$k_3 = -c_2 \frac{P_y}{\delta_y} \quad (2.2.19)$$

$$P_{\max} = c_3 P_y \quad (2.2.20)$$

$$c_1 = 10^{(0.78-0.61R_F)} \quad (0.3 \leq R_F \leq 0.5) \quad (2.2.21)$$

$$= 4.0 \quad (R_F \leq 0.3)$$

$$c_2 = 10^{(-1.75+1.38R_F)} \quad (0.3 \leq R_F \leq 0.5) \quad (2.2.22)$$

$$= 0.046 \quad (R_F \leq 0.3)$$

$$c_3 = 1.35 \quad (2.2.23)$$

ここで、

P_y, δ_y : 降伏時の荷重と変位

P_{\max}, δ_{\max} : 最大荷重時の荷重と変位

P_a, δ_a : 最大荷重の 90%における荷重と変位

k_3 : 図-2.2.8 に示される P δ 曲線の負勾配

R_F : 鋼製橋脚の幅厚比パラメータ

c_1, c_2, c_3 : 実験結果に基づいて定められた係数

これによると, P δ 関係を (P_y, δ_y) と (P_a, δ_a) の 2 点で定まるバイリニア型として,

$$\alpha = 1.35 \times 0.9 - 1 = 0.21$$

さらに R_F を与えることによって μ も求まるから, 式(2.2.15)~(2.2.17)によって直ちに M の関係が求められることがわかる.

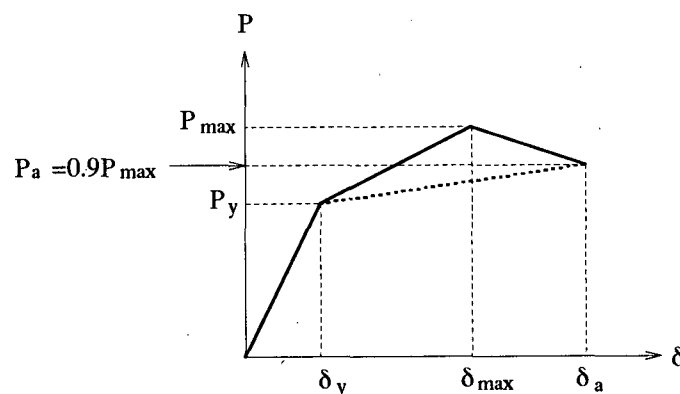


図-2.2.8 鋼製橋脚の P δ 関係

2.2.3 支承

(1) 骨組モデルにおける支承の表現

橋梁全体系の骨組モデルにおいて支承を表現する一般的な方法は、図-2.2.9に示すように支承の回転中心に二重節点を設け、ダミー部材を用いて上部構造と下部構造に結合することである。ここで、[道路協会,1996]に例示される支承部の拘束条件（表-2.2.3）を実現するには、当該2節点の結合要素を表-2.2.4 または表-2.2.5 のように選ばばよい。剛要素で結合される節点自由度は、一方を他方の従属自由度に設定しても同じ結果となる。免震支承の場合は、免震支承の特性に応じた非線形バネないしバネとダンパの組合せによって弾性要素を置き換えることにより、基本的に弾性支承と同様に取扱うことができる。

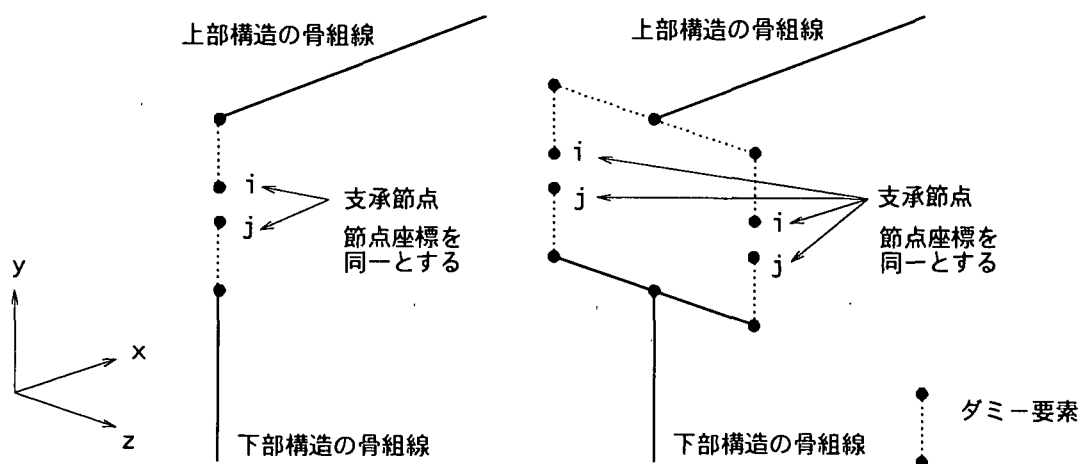


図-2.2.9 骨組モデルにおける支承の表現

表-2.2.3 道路橋示方書に例示される支承部の拘束条件

支承条件	橋軸方向 (x)	橋直方向 (z)	鉛直方向 (y)	橋軸回り (θ_x)	橋軸回り (θ_z)	鉛直回り (θ_y)
固定支承	拘束	拘束	拘束	拘束	自由	自由
可動支承	自由	拘束	拘束	拘束	自由	自由
弾性支承	バネ	バネ	拘束	拘束	自由	自由

表-2.2.4 二重節点の結合要素（橋軸直角方向の支承数を1つにする場合）

支承条件	x	y	z	θ_x	θ_y	θ_z
固定支承	剛要素	剛要素	剛要素	剛要素	なし	なし
可動支承	なし	剛要素	剛要素	剛要素	なし	なし
弾性支承	弾性要素	弾性要素	剛要素	剛要素	なし	なし

表-2.2.5 二重節点の結合要素（橋軸直角方向の支承数を複数にする場合）

支承条件	x	y	z	θ_x	θ_y	θ_z
固定支承	剛要素	剛要素	剛要素	なし	なし	なし
可動支承	なし	剛要素	剛要素	なし	なし	なし
弾性支承	弾性要素	弾性要素	剛要素	なし	なし	なし

斜橋や曲線橋では、支承の移動方向が全体座標系の座標軸と一致しないことが生じる。このような場合、前述の方法だけでは支承条件を表現できないので、以下に示す方法のいずれかを用いて拘束条件を満足させなければならない。

- ① 支承の節点自由度を拘束方向と座標軸が一致する局所座標系で定義し、二重節点を剛要素で結合する。
 - ② 支承の節点自由度間に多点拘束条件を適用して節点の運動方向を限定する。
 - ③ 支承を表す二重節点間の拘束方向に剛性が十分大きいバネ要素を挿入する。
- ③はどのプログラムでも使える最も汎用的な方法であるが、多少なりとも数値誤差を生じる原因となるので、①または②の機能が使用可能であればそちらを選択したほうが無難である。

(2) 積層ゴム支承のモデル化

弾性支承の代表的存在である積層ゴム支承はゴムと鋼板を積層して加硫接着した支承であり、鋼板によってゴムの横ひずみを拘束することにより高い鉛直剛性を得ている。力学モデルとしては、水平、鉛直、回転各方向にそれぞれ線形1次元バネが割り当てられる。

積層ゴム支承の水平バネ定数は次式から求められる（〔道路協会,1991〕）。

$$K_H = \frac{GA_R}{\sum t_e} \quad (2.2.24)$$

ここで、

K_H ：積層ゴム支承の水平バネ定数

G ：ゴムのせん断弾性係数

A_R ：ゴムの支圧面積

$\sum t_e$ ：ゴム厚の合計

表-2.2.4 などから判るように一般の解析で必要なのはこの水平バネ定数のみである。そこで鉛直方向と回転方向のバネ定数については以下に長方形断面の計算式を紹介するに留める。これらの式から求められる鉛直、回転バネ定数は、一般に水平バネ定数に比べて精度が悪いと言われている。

長方形断面の鉛直バネ定数は次式から求められる（〔道路協会,1991〕）。

$$K_V = \frac{E_A A_{R0}}{\sum t_e} \quad (2.2.25)$$

$$E_A = (3 + 6.58S^2)G \quad (2.2.26)$$

$$S = \frac{A_R}{2(a+b)t_e} \quad (2.2.27)$$

ここで、

K_V ：積層ゴム支承の鉛直バネ定数

E_A ：ゴムの見かけ上の弾性係数

A_{R0} ：ゴムの有効支圧面積

S ：形状係数

a ：橋軸方向の辺長

b : 橋軸直角方向の辺長

t_e : ゴム層の厚さ

ゴムの有効支圧面積 A_{R0} とは支承に水平変位が生じた状態で柱状に残っているゴムの断面積であり、橋軸方向変位 u_0 が生じるとすると次式によって与えられる。

$$A_{R0} = (a - u_0)b \quad (2.2.28)$$

一方、橋軸方向の回転バネ定数は次式より求められる。

$$K_\theta = \frac{a^5 b G}{75 n t_e^3} \quad (2.2.29a)$$

または、

$$K_\theta = \frac{a^5 b G}{60 n t_e^3} \quad (2.2.29b)$$

ここで、

K_θ : 積層ゴム支承の回転バネ定数

a : 橋軸方向の辺長

b : 橋軸直角方向の辺長

n : ゴム層の数

t_e : ゴム層の厚さ

であり、前者は[レオンハルト,1985]、後者は[Kelly,1997]の記述による。

(3) 免震支承のモデル化手法

単純な線形バネでモデル化できる弾性支承に対し、粘性減衰、履歴減衰あるいは摩擦によって運動エネルギーを散逸させる免震支承では、その複雑な挙動を適切に表現できるバネやダンパを用いてモデル化を行う必要がある。代表的な免震装置としては表-2.2.6 に示すものが挙げられる（[土研センター,1992]）。わが国の橋梁で用いられる免震支承は履歴減衰によるものが圧倒的に多いため、履歴型の復元力特性をもつ非線形バネをどのようにモデル化するかが免震支承をモデル化する上で最も重要となる。その際、固有値解析や等価線形解析を念頭に置いて非線形バネを線形化する方法と、非線形時刻歴応答解析を念頭に置いて非線形モデルのまま取扱う方法がある。

表-2.2.6 代表的な免震装置とその分類

減衰機構	構造形式	
	一体型	分離型
履歴減衰	鉛プラグ入り積層ゴム支承 高減衰積層ゴム支承 ローラー型免震支承	積層ゴム支承+鋼製ダンパ
摩擦	リンク支承	積層ゴム支承+摩擦ダンパ 滑り支承+復元バネ
粘性減衰		積層ゴム支承+粘性ダンパ

まず、非線形バネを線形化する方法としては、周期特性と散逸エネルギーに着目して等価な線形バネ定数（剛性）と粘性定数（減衰）を求める等価線形化手法がある。履歴減衰特性を有する免震支承の等価剛性と等価減衰定数は次式によって与えられる（〔道路協会,1996a〕）。

$$K_B = \frac{F(u_{Be}) - F(-u_{Be})}{2u_{Be}} \quad (2.2.30)$$

$$h_B = \frac{\Delta W}{2\pi W} \quad (2.2.31)$$

ここで、

K_B ：免震支承の等価剛性

h_B ：免震支承の等価減衰定数

$F(u)$ ：免震支承の変位が u に達した時の免震支承の抵抗力

u_{Be} ：免震支承の有効変位

$W, \Delta W$ ：図-2.2.10 に示す面積

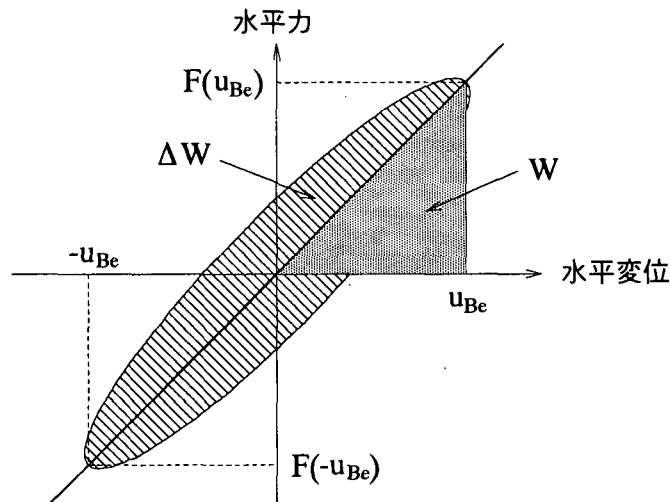


図-2.2.10 等価剛性と等価減衰定数の考え方

有効変位 u_{Be} は原則として線形モデルと非線形モデルの最大応答が一致するように定められるべき量である。また有効変位は定常応答であれば最大変位と一致するが、地震時のような非定常応答では最大変位よりも小さくなることが知られている。そこで〔道路協会,1996a〕では、支承設計時の準静的な繰返し計算（〔土木学会,1998〕にそのプロセスが詳しい）より最大変位を求め、これを0.7倍して有効変位とするように規定している。この際、最大変位を設計変位、有効変位を有効設計変位と呼ぶ。

つぎに履歴型の復元力特性を非線形バネとして表す方法としては、図-2.2.11 に示すようなバイリニア型の非線形モデルとするのが一般的である。このモデルは、1次剛性 K_1 、2次剛性 K_2 および降伏変位 u_y （または降伏荷重 Q_d, Q_y ）の3つのパラメータから決定される。降伏変位 u_y と降伏荷重 Q_d の間には以下の関係

が成り立つ。

$$u_y = \frac{Q_d}{K_1 - K_2} \quad (2.2.32)$$

バイリニア型の非線形バネとした場合、等価剛性 K_B と等価減衰定数 h_B は次式によって求められる（〔道路協会, 1996a〕）。

$$K_B = \frac{Q_d}{u_{Be}} + K_2 \quad (2.2.33)$$

$$h_B = \frac{2Q_d[u_{Be} + Q_d/(K_2 - K_1)]}{\pi u_{Be}(Q_d + u_{Be}K_2)} \quad (2.2.34)$$

ここで、

K_1 : バイリニア型非線形バネの1次剛性

K_2 : バイリニア型非線形バネの2次剛性

Q_d : バイリニア型非線形バネの降伏荷重

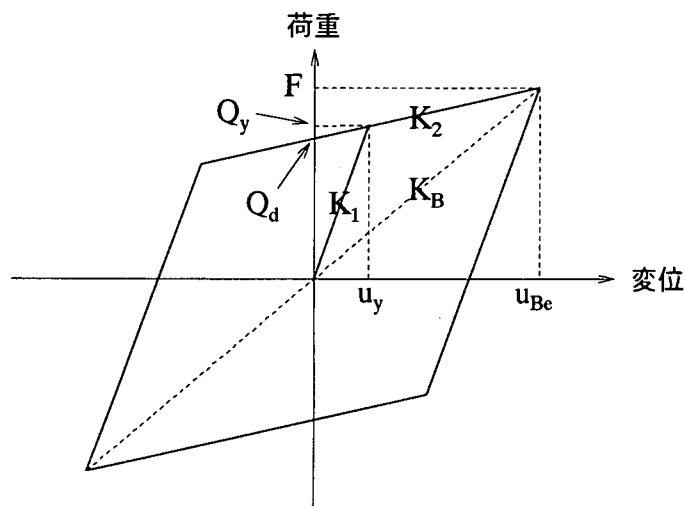


図-2.2.11 バイリニア型非線形モデル

(4) 鉛プラグ入り積層ゴム支承

鉛プラグ入り積層ゴム支承のバイリニア型モデルを定めるパラメータ (K_1 , K_2 , Q_d) は以下の式から求められる（〔土研センター, 1992〕）。ただし有効設計変位 u_{Be} は前述したような方法で別途与えられているものとする。

$$K_1 = 6.5K_2 \quad (2.2.35)$$

$$K_2 = \frac{F_e - Q_d}{u_{Be}} \quad (2.2.36)$$

$$Q_d = A_p q_0 \quad (2.2.37)$$

$$F_e = A_R G \gamma_e + A_p q \quad (2.2.38)$$

$$q = a_0 \gamma_e^2 + a_1 \gamma_e + a_2 \quad (2.2.39)$$

$$q_0 = b_0 + b_1 \gamma_e \quad (2.2.40)$$

$$\gamma_e = \frac{u_{Be}}{\sum t_e} \quad (2.2.41)$$

ここで、

F_e : 有効変位時の支承のせん断力

A_R : 積層ゴムの支圧面積

G : 積層ゴムのせん断弾性係数

A_p : 鉛プラグの総断面積

q : 鉛プラグのせん断応力度

q_0 : 降伏時の鉛プラグのせん断応力度 (85 kgf/cm²)

γ_e : 積層ゴムの有効せん断ひずみ

a_0, a_1, a_2, b_0, b_1 : 実験等により定められる定数

実験等により定められる定数については、せん断弾性係数 $G=8, 10, 12$ kgf/cm² のゴムを用いた支承に対して、現在、表-2.2.7と表-2.2.8に示す値が用いられている([道路協会,1997]).

等価剛性 K_B と等価減衰定数 h_B は上記のパラメータよりそれぞれ式(2.2.34)と式(2.2.35)から求められる。

表-2.2.7 鉛プラグのせん断応力度の算定に用いる定数

	a_0	a_1	a_2
$0 \leq \gamma \leq 0.35$	—	302.9	—
$0.35 < \gamma < 0.50$	106.0	—	—
$0.50 \leq \gamma \leq 2.00$	163.0	-128.1	28.3

表-2.2.8 等価減衰定数の算定に用いる定数

	b_0	b_1
$0 \leq \gamma \leq 0.35$	—	242.9
$0.35 < \gamma$	85.0	—

(5) 高減衰積層ゴム支承

高減衰積層ゴム支承のモデル化は、その基本特性をゴムのせん断ひずみ γ の多項式として表現することによって行なわれる。

$$G(\gamma) = a_0 + a_1 \gamma + a_2 \gamma^2 + \dots \quad (2.2.42)$$

$$h_B(\gamma) = b_0 + b_1 \gamma + b_2 \gamma^2 + \dots \quad (2.2.43)$$

ここで、

$G(\gamma)$: ゴムのせん断弾性係数

$h_B(\gamma)$: 支承の等価減衰定数

γ : ゴムのせん断ひずみ

$a_0, a_1, a_2, \dots, b_0, b_1, b_2, \dots$: 実験等により定められる定数

バイリニア型モデルを定めるパラメータ (K_1, K_2, Q_d) は, このせん断弾性係数と等価減衰定数を用いて以下のように求められる ([土研センター, 1992]) . この際, せん断ひずみ γ としては非線形モデルを定義する荷重とひずみの定常履歴ループにおける最大ひずみ値をとる.

$$K_1 = \frac{A_R G_1}{\sum t_e} \quad (2.2.44)$$

$$K_2 = \frac{A_R G_2}{\sum t_e} \quad (2.2.45)$$

$$Q_d = A_R \tau_d \quad (2.2.46)$$

$$G_1 = \frac{C - \frac{\pi}{2}(1-C)h_B(\gamma)}{C - \frac{\pi}{2}h_B(\gamma)} G(\gamma) \quad (2.2.47)$$

$$G_2 = (1-C)G(\gamma) \quad (2.2.48)$$

$$\tau_d = CG(\gamma)\gamma \quad (2.2.49)$$

$$C = c_0 + c_1\gamma + c_2\gamma^2 + \dots \quad (2.2.50)$$

ここで,

G_1 : 1次剛性に関するゴムのせん断弾性係数

G_2 : 2次剛性に関するゴムのせん断弾性係数

A_R : 高減衰積層ゴムの支圧面積

$\sum t_e$: 高減衰積層ゴムの総厚

C : 降伏荷重と最大荷重の比で図-2.2.2における

c_0, c_1, c_2, \dots : 実験等により定められる定数

実験等により定められる定数 a_i, b_i, c_i ($i=1, 2, \dots$) は一般に高減衰ゴムの種類によって異なるものであるが, 共通の値として表-2.2.9~11に示すような値が提案され, 設計でも用いられている ([HDR 研究会, 1997], [道路協会, 1997]).

高減衰積層ゴム支承の等価線形化モデルは, 式(2.2.42), (2.2.43)の多項式を用いて以下のように与えられる.

$$K_B = \frac{A_R G(\gamma_e)}{\sum t_e} \quad (2.2.51)$$

$$h_B = h_B(\gamma_e) \quad (2.2.52)$$

ここで, γ_e は式(2.2.41)で与えられるゴムの有効せん断ひずみである.

表-2.2.9 せん断弾性定数の算定に用いる定数

		a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
G = 8 [kgf/cm ²]	0.1 ≤ γ ≤ 2.0	31.842	-72.056	90.596	-58.118	18.717	-2.3933
	0.20 < γ < 3.00	7.2724	0.392	—	—	—	—
G = 10 [kgf/cm ²]	0.1 ≤ γ ≤ 2.0	39.982	-81.665	89.817	-49.257	13.329	-1.4069
	0.20 < γ < 3.00	9.1172	0.495	—	—	—	—
G = 12 [kgf/cm ²]	0.1 ≤ γ ≤ 2.0	58.748	-140.99	172.10	-104.65	31.376	-3.6843
	0.20 < γ < 3.00	10.347	0.858	—	—	—	—

表-2.2.10 等価減衰定数の算定に用いる定数

		b_0	b_1	b_2	b_3
G = 8 [kgf/cm ²]	0.1 ≤ γ ≤ 2.0	0.1700	0.0144	-0.0208	0.0037
	0.20 < γ < 3.00	0.1972	-0.0290	—	—
G = 10 [kgf/cm ²]	0.1 ≤ γ ≤ 2.0	0.1649	0.0199	-0.0261	0.0042
	0.20 < γ < 3.00	0.2010	-0.0334	—	—
G = 12 [kgf/cm ²]	0.1 ≤ γ ≤ 2.0	0.1598	0.0283	-0.0313	0.0048
	0.20 < γ < 3.00	0.2048	-0.0378	—	—

表-2.2.11 バイリニアモデルの算定に用いる定数

	c_0	c_1
G = 8 [kgf/cm ²]	0.37897	-0.062124
G = 10 [kgf/cm ²]	0.38201	-0.068948
G = 12 [kgf/cm ²]	0.39959	-0.079670

(6) 積層ゴム支承 + 粘性ダンパ

粘性ダンパは速度に比例して抵抗力に発生することにより運動エネルギーを散逸させるダンパの総称であり、積層ゴム支承やすべり支承と組み合わせることにより免震装置として機能させることができる。積層ゴム支承と粘性ダンパからなる免震装置では、等価剛性に式(2.2.24)に示される積層ゴム支承の水平バネ定数をそのまま用いることができるので、等価減衰定数は次式から求められる。

$$h_{eq} = \frac{C}{2\sqrt{\frac{RK_H}{g}}} \quad (2.2.53)$$

ここで、

- C：粘性ダンパの減衰係数
- R：積層ゴム支承が支持する鉛直荷重
- K_H ：積層ゴム支承の水平バネ定数
- g：重力加速度

力学モデルとしては、積層ゴム支承のモデルに減衰係数 C のダッシュポットを付け加えればよいので、これに限っては非線形解析の必要性はない。

参考文献

- [道路協会,1996a] 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V耐震設計編, 1996.
- [道路協会,1990] 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V耐震設計編, 1990.
- [鋼構造協会,1992] 日本鋼構造協会：鋼構造物の立体挙動と設計法, JSSCテクニカルレポート No.21, 1992.
- [小松定夫,1969] 小松定夫：薄肉構造物の理論と計算, 山海堂, 1969
- [小松定夫,1975] 小松定夫, 西村宣男：薄肉はり理論によるトラスの立体解析, 土木学会論文報告集, 第238号, 1975.
- [道路協会,1995] 日本道路協会：「兵庫県南部地震により被災した道路橋の復旧に係る仕様」の準用に関する参考資料(案), 1995.
- [道路協会,1996b] 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 IV下部構造編, 1996.
- [土木学会,1996] 土木学会：コンクリート標準示方書 設計編, 1996.
- [北沢正彦,1997] 北沢正彦, 堀江佳平, 西岡敬治：阪神高速道路における鋼製橋脚の耐震設計, 鋼製橋脚の非線形数値解析と耐震設計に関する論文集, 1997.
- [村越潤,1998] 村越潤, 西川和廣, 劉銘崇, 中島浩之：鋼製橋脚の正負交番繰返し載荷実験データに基づくM- ϕ 関係に関する一検討, 土木学会第53回年次学術講演会, 1998
- [寺山徹,1998] 寺山徹, 運上茂樹：鋼製橋脚に対する曲げモーメント-曲率関係の検討, 土木学会第53回年次学術講演会, 1998
- [田嶋仁志,1998] 田嶋仁志, 半野久光, 船本浩二, 松田宏：実験結果に基づく鋼製橋脚のM- ϕ 関係に関する一検討, 第2回鋼製橋脚の非線形数値解析と耐震設計に関する論文集, 1998.
- [船本浩二,1998] 船本浩二, 今村幸一, 半野久光, 田嶋仁志, 松田宏：塑性ヒンジを考慮した鋼製橋脚のM- ϕ 関係に関する一検討, 第2回地震時保有水平耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム論文集, 1998.
- [運上茂樹,1999] 運上茂樹, 寺山徹：鋼製橋脚の終局変位の算定方法に関する検討, 土木技術資料, No.41-3, 1999
- [橋建協,1998] 日本橋梁建設協会：鋼製橋脚の耐震設計マニュアル, 1998
- [田嶋仁志,1999] 田嶋仁志：既設鋼製橋脚の耐震性向上策に関する研究, 東京大学学位論文, 1999.
- [道路協会,1991] 日本道路協会：道路橋支承便覧, 1991.
- [土研センター,1992] 土木研究センター：建設省 道路橋の免震設計法マニュアル(案), 1992.
- [レオンハルト,1985] レオンハルト F.(成井信, 上阪康雄訳)：レオンハルトのコンクリート講座⑥ コンクリート橋, 鹿島出版会, 1985.
- [Kelly,1997] Kelly, J.M.: Earthquake-Resistant Design with Rubber, Springer, 1997.
- [道路協会,1997] 日本道路協会：道路橋の耐震設計に関する資料, 1997.
- [土木学会,1998] 土木学会：構造物の振動制御(4) 地震による橋梁の動的応答と設計・制御, 1997.

[HDR 研究会,1997] H D R 研究会：高減衰ゴム支承共通設計式，1997.

2.3 基礎・地盤のモデル化

地震動を受けた構造物はこれに応答し、逆に構造物が地盤を揺すりかえす。これによって構造を支える地盤の動きは、構造物の存在しない自然地盤の動きと異なるものになる。このような相互作用は地盤の状況によって大きく異なり、構造物の応答や地震被害の程度が著しく変化することは経験的にも広く知られる事実である。

動的相互作用に関する研究は、枚挙に暇がない。基礎・地盤を回転ばねとみなしこれを付加した場合と固定した場合の挙動を比較検討した[Housner, 1957]の研究をこの分野の嚆矢と捉えようと、相互作用の研究は半世紀近くにもわたる歴史を持つことになる。しかしながら設計段階での動的相互作用の適切な評価と反映は必ずしも十分とは言い難い。その最大の理由は、一つには動的相互作用解析で用いられる概念が難解であること、第二に（そして本質的に）、地盤と構造物という解析精度への信頼性が著しく異なるものを統合して議論しなければならないというところにある。地震時の基礎構造・地盤のモデル化においては、地震時の挙動を忠実に再現できることが望ましいことは言うまでもない。しかし構造物と比べて無限の広がりを持ち、かつ複雑な非線形性を示す地盤を、上部構造物と精度のバランスをとりながら解析することはなかなか困難である。ここでは軟弱地盤に建設されることが多く相互作用の影響が最も顕著に現れる杭基礎を対象に、その解析手法の概要とその特長と限界にふれ、今後の課題と考え得る提案をまとめる。杭基礎は通常、群杭の形で用いられる。これをどのように扱うかについては3.1.3で後述する。またL2地震動のような強い地震動では杭と近傍地盤の間に剥離やすべりを伴う大きな非線形性が現れるが、それについては3.1.5で触れる。

2.3.1 道路橋示方書の手法と課題

本委員会で提案する方向性を示す前に、一般的に用いられる道路橋示方書IV下部構造物編に従った下部構造物のモデル化の流れを概括しておく。結果的にはフーチングを剛体とみなしてその底面で群杭頭すべてからの反力を合成する形で、底面でのばね係数、すなわち水平方向、上下方向、回転方向およびこれらの非対角成分[道路橋示方書IV下部構造物編, 1996, 解10.7.2式]について評価することになる。

この解10.7.2式の示すところは、一本一本の杭が剛体フーチング底面に固定されて動くものとし、各々の杭からの反力を単純に加え合わせることで、フーチングに対する水平、鉛直、回転の合反力が評価されるというものである。したがって、各個の単杭頭部の各自由度に対するばね($K_1 \sim K_4$)の評価が必要になる。ここに K_1 は杭頭の回転を拘束して水平方向の単位変位を与えたときの水平反力、 K_2 は水平動を拘束し、単位の回転角を杭頭に与えた時のモーメント、したがってこれらは単杭の杭頭剛性マトリックスの対角項に相当する。一方 K_3, K_4 は非対角項で両者は互いに等しくなる。

単杭頭部の剛性は、杭側方の地盤を、深さ方向に離散的なばね $k_H D$ で表現した、いわゆる Chang の公式によって求められる（杭モデルの概念は図 2.3.1 参照）。ここに k_H は水平方向地盤反力係数、 D は杭径である。杭頭剛性を支配する重要なパラメータは特性値 β と呼ばれ以下のように定義される。

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_H D}{4EI}} \quad (2.3.1)$$

ここに EI は杭の曲げ剛性である。この β は、地盤と杭の相対的な剛性比の 4 乗根で、その逆数は長さの次元を持つ。杭が十分に長い場合、 $1/\beta$ は、たわみやすい杭が、上部からの载荷に対して顕著に変形する領域を示唆する物理指標である。こうしてフーチング下面に集約されたばね（解 9.7.2 式）が与えられれば、あとはこれを介して地震動を上部構造物に入力すればよいことになる。

ここまでの流れは水平方向地盤反力係数 k_H が適切に評価されているという前提に立てば極めて明瞭で合理的である。逆に言えば、この方法論の精度を大きく左右するのは、この地盤反力係数の設定にあるとあって過言ではない。この地盤反力係数は「直径 30cm の剛体円盤による平板载荷試験の値に相当する水平方向地盤反力係数 k_{H0} 」を実際の構造物の载荷領域の換算幅 B_H で補正したものと考えてよい。つまり $(B_H/30)$ が補正に用いられる寸法比であり、杭基礎の場合 $B_H = \sqrt{D/\beta}$ と

なる。根号の中の $1/\beta$ は先ほど述べたように、実際に杭が実質的に変形する深さに関係する量であり、 D は杭の直径であるから、 D/β は実際に杭が変形して地盤を押し付ける有効面積であり、その平方根は平板载荷試験の円盤の直径と比較しえる代表寸法になるのである。詳細に立ち入った記述は割愛するが、ここで地盤反力係数を求める上で工学的に問題となる課題について整理しておく。

- (a) 実際に深さ方向の水平方向地盤反力係数の分布を平板载荷試験で容易に求め得ない。各種土質試験からの値で推定するか、往々にして標準貫入試験の N 値から $E_0 = 28N$ とし、これを円盤の载荷幅 30 で除した値を補正して用いることが多い。
- (b) 仮に平板载荷試験による値は、基礎幅の 1% に相当する変位での地盤反力係数を与えるものとされているが、明確な保証はなく、また同じ基礎構造物でも異なる場所での異なる地盤ひずみに応じたばねを誘導するものでない。あくまで”実務的”にばねを評価する手続きである。
- (c) 静的な地盤ばねの決定法であり動的な効果を反映するものでない。地盤ばねに現れる動的効果（逸散減衰など）については 2.3.2(3) で述べる。
- (d) 示方書の記述に従えば、群杭効果が重要になる場合、すなわち杭間隔 L が狭くなる場合、その影響は地盤反力係数を補正することで評価される。その補正係数 μ は $\mu = 1 - 0.2(2.5 - L/D)$ （ただし $L/D < 2.5$ ）で与えられるとされ、 L/D が 2.5 あるいはそれ以上では群杭効果は積極的に評価されない。しかしながらこの効果は L/D が 2.5 でも、一般に外側の杭ほど大きな荷重を分担するという形で明瞭にあらわれる。仮に L/D が 2.5 以下で、上式を用いたとしても一律に地盤反力係数を変化させることになり、杭の位置によって荷重分担率

が異なるという事実を反映しない。

上述のような課題があるとしても，地震応答解析を行う上で以上述べたフーチング底面でのばねを求める方法は，基本的に上部構造物からの慣性力がフーチングに伝達される場合の実務的な応答評価手法としては簡便で優れた面を持つ．一方上部構造物の影響がなくても地震時に杭が変形する要因としては，地盤そのものが軟弱でこれが地震時に大きく変形することが挙げられる．杭基礎は一般に撓みやすい構造であるから，周辺地盤の変形に容易に追随するからである．この場合にも杭を離散的な地盤ばねで支える表現法そのものは極めて便利な側面を持つ．この点については次節で触れるとともに，離散的な地盤ばねの設定という方法論に内在する課題についても併せて言及する．

2.3.2 多点入力モデル [Penzien, 1970]

(1) モデルの概要

杭基礎は，大きな上載荷重を支えるものの，水平方向には極めてたわみやすい構造であり，周辺地盤の動きに容易に追随して変形する．したがって杭基礎から離れた遠方地盤の動きは逆に杭の応答の影響を受けにくい．このような性質を踏まえて Penzienらが提案した多質点系モデルでは，以下のような手順で解析を行う．

- (a) 橋梁全体系を上部構造物・基礎系と，これを取り囲む地盤の 2 つのサブストラクチャーに分割し，それぞれを有限な自由度を持つ直立梁（多質点系）に置換する．
- (b) 遠方表層地盤モデルの基盤入力に対する応答を，杭の存在を無視して計算する．すなわち遠方地盤の応答は杭の存在しない自由地盤の動き $\{u^f\}$ と等しいとみなされる．
- (c) 遠方（自由）地盤の各深さでの応答 $\{u^f\}$ を，深さ方向に離散的に配置された地盤バネ（相互作用バネ）を介して杭基礎に与え，同時に杭基礎および上部構造物には基盤の加速度 \ddot{u}^{base} に各位置での質量を乗じた慣性力を与え，橋梁の応答 $\{u^{str}\}$ を求める．

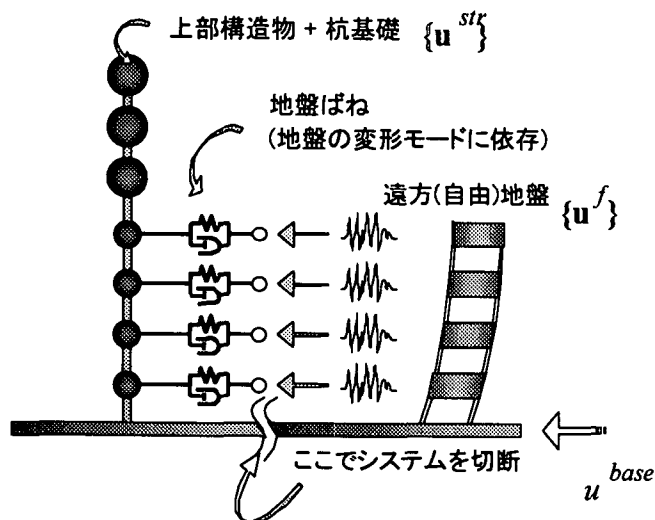


図-2.3.1 Penzien モデル

この方法では、地盤の動きを伝達する地盤のバネの適切な評価が重要になる。Penzien らはそのばねの設定で半無限弾性体内部の点載荷時の解、いわゆる Mindlin 解を用いたが、西村らはその値を以下のように求めることを提案している [西村, 1979].

$$k_v = \alpha E_0 D^{-0.75} \quad (2.3.2)$$

$$k_s = \begin{cases} 0.05\alpha E_0 D^{-0.75} & (\text{砂質土}) \\ 0.1\alpha E_0 D^{-0.75} & (\text{粘性土}) \end{cases} \quad (2.3.3)$$

$$k_h = 0.2\alpha E_0 D^{-0.75} \quad (2.3.4)$$

ここに、 k_v は杭底面の鉛直方向バネ定数 (kgf/cm^3)、 k_s は杭周面の鉛直方向のせん断バネ定数 (kgf/cm^3)、 k_h は杭周面の水平方向のバネ定数 (kgf/cm^3)、 α 、 E_0 はそれぞれ地盤反力の推定に用いられる係数、地盤の変形係数 (道路橋示方書)、そして D は杭径である。

(2) モデルの特徴と課題

このモデルは(a)遠方地盤の動き $\{u'\}$ が杭を変形させる影響と、(b)上部構造物の慣性力が杭を変形させる影響を同時に簡便に評価できる。広大な広がりを持つ地盤の遠方はたわみやすい杭の影響を受けないので、これを3次元的な広がりをもった有限要素モデルではなく、1次元のせん断柱として解析するのは極めて合理的で、その計算は容易である。さらに近傍地盤の非線形性を、地盤バネを操作することで容易に表現できる。

しかし反面、地盤バネを算定するための明確な物理的論拠を示すことは容易ではない。地盤を弾性体とみなせる状況だけに限っても、「本質的に連続している地盤からの反力を離散的な地盤バネで表現している」という問題が指摘される。地盤が連続しているということは地盤剛性をマトリックスで表現した場合、非対角項が存在するということである (図 2.3.2)。つまり当該地点での地盤反力は、当該地点の地盤変位だけで決定されるのではなく、他の深さでの地盤変位の影響も受けるのである。これを離散的な地盤バネで表現するという事は、地盤剛性のマトリックスの対角項のみに、他の深さでの地盤変位の影響をも集約することである。したがって遠方地盤と杭の相対変位 $\{u'\} = \{u''\} - \{u'\}$ のモードによって、等価な離散的な地盤バネの値が異なってくるのである。図・2.3.1を再検討してみると、(a)遠方地盤の変位 $\{u'\}$ が杭を変形させる場合にも、また(b)上部構造物がその慣性力によって杭を揺る場合にも、同じ地盤バネが用いられることになる。

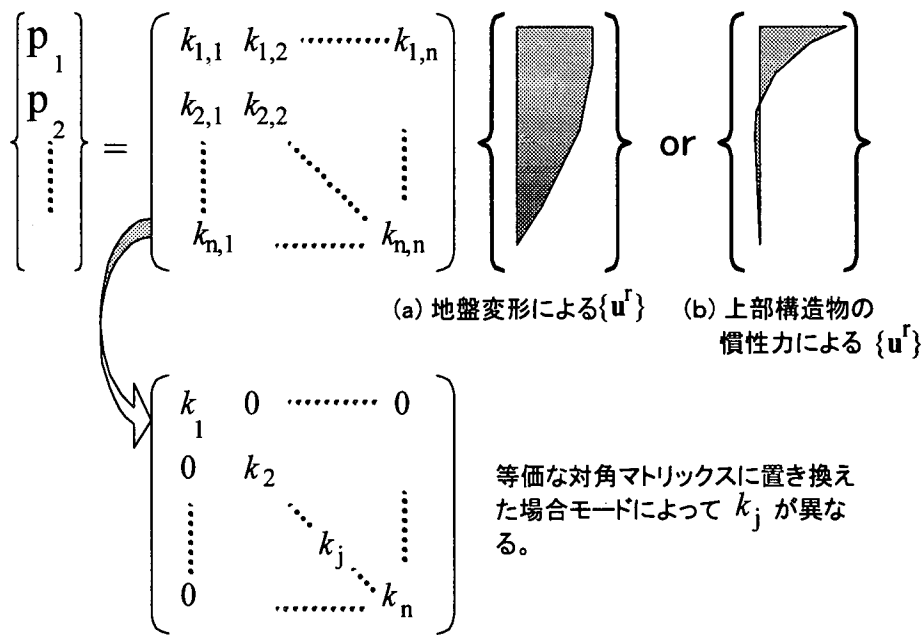
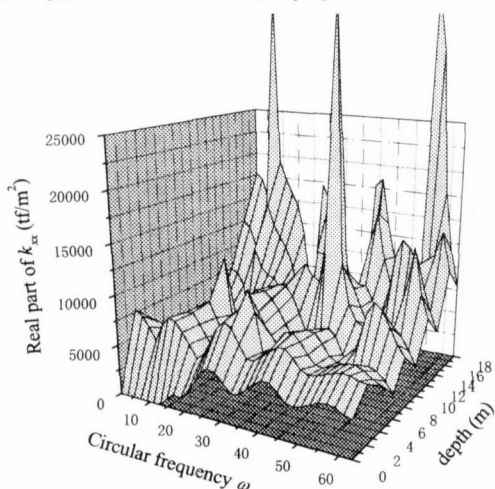


図-2.3.2 地盤バネを決定付けるモード

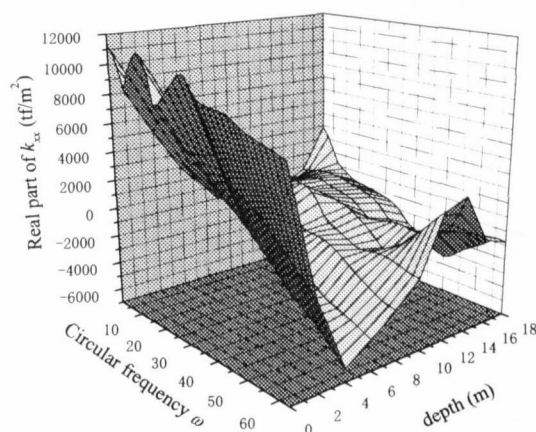
(a), (b)2つの異なる要因による杭変形に対し，等価な離散的な地盤バネがどのように変化するか検証するため，弾性波動論に基づく厳密な解析を試みた．対象とする表層地盤は厚さ 20m でせん断波速度 80m/s，ポアソン比 0.495，比重 0.15 の均質地盤である．ここに 3×3 の鋼管杭（外径 600mm,厚さ 9mm）が 9 本並べられている．道路橋示方書に従えば，これらを別々にモデル化することになるが，ここでは 9 本の杭をまとめて 1 本の等価な直立梁と置き換えている．この梁の剛性の評価法については 3.1.3 で後述する．図 2.3.3 は図 2.3.2 の(a), (b)2つの変形に対応する地盤バネ k_j （複素数：図中では水平 x 方向の変形に対する x 方向の反力を表現するものとして k_x と記述）の実部の周波数，および深さ依存性を *TLEM* というプログラムで計算した結果である [Konagai, 2000]．遠方地盤の変形による場合の地盤バネ k_j の実部（図 2.3.3a）は杭の変形の著しく小さな部分でところどころ特異な鋭い尖りを見せるものの，全体的には 5000tf/m²あたりを平均値として深さ方向に一様に分布している．一方，上部構造物からの慣性力が加わる場合には，平均値としては 5000tf/m²程度の地盤バネとみなせるものの，杭の変形が卓越する表面に近い部分ほど地盤バネの値が大きくなる傾向が顕著である．したがって，地盤によって杭が曲げられる(a)の状況が支配的なのか，あるいは(b)上部構造物が杭をたわませる影響が大きいのか判断した上で，どちらかを犠牲にしていずれかのばねを用いることが求められる．(a)の遠方地盤の変形を入力する場合には，地盤バネの設定にあまり左右されることが無いほど杭の変形が周辺地盤の動きにほぼ追従することが多くの研究事例によって示されているので，(b)上部構造物が杭をたわませる状況に絞って地盤バネを設定するほうが妥当な

応答値の評価につながると考えられる。この場合、地盤バネは道路橋示方書の場合と同様、杭が相対的に大きくたわむ部分の長さ（active pile length：特性値の逆数 $1/\beta$ に関連）に強く依存することになる。

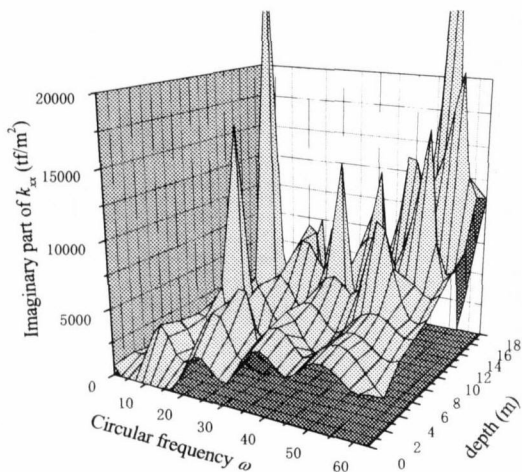
また厳密解では地盤バネは複素数で表現されていて、図-2.3.3(c), (d)がその虚部を示している。厳密解が複素数で表現される物理的意味については次項でより詳細に触れるが、虚部についてここでは概略以下のように考えてよい。すなわち地盤バネを図 2.3.1 にしめすようにバネ k_s とダッシュポット c_s が並列に組み合わさった Kelvin-Voigt モデルと考えると、虚部はダッシュポットで受け持たれる反力に該当する。周波数領域ではこのダッシュポットで受け持たれる反力は後述するように $i\omega c_s$ と円振動数 ω に比例して増加することになる。図-2.3.3(c), (d)に示す虚数部は、全般的に円振動数 ω にほぼ比例するかたちで増加していると見なせ、これはダッシュポットの粘性減衰係数 c_s を周波数非依存の定数と設定しても実用上差し支えないことを示唆している。



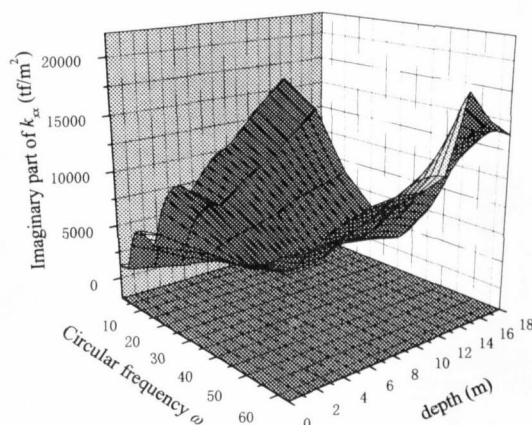
(a) 周辺地盤の変形による k_{xx} の実部



(b) 上部構造物の慣性力による k_{xx} の実部



(a) 周辺地盤の変形による k_{xx} の虚部



(b) 上部構造物の慣性力による k_{xx} の虚部

図-2.3.3 群杭基礎を支える地盤バネの変形モードによる差異

(TLEM Ver. 1.2 による)

(3) 地盤バネが複素数で表現される理由

地盤バネが複素数で表現される理由を衝撃的なインパルスを加えた場合を例にとって考えてみる。図 2.3.4 はゲル状の模型地盤上の円形領域にインパルスを加えたときに地盤に放射される波動を撮影したものである。ホイヘンスの原理に従って半球状の波動（せん断波頭）が放射されている様子が撮影されている。一般にある形状の変位が形を変えずに z 方向に速度 c で伝播していく場合、それは以下のような式で記述される。

$$u' = f(z - ct) \quad (2.3.5)$$

しかしながら波面が放射状に広がっていくときは、エネルギーが空間的に拡散していくから、振幅は距離が増すにつれて漸減する（幾何減衰）。その効果を $q(z)$ で表現すると、

$$u' = q(z)f(z - ct) \quad (2.3.6)$$

となる。入力を与えられた部分 $z = z_0$ で生じる反力 p が主にせん断変形の寄与によるものと捉え、その反力を以下に示すように表現する。

$$p = -A\tau = -\left\{ A \cdot G_s \frac{\partial u'}{\partial z} \right\}_{z=z_0} \quad (2.3.7)$$

ここに τ は地盤に生じるせん断応力、 A は入力を与えられた部分の面積である。式(2.3.7)に式(2.3.6)を代入すると、

$$\begin{aligned} p &= -A \cdot G_s \frac{\partial u'}{\partial z} = -AG_s \{ q'(z)f(z - ct) + q(z)f'(z - ct) \} \\ &= AG_s \left\{ -\frac{q'(z)}{q(z)} u' + \frac{q(z)}{c} \frac{\partial u'}{\partial t} \right\}_{z=z_0} \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

ここで反力 p にはそれぞれ $z = z_0$ での変位 u' と速度 $\partial u' / \partial t$ に比例する項が存在することがわかる。変位 u' にかかる係数、 $-q'(z)/q(z)$ は、 $q(z)$ が正で z の増加とともに減少することから、必ず正の数であることが分かる。もちろん速度 $\partial u' / \partial t$ にかかる係数、 $q(z)/c$ も正である。したがって式(2.3.8)はとりまとめて以下のように記述できる。

$$p = k_j \cdot u' + c_j \cdot \dot{u}' \quad (2.3.9)$$

ここに、

$$k_j = \{ -AG_s q'(z) / q(z) \}_{z=z_0} \quad (2.3.10a)$$

$$c_j = \{ AG_s q(z) / c \}_{z=z_0} \quad (2.3.10b)$$

$$\dot{u}' = \partial u' / \partial t \quad (2.3.10c)$$

である。

ここに一つの極端な場合を考えてみる。図 2.3.5 に示すように波動が平面的に棒状の土を伝播していく場合である。この場合には平面波なので $q(z)$ は z によらず一定値で、これを 1 とおくと、

$$k_j = 0, \quad c_j = AG_s / c \quad (2.3.11a), (2.3.11b)$$

となる。この物理的意味は図 2.3.5 から以下のように説明できる。すなわち、

- (1) 静的に土の棒の端面に変位 u^r を加えた場合，速度 \dot{u}^r が 0 であるので， $p = K \cdot u^r$ となる．しかし棒の長さ L は無限大であるからばね係数 $k_j = AG_s / L = 0$ となって何の反力も生じない．
- (2) 動的に端面を速度 \dot{u}^r で揺すった場合には，変形が波動の到達する距離 L にしか発生しない．すなわち動的な場合には L が有限であることになる．明らかに $L = ct$ で，この時間 t で棒の端面は $u^r = \dot{u}^r t$ だけ動くので， $p = (AG_s / ct) \cdot \dot{u}^r t$ となり，この式から時間 t を消去することで式(2.3.11b)の c_j を得る．

以上明白なように，変位に比例する反力成分は波動(応力)が空間的に分散され， $q(z)$ が変化することで生じる．一方速度に比例する反力は変形が，一瞬に地盤全体に伝わるのでなく，速度 c で時間的に遅れて伝播していくことによって生じる．

地盤の変形 u^r を周波数領域で

$$u^r = U^r e^{i\omega t} \quad (2.3.12)$$

と記述し，これを式(2.3.9)に代入すると，

$$p = P e^{i\omega t} = (k_j + i\omega c_j) \cdot U e^{i\omega t} \quad (2.3.13)$$

となり，結局，地盤・基礎系の剛性が $k_j + i\omega c_j$ と複素数で表現されることになるのである．

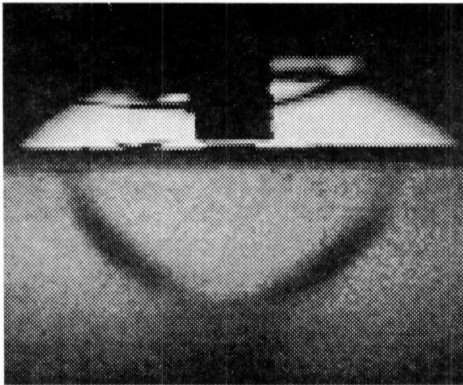


図 2.3.4 直接基礎模型から放射されるせん断波頭 [Konagai, 1987]

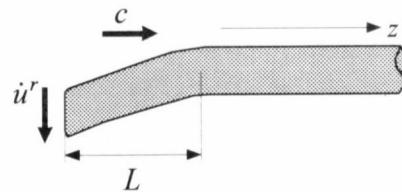
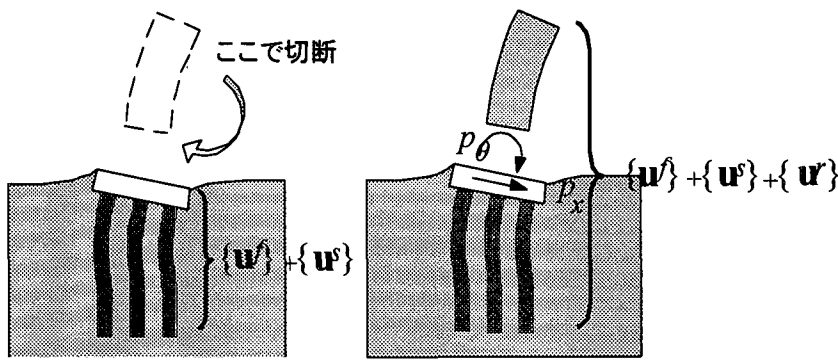


図 2.3.5 半無限の土の棒中の波動

2.3.3 SR モデル [土木学会, 1992]

(1) モデルの概要

Penzien モデルでは杭を取り巻く地盤を杭基礎・上部構造物系から切り離してサブストラクチャー法を適用したが，SR モデルではフーチングを境に，地盤・橋梁系を上部と下部に切り離す (図-2.3.6a)．この意味では道路橋示方書のモデルも同様である．そしてまず上部構造物の存在を無視してフーチング部分での応答を求めることになるがこの場合，杭基礎が地盤の中に埋まっているので，その剛性によって地震動にフィルターがかかった形になり，地表面 (フーチング部) の応答 $\{u^r\} + \{u^r\}$ は，杭が存在しない場合の応答 $\{u^r\}$ とは異なったものになることに留意しなければならない (図-2.3.6a)．



(a) 上部構造物がない状態 (b) 上部構造物からの慣性力が加わる状態

図-2.3.6 SRモデルの前提となるサブストラクチャー法

$\{u'\} + \{u''\}$ を求めるために、すでに述べた多質点系モデルを用いることも可能である。この場合、上部構造物の存在を仮定していないので、地盤に生じるモード $\{u'\}$ を前提として適切な地盤バネを設定することが可能になる。しかし杭の存在による地盤の動きの変動分 $\{u''\}$ は、地震で問題となる周波数帯域では一般に極めて小さく、これを無視して $\{u'\} + \{u''\} \cong \{u'\}$ とする近似も可能な対応である。図 2.3.7 は 3 章で紹介する P15 橋脚基礎の有効入力地震動の解析例である。縦軸は自然地盤の応答に対する有効入力地震動の割合、すなわち、 $(u' + u'')/u'$ のスウェイ、ロッキングの成分を示している。ただしロッキングの場合では分母にあたる自由地盤の u'_0 が 0 であるので、これを u'_x に置き換えている。周波数が 4Hz を越えると、有効入力動のスウェイ成分は次第に小さくなり、基礎が周辺地盤の動きに追従しなくなる傾向が顕著に現れるようになる。または逆にロッキングは次第に大きくなり、自然地盤には存在しなかった回転が現れるようになる様子を示している。しかしながら地震応答を解析する上で 4Hz はどちらかといえば高い周波数で、それ以下の周波数範囲ではこの杭基礎は周辺地盤の動きを拘束するほど固いとは言えず、ほぼ地盤に追従して動いている。

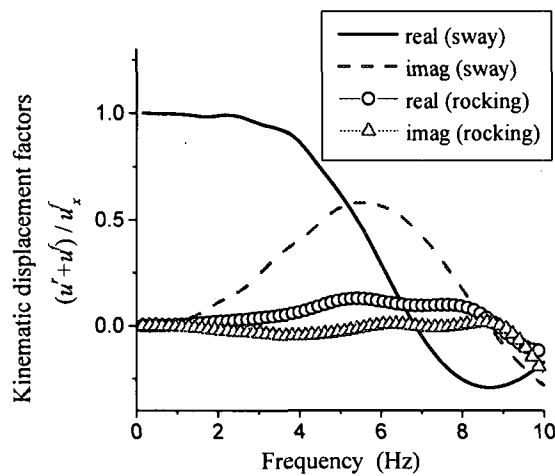


図 2.3.7 有効入力地震動と自然地盤の応答の比

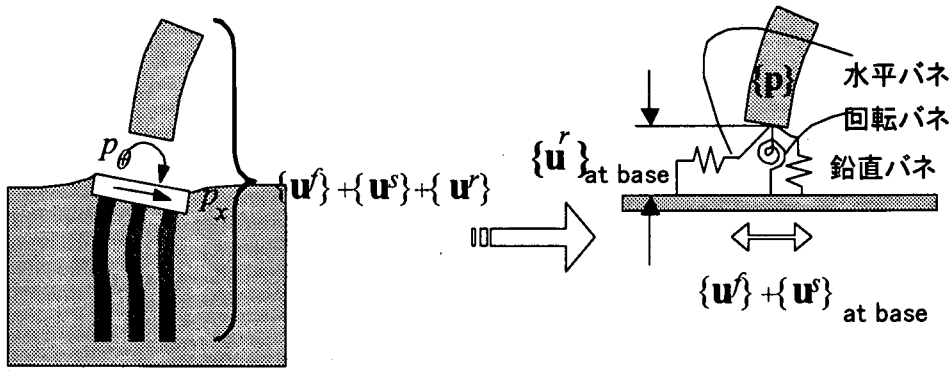


図-2.3.8 SRモデル

次の段階として、上部構造物の慣性力による相互作用力 $\{p\}$ (スウェイ・ロッキングの2自由度を考えた場合、 p_x と p_θ) が加わる状況 (図-2.3.6b) を評価する。この状態は、図-2.3.8 に示すように、底面につけた鉛直、水平、回転バネを介して、自由地盤表面の動き $\{u^r\} + \{u^s\}$ (あるいは $\{u^r\}$ に近似) が入力される状態と等価であるとみなすことができる。またこのバネは上部構造物の慣性力によって生じるモード $\{u^r\}$ (図 2.3.3b) のみ想定すればよいので合理的な設定ができる。図-2.3.8 に示す地盤の水平、鉛直、回転バネのそれぞれを対角項に含む地盤の剛性マトリックスを $[K_{soil}]$ とする。この $[K_{soil}]$ にはいわゆる変位に比例する反力を示すばねのみならず、逸散減衰を表すダッシュポットの影響が含まれ、周波数領域では複素数で表現されるものである (詳細は(2)「モデルの特徴」で後述)。上部構造物との相互作用で最終的に生じる変位を $\{u^{sr}\}$ ($= \{u^r\} + \{u^s\} + \{u^r\}$) とすると、切断面での相互作用力 $\{p\}$ は以下のように記述できる。

$$\{p\} = [K_{soil}] \{ \{u^{sr}\} - \{ \{u^r\} + \{u^s\} \} \} \quad (2.3.14a)$$

さらにこの相互作用力 (内力) は、橋脚を含む上部構造物系へも逆向きに加わっているため、上部構造物系の質量マトリックス $[M_{super}]$ 、減衰マトリックス $[C_{super}]$ 、剛性マトリックス $[K_{super}]$ を用いて、以下のように記述できる。

$$[M_{super}] \{\ddot{u}^{sr}\} + [C_{super}] \{\dot{u}^{sr}\} + [K_{super}] \{u^{sr}\} = -\{p\} \quad (2.3.14b)$$

したがって、全体系の運動方程式は(2.3.14a)(2.3.14b)式から $\{p\}$ を消去することで以下のように書ける。

$$[M_{super}] \{\ddot{u}^{sr}\} + [C_{super}] \{\dot{u}^{sr}\} + [K_{super}] + [K_{soil}] \{u^{sr}\} = [K_{soil}] \{ \{u^r\} + \{u^s\} \} \quad (2.3.15)$$

(2) モデルの特徴

このモデルは橋梁・基礎・地盤全体システムを最も細い橋脚基部で切断しサブストラクチャー法を適用するもので、切断面を通してやり取りするパラメータ数がスウェイ・ロッキングに関する力、変位だけに絞り込まれており、Penzienモデル以上に負担の少ない効率的な解析を可能にする。なおかつ、橋脚基礎部を支える地盤のバネについては、上部構造物の慣性力が作用するときの杭上部が大きくたわむ変形 (慣性力相互作用) のみを想定して設定すればいいので、合理的なバ

ネ値が設定できる。

図 2.3.9 は本委員会では解析対象とした P15 橋脚の杭基礎頭部の水平方向剛性 k_x (地盤剛性マトリックス $[K_{soil}]$ の一要素) の周波数依存性の解析例である。

2.3.1(3) で解説した単純な逸散減衰現象を考えると、地盤のバネの実部はおおむね周波数に依存せず一定である一方、虚部は周波数に比例することになる。しかし図 2.3.9 を見ると表層地盤の共振点で現れる下向き小さな窪みを除けば、実部は概ね周波数とともに漸減し、虚部は周波数にほぼ比例して増加していく。これは基礎、あるいはこれに付加される土の質量の影響と考えると直感的に理解できる。すなわちこの付加質量分を m_j と記述すると、

$$P = (k_j - \omega^2 m_j + i\omega c_j) \cdot U' = k_x \cdot U' \quad (2.3.16)$$

となり、 k_x の実部が $k_j - \omega^2 m_j$ になるからである。この時点で基礎・地盤系の剛性は図 2.3.10 に示すような一自由度系のモデルで近似できることが推察される。実際にはこれらのパラメータ、すなわち m_j 、 k_j 、 c_j はすべての周波数(波長)で一定である保証はない。それぞれの基礎形式やその相対剛性によって、また地盤が層構造(長さという次元)を持つ場合には m_j 、 k_j 、 c_j に該当するパラメータが周波数で大きく変化する。しかし多くの橋梁の杭基礎では、図 2.3.9 に示すようにこれらのパラメータは周波数に大きく依存しない。またこれらのパラメータのうち付加質量項 m_j は、地震応答解析で必要な周波数領域では無視できることも多い。

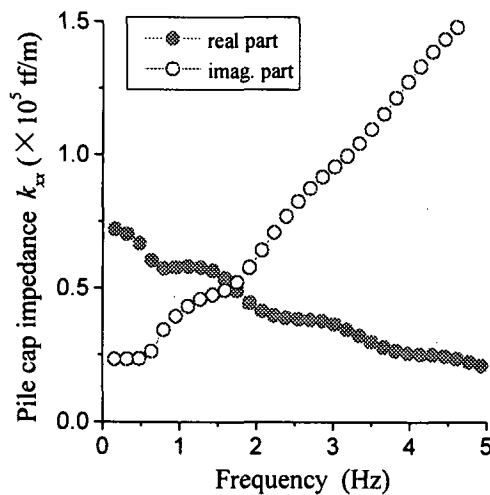


図 2.3.9 群杭基礎頭部の水平方向剛性 k_x の計算例

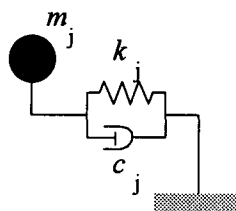


図 2.3.10 基礎剛性の等価モデル

式(2.3.15)中の地盤の剛性マトリックス $[\mathbf{K}_{soil}]$ は結果として、逸散減衰と等価な粘性減衰項 c_j のみならず付加質量項 m_j を含んだ形で以下のように表現されることになる。

$$[\mathbf{K}_{soil}] = [[\mathbf{k}_{soil}] - \omega^2[\mathbf{M}_{soil}] + i\omega[\mathbf{c}_{soil}]] \quad (2.3.17)$$

したがって、相互作用力 $\{\mathbf{p}\}$ とこれによって生じる変位 $\{\mathbf{u}^r\}$ の時間領域にも共通する表現は、以下のようなになる。

$$\{\mathbf{p}\} = [\mathbf{M}_{soil}]\{\ddot{\mathbf{u}}^r\} + [\mathbf{c}_{soil}]\{\dot{\mathbf{u}}^r\} + [\mathbf{k}_{soil}]\{\mathbf{u}^r\} \quad (2.3.18)$$

すでに紹介した SR モデルの運動方程式(2.3.15)は、(2.3.18)式における $\{\mathbf{u}^r\}$ が(2.3.14a)式中の $\{\{\mathbf{u}^{str}\} - \{\{\mathbf{u}^f\} + \{\mathbf{u}^s\}\}\}$ に等しいことから、以下のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned} & [[\mathbf{M}_{super}] + [\mathbf{M}_{soil}]]\{\ddot{\mathbf{u}}^{str}\} + [[\mathbf{C}_{super}] + [\mathbf{c}_{soil}]]\{\dot{\mathbf{u}}^{str}\} + [[\mathbf{K}_{super}] + [\mathbf{K}_{soil}]]\{\mathbf{u}^{str}\} \\ & = [\mathbf{M}_{soil}]\{\{\dot{\mathbf{u}}^f\} + \{\dot{\mathbf{u}}^s\}\} + [\mathbf{c}_{soil}]\{\{\mathbf{u}^f\} + \{\mathbf{u}^s\}\} + [\mathbf{K}_{soil}]\{\{\mathbf{u}^f\} + \{\mathbf{u}^s\}\} \end{aligned} \quad (2.3.19)$$

一方、地盤・杭間で剥離が生じるような著しい非線形性が現れる場合、Penzien モデルでは地盤の離散バネの変化でその影響を明示的に表現できる反面、SR モデルではそれをどのように反映させるか適切なモデルを構築することが一般に困難である。この点についての可能な対応については 3.1.5 で触れる。

2.3.4 遠方（自由）地盤の変形の算定

(1) 基盤入力か地表面変位の引き戻しか？

「Penzien」モデルも「SR」モデルも基本的には全体系をサブストラクチャーに分割し、切断面での変位と力の適合条件を満たすよう解析を進めていく、いわゆるサブストラクチャー法の範疇に入る。両モデルとも基盤上に広がる自由地盤の変形を求めることが必要である。杭が用いられる地盤が一般的に軟弱であり、「Penzien」モデルでは遠方（自由）地盤の深さ方向の変位分布が、「SR」モデルでは地表面での変位が地盤のバネを介しての構造物系サブストラクチャーへの入力として必要になるからである。

このことは、入力地震動を自由地盤表面ではなく基盤で与えることになる。既存の耐震設計法では、地上構造物と、地盤を含む地価構造物では異なる設計スペクトルが規定されている。もし地震動が自由地盤表面で与えられるのであれば、Penzien モデルで必要な深さ方向での変位分布はこの地表面変位から求めなければならない。そのためには、地震波の基盤面への引き戻しという作業を行わなければならない。この作業は数学的には deconvolution という作業であり地盤ひずみが等価線形解析を可能とする領域にあれば妥当である。しかしながら地盤が大幅な非線形性を示す場合にはその作業は極めて困難である。また現在、断層面の破壊プロセスと経験的グリーン関数から基盤面での地震動を推定する研究も進んでいる背景から、ここでは基盤面で入力地震動を規定し、表層地盤の応答を求めるプロセスの概要について触れておくことにする。

(2) 基盤入力に対する表層地盤変位の算定

杭基礎構造物などの挙動は周辺の地盤の挙動に大きく支配される。これが Penzien モデルで深さ方向での変位分布の算定が必要になる所以である。この地盤の変位を求める上で、いわゆるレベル 1、レベル 2 など示される地震動の強さとは別に、地盤のひずみの程度に応じて必要な対応を考える必要がある。土木学会地震工学委員会（当時耐震工学委員会）の地中構造物耐震性研究小委員会の報告書[1998]では、地盤変形の程度を地盤状態 1、地盤状態 2 の 2 段階に分けて考える概念を提示している。地震動の強さも、地盤の変形の程度とあいまって構造物の耐震性に大きく関わるので、この報告書で示される設計上の対応は表-2.3.1 に示されるように分類される。ここに示された概念は本来、トンネルを中心とする地中構造物を想定しているものであるが、(a)地盤ひずみに応じた解析法の選別、(b)地盤状態 2 という大きなひずみ域に達した場合の地盤バネの評価方針、など橋梁基礎の解析にも共通する考え方を含んでいるので、ここに紹介する。

この報告書に示された設計の流れはおよそ以下のようになる。

1. 設計で考慮する地震動の設定

当該地域でレベル 1、レベル 2 の 2 段階の地震動を想定する。また入力地震動は基盤面に与えるものとする。レベル 1、レベル 2 は加速度の大きさに関係するが、かならずしもトンネル周辺地盤のひずみの大きさを示すものではない。

2. 地盤の変形状況の予測

与えられた地震動に対し、等価線形化手法などで応答解析を行い、当該地点の地盤が、連続体として例えば有限要素法などによる扱いや等価線形化手法の適用が可能な状況(地盤状態 1)か、あるいは液状化などに伴う地盤の側方流動、地滑り、断層ずれなど不連続な大変形を生じる可能性がある場合(地盤状態 2)か判別する。仮に地震動の強度がレベル1相当でも地盤が地盤状態 2相当の変形をする可能性もある。地盤状態 1 から地盤状態 2 に移行する限界のひずみ γ_0 は地質条件によって異なるが概ね 1~数%あたりが目安となる。しかしながら等価線形化手法の信頼性は 0.1%を越えるひずみ域では著しく低下するので、このようなひずみが発生する可能性があるとは判断された場合、対象とする地価構造物の機能の水準に応じて、逐次解析手法の併用を検討することが望ましい。

3. 必要な対応の検討 (表 2.3.1).

地盤状態 1 の場合は従来の耐震解析、設計の範疇に入るもので、その照査として等価線形化手法が適用できる。地震動がレベル 2 に至る場合でも地盤が連続体としての状況を保つだけ良好であることを意味しているので基本的にはレベル 1 と同様、等価線形化手法などを用いた耐震性の検討が可能である。しかしこの場合は加速度がかなりの大きさに達する可能性があり、突出した構造物や付帯設備について慣性力の影響を十分検討する必要がある。

地盤状態 2 の場合は、地盤の変形が等価線形化手法の適用できる限界ひずみ γ_0 を超えていることを意味し、地盤条件がきわめて悪い場合を示している。このような場所での地下構造物は常時でも問題を起こすことがあり、このためこのような場所での建設を避けるか、あるいは地盤の安定を図ってから(地盤状態 1 にしてから)建設を進めるなどの対応をも考える必要がある。この状態では地盤の変形を等価線形化手法で解析することはできないので、可能な範囲の逐次応答解析を実施し、構造物と地盤の境界で予想される最大の変位量を求めることになる。そしてこの変位に対応できるような、機能水準に応じた構造の形式を考えておく必要がある。

表-2.3.1 設計上必要な対応

地盤状態 1	レベル 1	従来設計の範疇。等価線形化解析が可能である。
	レベル 2	ひずみが限界値 γ_0 以内に収まるので、基本的にはレベル 1 の対応と同様である。しかしレベル 2 という強い地震動は突出した付帯構造、地上部分の構築に大きな慣性力を与えるので水準に応じた設計、安全策が求められる。またひずみが γ_0 に近づいていることが想定され、かつ構造物の水準が A, B に該当する場合、等価線形化手法に加えて逐次解析法で地盤の応答を確認することが望ましい。

地盤状態 2	レベル 1	<p>地震動がレベル 1 であっても地盤ひずみが等価線形化手法の限界値 γ_0 を超えるので、SHAKE, FLUSH などの等価線形プログラムでの計算は適切ではない。そこで構造物の水準が A, B に該当する場合には</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 逐次応答解析 (HD モデルや RO モデルによる全応力解析, あるいは有効応力解析を含む) で地盤の非線型応答や残留変位を評価し, 可能性のある最も大きな変位を評価することが重要になる。斜面では残留変位量を評価する。 ● 断層のずれが予想される箇所では, これに抗することは困難であるので, 覆工の落下防止 (トンネル断面の確保), 緊急時の対応策をシステムとして検討する。 ● 応答変位法に用いる地盤ばねは周辺地盤の剛性低下につれて減少するが, 特に地盤状態 2 に至るような地盤ひずみのもとでこれを評価することは困難である。したがって便宜的に等価線形化解析の適用限界ひずみで低減された地盤ばね定数をそのまま用いてよいものとする。
	レベル 2	<p>ひずみが限界値 γ_0 を超えるので, 基本的にはレベル 1 の対応と同様である。さらに被災後の対応について水準 A, B いずれについても検討しておく必要がある。</p>

参考文献

- [Housner, 1957] Housner, G. W.: Interaction of Building and Ground during an Earthquake, Bull., Seismological Society of America, 44(4), pp.551-569, 1957.
- [Konagai, 2000] Konagai, K.: Shaking Table Test Allowing Interpretation of Damage to Structure in terms of Energy Influx and Efflux through Soil-Structure Interface, Report of Research Project 1999 Grant-in-Aid for Scientific Research (B), No. 10450174, Ministry of Education, Science, Sports and Culture, 2000.
- [Penzien, 1970] Penzien, J.: Soil-Pile Foundation Interaction, Earthquake Engineering, Chapter 14, ed. R.I. Wiegel, Prentice-Hall, pp.349-381, 1970.
- [日本道路協会, 1996] 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 (IV 下部構造編), 丸善, 東京, 1996.
- [西村, 1979] 西村, 青木: 国鉄の耐震設計と杭の載荷実験の今後の課題, 杭の水平載荷試験法に関するシンポジウム, 土質工学会, 1979.

- [土木学会，1992] 土木学会：基礎・地盤・構造物系の動的相互作用—動的相互作用効果の耐震設計への導入—，耐震工学委員会動的相互作用小委員会，1992.
- [土木学会，1997] 土木学会：トンネルの耐震設計の方向と課題，地震工学委員会トンネル耐震性研究小委員会，1997.

2.4 非線形梁要素

梁要素には非常に数多くのものがあるが、弾塑性解析の観点からすれば、 $M-\phi$ 要素とファイバー要素に大別できる。本節では、微小変位理論に基づいた弾塑性解析における、最も標準的な2次元梁要素（ベルヌーイ・オイラーの仮定に基づき、梁の軸線方向変位、軸線直角方向変位の形状関数がそれぞれ1次多項式、3次多項式で表される梁要素）の接線剛性マトリクスを例に取り上げて、2種類の梁要素の基本的な説明を行う。

2.4.1 接線剛性マトリクス

ベルヌーイ・オイラー梁では、「部材軸に直角な平面は、変位後も軸線に直角で平面を保つ」との仮定に基づいて定式化される[西野文雄, 1983]。この仮定によれば、図-2.4.1に示す2次元梁の断面内任意点 (x, z) の x 軸方向変位（梁の軸線方向変位） u は次のように表される。

$$u(x, z) = u_0(x) - zw'(x) \quad (2.4.1)$$

ここに、 w は z 軸方向変位（軸線直角方向変位）、 $u_0(x)$ は $z=0$ における x 軸方向変位、 (\prime) は $d()/dx$ を意味している。式(2.4.1)より x 軸方向の直ひずみ ε が直ちに得られる。

$$\varepsilon(x, z) = u_0'(x) - zw''(x) \quad (2.4.2)$$

ベルヌーイ・オイラーの仮定に基づいた梁要素では、 $u_0(x)$ に1次多項式、 $w(x)$ に3次多項式の形状関数が適用され、次のように表される[Cook, R.D., 1989]。

$$u_0(x) = \begin{bmatrix} \frac{L-x}{L} & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^1 \\ U^2 \end{Bmatrix} \quad (2.4.3)$$

$$w(x) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} & x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} & \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} & -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W^1 \\ \theta^1 \\ W^2 \\ \theta^2 \end{Bmatrix} \quad (2.4.4)$$

U^a , W^a , θ^a は、図-2.4.2に示すように、それぞれ節点 a における x 軸方向変位、 z 軸方向変位、たわみ角である。また L は要素長であり、節点1が $x=0$ 、節点2が $x=L$ に対応する。式(2.4.3)、(2.4.4)を式(2.4.2)に代入すれば、直ひずみ ε について次式が誘導される。

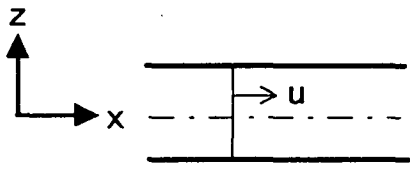


図-2.4.1 軸線方向変位

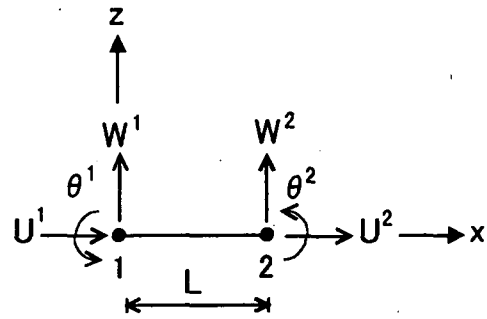


図-2.4.2 梁要素

$$\varepsilon(x, z) = [B]\{U\} \quad (2.4.5)$$

ここに,

$$[B] = [\phi_1 \quad -z\phi_2 \quad -z\phi_3 \quad \phi_4 \quad -z\phi_5 \quad -z\phi_6] \quad (2.4.6)$$

$$\begin{aligned} \phi_1 &= -\frac{1}{L} \\ \phi_2 &= -\frac{6}{L^2} + \frac{12x}{L^3} \\ \phi_3 &= -\frac{4}{L} + \frac{6x}{L^2} \\ \phi_4 &= \frac{1}{L} \\ \phi_5 &= \frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3} \\ \phi_6 &= -\frac{2}{L} + \frac{6x}{L^2} \end{aligned} \quad (2.4.7)$$

変位，ひずみの増分量に関しても上記の式はそのまま適用可能であり，重み付き残差法を用いれば，弾塑性解析の要素接線剛性マトリクスは容易に求められる [山口栄輝，1995]．一般に，要素接線剛性マトリクス $[k_T^e]$ は次のように表される．

$$[k_T^e] = \int_V [B]^T [D] [B] dv \quad (2.4.8)$$

ここに， $[B]$ ， $[D]$ はそれぞれひずみ増分－節点変位増分，応力増分－ひずみ増分の関係を表すマトリクスである．有限要素解析では式(2.4.8)を各要素ごとに計算し，その結果を組み合わせることで全体系の接線剛性マトリクスを構築する．本節で扱う梁要素においては， $[D]$ は接線弾性係数 E_T であり， $[B]$ は式(2.4.6)で与え

られるので、次式の計算を各要素ごとに行うことになる。

$$[k_T^e] = \int_{V^e} E_T \begin{bmatrix} \phi_1^2 & -z\phi_1\phi_2 & -z\phi_1\phi_3 & \phi_1\phi_4 & -z\phi_1\phi_5 & -z\phi_1\phi_6 \\ & z^2\phi_2^2 & z^2\phi_2\phi_3 & -z\phi_2\phi_4 & z^2\phi_2\phi_5 & z^2\phi_2\phi_6 \\ & & z^2\phi_3^2 & -z\phi_3\phi_4 & z^2\phi_3\phi_5 & z^2\phi_3\phi_6 \\ & & & \phi_4^2 & -z\phi_4\phi_5 & -z\phi_4\phi_6 \\ & sym. & & & z^2\phi_5^2 & z^2\phi_5\phi_6 \\ & & & & & z^2\phi_6^2 \end{bmatrix} dv \quad (2.4.9)$$

E_T が要素内で一定値を取る場合には、式(2.4.9)の接線剛性行列の各成分は容易に計算できる。その際、 z 軸の原点を図心に設定すれば $\int_{A^e} z dA = 0$ であることから、次式が導かれる。

$$[k_T^e] = \begin{bmatrix} \frac{E_T A}{L} & 0 & 0 & -\frac{E_T A}{L} & 0 & 0 \\ & \frac{12E_T I}{L^3} & \frac{6E_T I}{L^2} & 0 & -\frac{12E_T I}{L^3} & \frac{6E_T I}{L^2} \\ & & \frac{4E_T I}{L} & 0 & -\frac{6E_T I}{L^2} & \frac{2E_T I}{L} \\ & & & \frac{E_T A}{L} & 0 & 0 \\ & sym. & & & \frac{12E_T I}{L^3} & -\frac{6E_T I}{L^2} \\ & & & & & \frac{4E_T I}{L} \end{bmatrix} \quad (2.4.10)$$

ここに、 A 、 I はそれぞれ梁要素が表す部材の断面積、図心に関する断面2次モーメントである。鋼骨組構造の弾性解析では、図心軸を通る線材として各部材をモデル化し、梁要素で離散化して解析が行われる。その際には、式(2.4.10)を要素剛性マトリクスとして使用することができる。

2.4.2 $M-\phi$ 要素

曲げ変形が卓越する部材において、塑性変形に伴う剛性の変化を曲げ剛性 $E_T I$ の変化で代表させることがある。この場合の解析に際しては、曲げ剛性が曲げモーメント M —曲率 ϕ 曲線の傾きであるため、 $M-\phi$ 曲線をあらかじめ設定しておく必要がある。すなわち、変形状態に応じて $M-\phi$ 曲線から曲げ剛性 $E_T I$ を求め、それにより式(2.4.10)の接線剛性マトリクスを更新して解析を行うことになる。このような解析に用いる梁要素が $M-\phi$ 要素と呼ばれる。

このタイプの要素では式(2.4.10)を用いるので、式(2.4.9)の体積積分を行わなくてよい。そのため、接線剛性マトリクスを構築するための計算時間が短縮される。ただし、式(2.4.9)から式(2.4.10)を誘導する際には、 E_T が要素内で一定値

を取ることが前提となっているが、弾塑性変形では一般にこれは正しくない。特別な場合を除き、弾塑性変形時には接線剛性マトリクスのすべての成分が非零となり（これは軸方向の変形挙動と曲げ変形の連成を意味する）、式(2.4.10)は接線剛性マトリクスの近似となる。また、要素が長くなると、 E_T が要素内で一定という前提からの乖離が大きくなるため、 $M-\phi$ 要素を使用する際には要素長を短くすることも必要となる。

$M-\phi$ 要素では、 $M-\phi$ 曲線の設定が重要となる。しかしながら、これは材料のみならず断面形状にも依存するため、必ずしも容易な作業ではない。 $M-\phi$ 曲線を厳密に定めようとする、断面形状によってはかなり複雑な曲線になる。式(2.4.10)自体が弾塑性変形時には近似に過ぎないこと、 $M-\phi$ 要素の利点が計算時間の短さであることを思えば、複雑な $M-\phi$ 曲線をあえて設定する必要性はなく、バイリニア型やトリリニア型で十分であろう。実際、鉄道構造物等設計標準・同解説耐震設計〔運輸省鉄道局監修〕では、そうした単純な $M-\phi$ 関係のみを提示している。

橋梁の地震時応答解析では、軸力や二軸まわりの曲げモーメントが作用し、かつそれらが大きく変動することも多い。塑性変形には、複数の断面力によって生じる応力値に関わるため、塑性変形発生の基準は、断面力の組み合わせで表す必要がある。そうした基準は一般に降伏基準と呼ばれ、 $M-\phi$ 要素の場合には断面力空間における曲面（降伏曲面）を用いて表されることになる。しかしながら、この降伏曲面は材料特性だけでなく梁の断面形状にも依存するため、その構築は容易でない。また、ひずみ硬化の影響を考慮する際には、降伏曲面の変化を定義する必要も生じるため、降伏曲面の構築はさらに煩雑となる。

$M-\phi$ 要素の利点は塑性変形の扱いの簡便さと計算時間の短縮にある。しかしながら、断面力表示のもとで厳密な梁理論や塑性論を適用するのは不可能でないにせよ、非常に困難である。厳密さを保つために、解析手順が煩雑になったり計算量が増大しては、 $M-\phi$ 要素の利点が失われる。そのため、 $M-\phi$ 要素では、通常、梁理論および弾塑性論をある程度近似的に取り扱う。したがって、 $M-\phi$ 要素の使用に際しては、その近似度に応じた適用性に留意する必要がある。

2.4.3 ファイバー要素

ファイバー要素では、応力-ひずみ関係をもとに接線弾性係数 E_T を定め、式(2.4.9)の体積積分を実行する。塑性変形が始まると断面内で接線弾性係数 E_T は一定でなくなるため、式(2.4.9)の積分を解析的に求めることはできず、何らかの数値積分法を適用することになる。

$M-\phi$ 要素では、その剛性変化を支配する $M-\phi$ 関係が材料特性だけでなく断面形状にも依存するが、ファイバー要素では材料特性である応力-ひずみ関係だけから剛性変化が評価できる。また断面力ではなく、応力をもとに塑性変形有無の判定を行うので、変動する軸力や二軸まわりの曲げモーメントが作用する場合の対応も容易であり、伸び剛性や二軸まわりの曲げ剛性の変化、軸力問題と曲げ問題の連成についても、容易に厳密な取り扱いを行える。

ファイバー要素では，このように梁理論や塑性理論に厳密に基づいた解析が可能である半面，各解析段階で式(2.4.9)の数値積分を行うため，接線剛性マトリクスの形成に時間がかかり，解析時間が長くなる傾向にある。

参考文献

- [西野文雄，1983] 西野文雄，長谷川彰夫：構造物の弾性解析，新体系土木工学7，技法堂，1983.
- [Cook, R.D., 1989] Cook, R.D., Malkus, D.S. and Plesha, M.E.: Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 3rd Ed., John Wiley & Sons, N.Y., 1989.
- [山口栄輝，1995] 山口栄輝，堀宗朗，久保喜延：等価介在物法を用いた平面骨組構造物の弾塑性解析，構造工学論文集，Vol.41A, pp.9-14, 1995.
- [運輸省鉄道局，1999] 運輸省鉄道局監修：鉄道構造物等設計標準・同解説 耐震設計，丸善，1999.

2.5 鋼材の弾塑性モデル

2.5.1 塑性論の基礎

(1) 弾塑性挙動

通常、塑性論で想定されている弾塑性体の変形挙動は次の通りである。

ある物体に荷重が作用した場合、その荷重が小さくて変形が小さい範囲においては、除荷過程でも載荷時と同じ変形経路をたどり、完全に元の状態にもどる。ところが、荷重の大きさがある限界を超えると、除荷時の変形過程が載荷時と異なるようになり、荷重をすべて除いた状態においても変形が残る。除荷に伴って変化（減少）するひずみは弾性ひずみ、変化しないひずみは塑性ひずみと呼ばれる。

除荷後、再度載荷を始めると、除荷時と同じ変形経路をたどり、除荷を開始した点に達した後、塑性ひずみを生じ始める。こうした変形過程を、応力-ひずみ関係の形で図-2.5.1 にまとめている。図中、 ϵ^e 、 ϵ^p はそれぞれ弾性ひずみ、塑性ひずみを表す。弾性ひずみのみを生じる場合は弾性変形、塑性ひずみを伴う場合は弾塑性変形と呼ばれる。図-2.5.1 の $0 \rightarrow A$ 、 $B \rightarrow C \rightarrow B$ は弾性変形、 $A \rightarrow B$ 、 $B \rightarrow D$ は弾塑性変形である。

このような変形特性からも分かるように、塑性論においては、ひずみが弾性ひずみと塑性ひずみの和で表される。また、応力は弾性ひずみにのみ関係するとしている。

上記から明らかなように、弾性変形と弾塑性変形の違いは、塑性ひずみ発生の有無にある。すなわち、応力とひずみの関係が非線形であっても、塑性ひずみが生じなければ、それは弾性変形である。弾性変形と弾塑性変形を区別するには、除荷を行う必要がある。なお、鋼材の場合、その弾性変形における応力-ひずみ関係は線形でモデル化されるのが普通である。

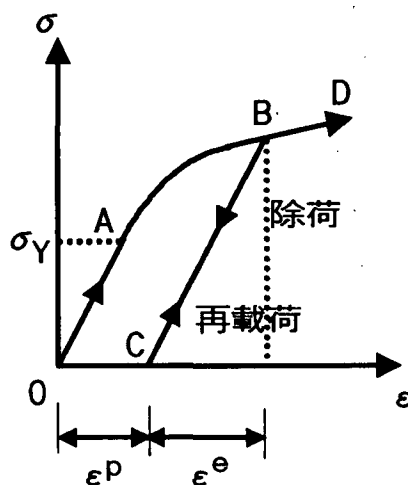


図-2.5.1 応力-ひずみ関係（除荷，再載荷）

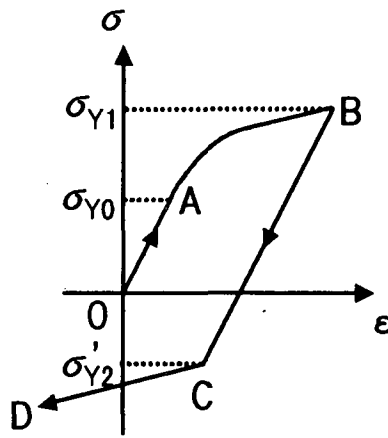


図-2.5.2 応力-ひずみ関係（逆載荷）

(2) 降伏曲面

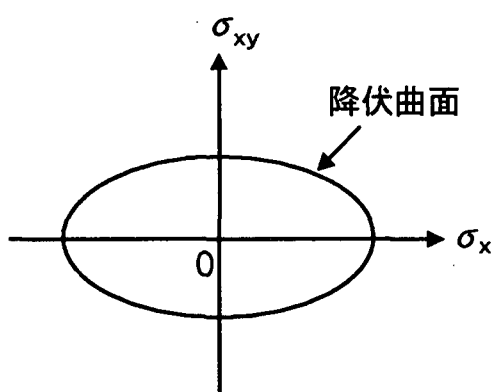
塑性ひずみが生じ始めるところを降伏点、その応力を降伏応力と呼ぶ。図-2.5.1では、点A、Bが該当する。点Aは塑性変形が全く生じていない初期状態における降伏点であるのに対し、点Bは塑性変形がすでに始まった後での降伏点である。この2種類の降伏点を区別する際には、前者を初期降伏点、後者を継続降伏点と呼ぶ。また、対応する応力は初期降伏応力、継続降伏応力と呼ばれる。降伏応力は弾塑性変形とともに変化し、図-2.5.1ではA→B→Dと移行している。

ところで、除荷により荷重を取り除いた後、今度は逆向きに載荷することを考える。その荷重がある限界を超えると、逆向きの弾塑性変形が始まり、塑性ひずみが生じる。図-2.5.2に、応力-ひずみ関係の形でその様子を示している。この図では点A、B、Cが降伏点で、点Aが初期降伏点、点B、Cが継続降伏点である。

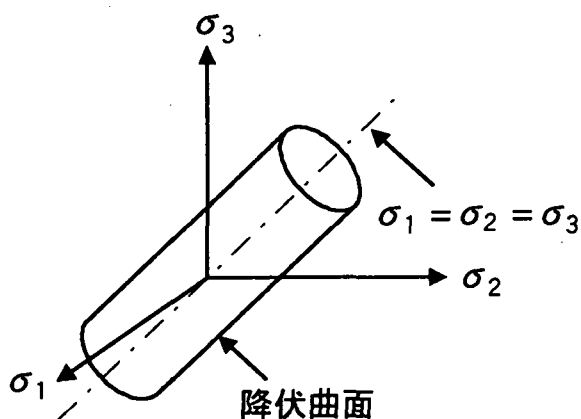
弾塑性モデルでは、弾性変形と弾塑性変形を区別する必要がある。図-2.5.2においては、O→A、B→Cが弾性変形であり、A→B、C→Dが弾塑性変形である。両者の区別は、降伏点（降伏応力）、現在の応力、応力変化をもとに行われる。現在の応力が降伏点間にあれば弾性変形となる。そのため、降伏点間は弾性領域と呼ばれる。図-2.5.2では、BC間、すなわち $\sigma'_{Y2} < \sigma < \sigma_{Y1}$ がそれに該当する。等方性材料の場合、初期状態では、 $-\sigma_{Y0} < \sigma < \sigma_{Y0}$ が弾性領域である。

弾塑性変形をしている間は、現在の応力が（継続）降伏応力である。この場合には、弾性領域の外向き方向に応力が変化するなら弾塑性変形、逆方向に応力が変化するなら弾性変形となる。図-2.5.2では、A→B、C→Dは弾性領域の外向きに応力が変化するため弾塑性変形、点Bから点Cに向かい始めた際には、応力が弾性領域の内向きに変化するため、弾性変形と判断されることになる。

以上では、応力の一成分だけがゼロでない一軸応力状態を例にとって説明した。一般的な場合には、応力成分の組み合わせにより弾性領域が定められる。すなわち、弾性領域は応力空間における曲面で定義され、降伏曲面と呼ばれる。



(a) $\sigma_x - \sigma_{xy}$ 平面



(b) 主応力空間

図-2.5.3 降伏曲面

鋼材の場合には，材料特性の方向性が小さく等方性材料と仮定できるため，応力テンソルの不変量を用いた次式によって降伏曲面が定義される．

$$f = J_2 - \frac{1}{3}\sigma_e^2 = 0 \quad (2.5.1)$$

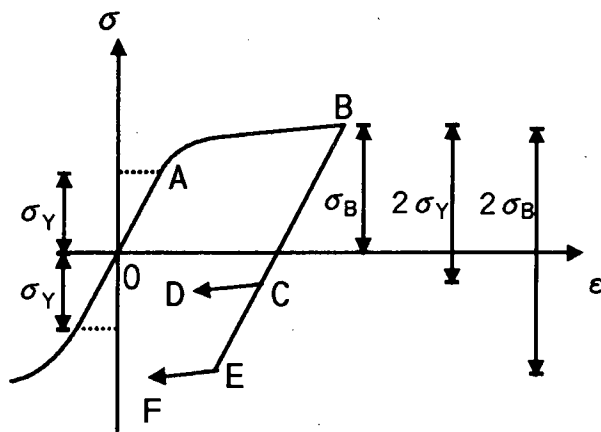
ここに，

$$\begin{aligned} J_2 &= \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \\ &= \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + \sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2 \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ は主応力， σ_e は材料試験によって定められる値であり，降伏曲面の大きさを表す．上式により降伏が定義される材料をミーゼス材料，あるいは J_2 材料と呼ぶことがある．図-2.5.3 に， $\sigma_x - \sigma_{xy}$ 平面，主応力 ($\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3$) 空間にお

ける降伏曲面を示している． $\sigma_x - \sigma_{xy}$ 平面では楕円，主応力空間では水圧軸 ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) を中心軸とする円柱となる．

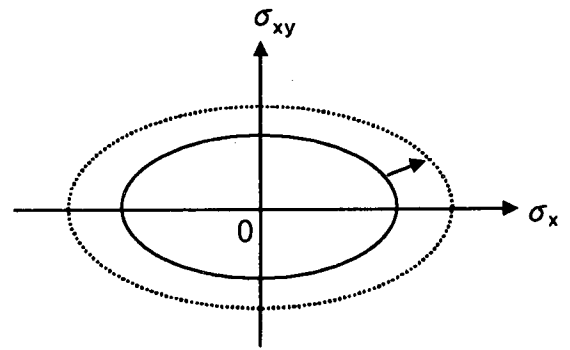
一般的な応力状態下では，降伏曲面の内部が弾性領域となる．従って，現在の応力状態が降伏曲面の内部に位置する場合には，弾性変形である．現在の応力状態が降伏曲面上にある場合には，応力状態が降伏曲面の外向き方向に変化する場合は弾塑性変形，それ以外は弾性変形となる．



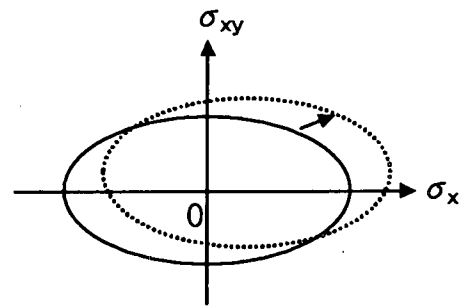
等方硬化則： 0 → A → B → E → F

移動硬化則： 0 → A → B → C → D

図-2.5.4 等方硬化則と移動硬化則



(a) 等方硬化則



(b) 移動硬化則

図-2.5.5 降伏曲面の変化

(3) 硬化則

ある方向に塑性変形が生じると、他の方向の降伏応力は初期の値から変化する。バウシinger効果と呼ばれる現象である。等方性材料の場合、一軸応力状態においては、作用する応力の向きにかかわらず、初期降伏応力は同じ大きさであるが、一旦ある方向に塑性変形が生じると、逆方向の降伏応力（絶対値）は減少する。これは、図-2.5.2の応力-ひずみ関係において、 $|\sigma'_{Y2}| < \sigma_{Y0}$ であることを意味している。

バウシinger効果を表現する規則は一般に硬化則と呼ばれ、等方硬化則や移動硬化則がよく知られている。等方硬化則では、ある方向の降伏応力が変化すれば、他の方向の降伏応力も弾性領域を広げる方向に変化すると仮定する。一方、移動硬化則では、ある方向の降伏応力が変化すると、弾性領域が大きさを変わらずに移動する。一軸応力状態を例に取り、等方硬化則と移動硬化則を用いた場合の応力-ひずみ曲線を図-2.5.4に描いている。また、 $\sigma_x - \sigma_{xy}$ 平面における降伏曲面を例に取り、等方硬化則と移動硬化則による降伏曲面の変化を図-2.5.5に示している。

なお、バウシinger効果では逆方向の降伏応力の絶対値が減少するのに対し、等方硬化則ではその逆の結果となる。一方、移動硬化則では一般にバウシinger効果よりも大きな降伏応力の変化が得られる。そのため、この2つの硬化則を組

み合わせ，降伏応力の変化を調整した弾塑性モデルの構築することも行われている。

(4) 流れ則

弾塑性変形では塑性ひずみが生じる。塑性ひずみ成分は一般に6個あり，塑性論では，塑性ポテンシャルを導入することで，塑性ひずみ増分の成分間の比を定めている。すなわち，塑性ポテンシャルの外向き法線ベクトルの方向が，塑性ひずみ増分の方向に一致すると仮定している。これは流れ則と呼ばれ，数学的には次式で表される。

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.5.3)$$

ここに g は塑性ポテンシャル， $d\lambda$ は正のスカラー量である。塑性ポテンシャルが降伏曲面を定義する関数（降伏関数）に一致する場合は関連流れ則，そうでない場合は非関連流れ則と呼ばれる。鋼材の弾塑性モデルでは，関連流れ則が採用される。

(5) 応力－ひずみ関係

図-2.5.1，図-2.5.2 から明らかなように，弾塑性変形では，応力とひずみが一対一に対応しない。そのため，弾塑性モデルの応力－ひずみ関係は増分形式で書かれる。その定式化は，上述した事柄（ひずみは弾性成分と塑性成分からなること，弾性成分のみが応力に関わること，弾塑性変形時には応力は常に降伏曲面上に位置すること，塑性ひずみ増分は塑性ポテンシャルの法線方向に一致すること）を用いて，容易に行うことができる。応力－ひずみ関係の具体的な定式化については，弾塑性論の専門書を参照していただきたい。

2.5.2 鋼材の繰返し塑性モデル

(1) 概要

地震力を受ける鋼構造物の終局挙動を解析的に予測するためには，構造用鋼材の繰返し塑性に関する構成則が重要である。構造用鋼材が繰返し荷重を受け場合，降伏棚の減少，弾性域の変化，硬化係数の変化などが生じ，既存の等方硬化則や移動硬化則またこれらを組み合わせた混合硬化則では多くの繰返し塑性履歴を受ける場合には精度良くその挙動を予測することができない。

従来 of 構成則を改良し，繰返し塑性の特性を考慮したものとして，多曲面モデル[皆川勝，1988]，修正二曲面モデル[Shen, C., 1993]，三曲面モデル[後藤芳顯，1998][Goto, Y., 1998]，単調載荷曲線による BMC モデル[西村宣男，1995]などが提案されている。

多曲面モデル，修正二曲面モデル，単調載荷曲線による BMC モデルでは鋼材の一軸の繰返し載荷実験をもとにパラメータが設定されている。ただ，一軸繰

り返し載荷試験では，圧縮領域で供試体に座屈が生じるため，ひずみの比較的小さい領域での返し載荷試験しか行うことができない．このため，実際の鋼製橋脚を対象とした場合，その終局状態において局部座屈を伴う繰り返し塑性により生ずる非常に大きな相当塑性ひずみ領域での精度についてはあきらかでない．また，これらの塑性モデルは材料の一軸繰り返し挙動を忠実にカーブフィッティングする目的で多くの材料パラメータを含んでいるため，パラメーター同定を含め一般の多軸応力下の実用解析に適用するのはかなり煩雑である．さらに，一軸挙動を一般の多軸挙動へ拡張する場合，通常の塑性ポテンシャル理論によってなされているが，載荷経路が比例載荷から大きくはずれる場合には精度の低下は避けられない．したがって一般の変形問題への適用を考えると，一軸試験の結果の忠実な記述が多軸応力下の解析でどの程度重要であるかは必ずしも明らかではない．

三曲面モデルはこのような問題点を解決するため，一軸の繰り返し実験に加え，一軸実験が難しい大ひずみ領域では鋼製橋脚の繰り返し載荷実験[建設省土木研究所, 1997a][岸徳光, 2000]とのキャリブレーションによりパラメータの同定がなされている．このようなキャリブレーションを行うことにより多軸応力下での精度向上が可能となっている．さらに，構成則モデル支配パラメータの鋼製橋脚解析における感度の検討よりパラメータの数をかなり減らしている．

以下に，修正二曲面モデル，BMCモデル，三曲面モデルについて説明する．

(2) 修正二曲面モデル

Shenらは，DafaliasとPopovの二曲面モデル[Dafalias, Y.F., 1975]の高精度化を図って改良を加え新しく修正二曲面モデル[Shen, C., 1993]を提案している．二曲面モデルおよび修正二曲面モデルは真応力-塑性ひずみで規定されるもので，応力空間に降伏曲面および境界曲面の2つの曲面を設定することが特徴であり，またそれがモデルの名前の由来にもなっている．ここでは説明を簡潔にするため，1軸応力状態に関して説明を行っていく．図-2.5.6はこのモデルの概要を示したものであり，大きく分けて弾性域，塑性域，降伏棚域の3つの領域から構成されている．

a) 塑性域

塑性域は二曲面モデルと同様に，弾性域が終了する点から境界線(境界曲面)に漸近する曲線で定義され，ひずみ硬化勾配が以下のような式で示される．

$$E^P = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E_0^P + h \frac{\delta}{\delta_{in} - \delta} \quad (2.5.4)$$

ここで， E_0^P は現在の境界線の傾き， δ は現在の応力点と境界線との距離， δ_{in} は塑性開始点から境界線までの距離を示す．また， h は形状パラメータと呼び δ の1次関数で示される．

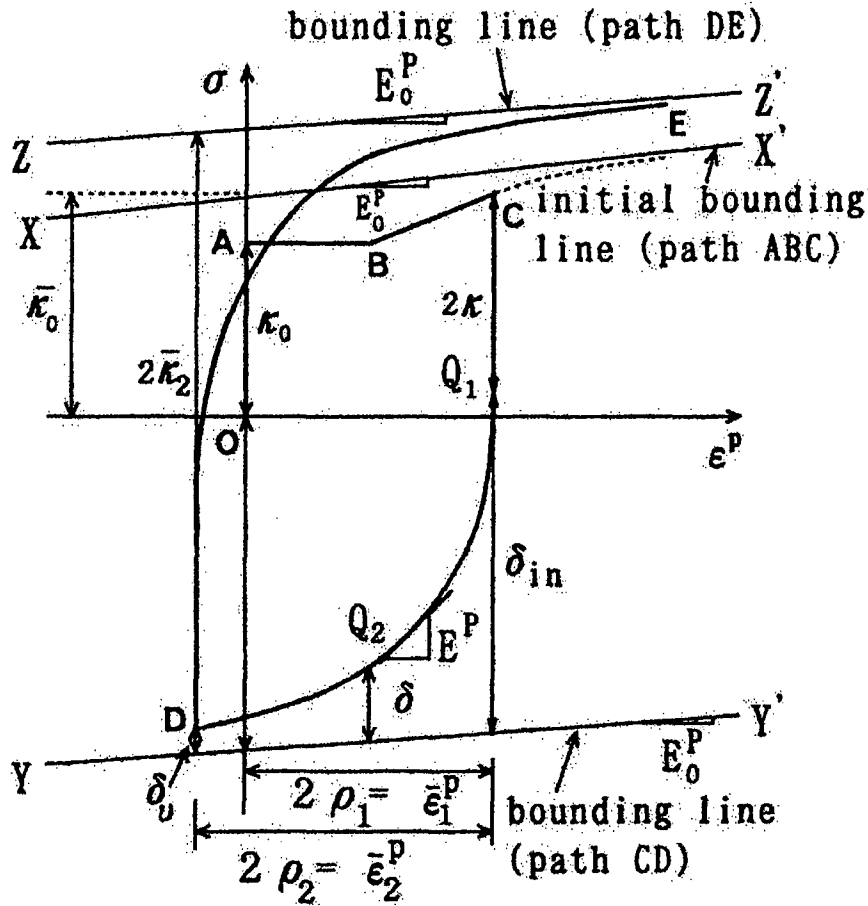


図-2.5.6 修正二曲面モデルの概要

$$h = e \cdot \delta + f \quad (2.5.5)$$

ここで、 e 、 f は材料によって決まる定数である。

b) 弾性域

二曲面モデルは弾性域の大きさを一定としているが、弾性域の大きさは、実験結果からの考察より塑性ひずみ履歴を受けるに従って減少していくことが分かっている。修正二曲面モデルでは弾性域の大きさを次式で定義する。

$$\frac{\kappa}{\kappa_0} = \alpha - a \cdot \exp(-b\bar{\epsilon}^P \times 100) - (\alpha - a - 1) \exp(-c\bar{\epsilon}^P \times 100) \quad (2.5.6)$$

ここで、 κ と κ_0 はそれぞれ現在と初期の弾性域の1/2を示す。また、 a 、 b 、 c と α は材料によって決まる定数である。有効塑性ひずみ(Effective Plastic Strain, 以下EPSとする)は図-2.5.7に示すように、材料が現在までに経験した有効ひずみ振幅の最大値として定義する。

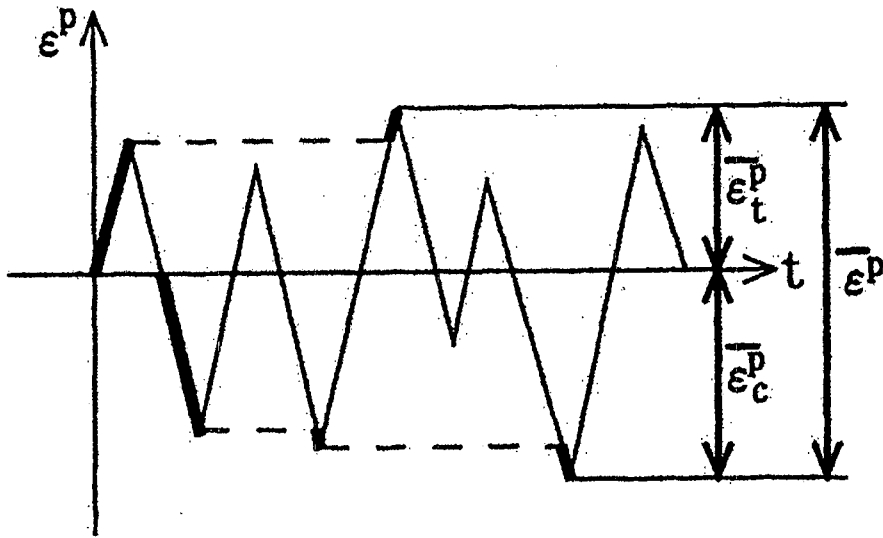


図-2.5.7 有効塑性ひずみ

c) 降伏棚の取り扱い

二曲面モデルは降伏棚域が存在しないため、修正二曲面モデルは降伏棚域を導入することにより構造用鋼材への適用を図っている。降伏棚域で繰り返し荷重を受けると、降伏棚の大きさが減少していくことが実験的に分かっているので、この影響もモデルに取り入れられている。修正二曲面モデルでは降伏棚の消失を以下の式で判定する。

$$\left(\frac{\bar{\epsilon}^P}{\epsilon_{st}^P} - 1 \right) - M \left(\frac{W^P}{W_{st}^P} - 1 \right) \begin{cases} < 0 & \text{降伏棚出現} \\ \geq 0 & \text{降伏棚消失} \end{cases} \quad (2.5.7)$$

ここで、 ϵ_{st}^P と W_{st}^P は単調載荷曲線において降伏棚の終了点での塑性ひずみと塑性仕事を示す。 M は材料によって決まる定数である。なお、塑性仕事は以下の式で定義される。

$$W^P = \int \sigma d\epsilon^P \quad (2.5.8)$$

d) 境界線

二曲面モデルは境界線の大きさおよび傾きを一定としているが、修正二曲面モデルではEPSの増加に応じて境界線の大きさおよび傾きはそれぞれ徐々に変化していくものとしている。境界線の大きさは以下の式で決定する。

$$\bar{\kappa} = \bar{\kappa}_\infty + (\bar{\kappa}_0 - \bar{\kappa}_\infty) \exp(-\zeta \rho^2) \quad (2.5.9)$$

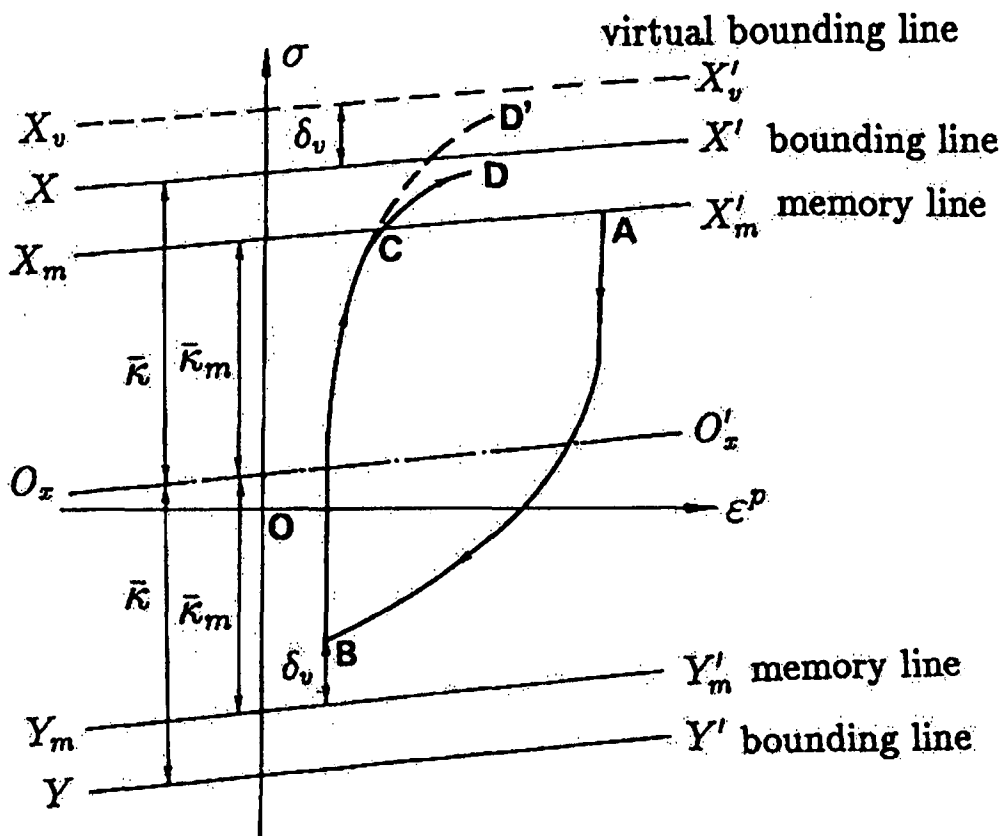


図-2.5.8 仮想境界線と記憶曲面

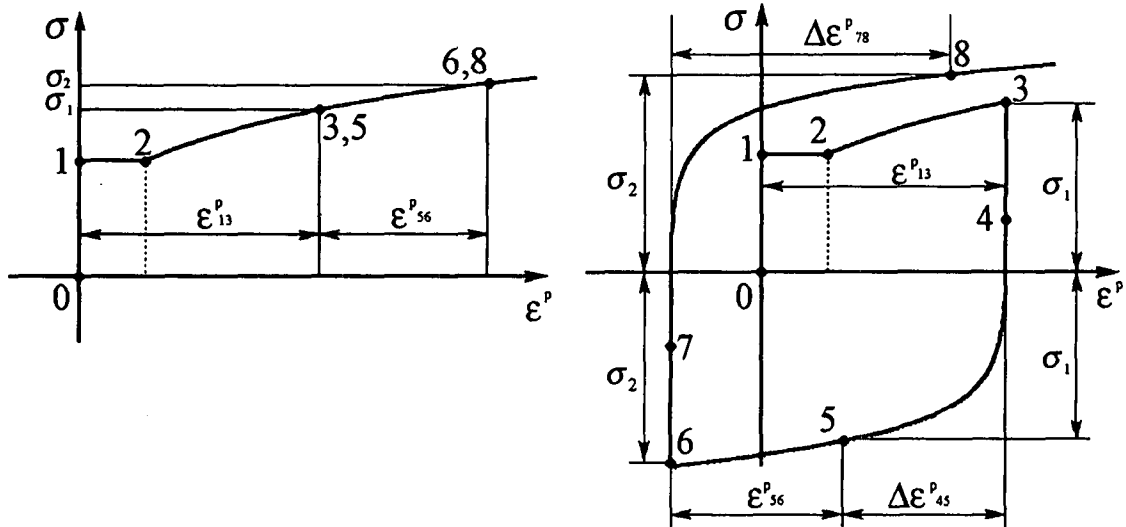
ここで、 $\bar{\kappa}_0$ は初期の境界線の大きさ、 $\bar{\kappa}_\infty$ は境界線の限界値であり最大応力と等しい。 ρ はEPSの1/2、 ζ は材料によって決まる定数を示す。また、境界線の傾きは以下の式で決めることとする。

$$E_0^P = \frac{E_{0i}^P}{1 + \omega W^P} \quad (2.5.10)$$

ここで、 E_{0i}^P は初期の境界線の傾きで単調載荷曲線から求まる値である。また、 ω は材料によって決まる定数を示す。

e) 仮想境界線と記憶線

DafaliasとPopovの二曲面モデルに以上の修正および追加したモデルではひずみ振幅の小さい繰り返しを受けた場合、実験値とのずれが大きくなるため、図-2.5.8に示すように仮想境界線と記憶線を導入することにより精度の向上を図る。仮想境界線および記憶線は必ず境界線と平行になるように設置する。記憶線は過去に受けた最大応力を示す線とする。初期の大きさは降伏応力と等しく、過去に受けた最大応力を受ける都度、大きさを拡大する。



(a) 単調荷重経路

(b) 繰り返し荷重経路

図-2.5.9 構成式の概要

仮想境界線は記憶線に達する前にひずみの反転が起こった場合に用いる。ひずみの反転が起きた点から記憶線までの距離を δ_v とすると、仮想境界線は境界線から δ_v だけシフトした位置とし、塑性域でのひずみ勾配の決定に使用する。つまりひずみ勾配を以下の式によって決める。

$$E^P = E_0^P + h \frac{\delta + \delta_v}{\delta_{in} - \delta} \quad (2.5.11)$$

ただし、応力が記憶線に達した後は、通常どおり式(2.5.4)によって決めることとする。

(3) BMCモデル

西村らは、単調荷重曲線を利用した構成式(Based on Monotonic loading Curve)[西村宣男,1995]の提案を行っている。単調荷重曲線を基にした構成式の概要を図-2.5.9(a),(b)に示す。図-2.5.9(a)は真応力-塑性ひずみで整理した単調荷重曲線、図-2.5.9(b)は繰り返し塑性履歴を受けた鋼材の真応力-塑性ひずみ関係を示しており、図-2.5.9(b)の点0~8は図-2.5.9(a)の点0~8(ただし点4,7を除く)と応力が等しくそれぞれ対応した点となっている。図-2.5.9(b)において、一軸状態における真応力-塑性ひずみの関係を点0-1の初期弾性域、点1-3と点5-6、点8以降の単調荷重曲線に準ずる領域、点3-5と点6-8の遷移領域に分ける。さらに単調荷重曲線に準ずる領域を点1-2の降伏棚、点2-3と点5-6、8以降のひずみ硬化領域に、遷移領域を点3-4と点6-7の弾性遷移領域、

点4-5と点7-8の非線形遷移領域の2つに分けることにする。図-2.5.9(b)の塑性履歴曲線を例にとって構成式の概要を以下に説明する。応力が σ_1 である点3まで載荷した後、除荷したとする。除荷が進み点5において応力が再び σ_1 に達したとすると、点5から後の真応力-塑性ひずみの関係は図-2.5.9(a)の単調載荷曲線の点5以降の真応力-塑性ひずみで表現され、再載荷が起こる点6までの点5-6の塑性履歴曲線は図-2.5.9(a)の単調載荷曲線の点5-6の部分で表現される。このように単調載荷曲線を基にして、繰り返し塑性履歴を受ける鋼材の真応力-塑性ひずみ関係を単調載荷曲線に準ずる領域とそれ以外の遷移領域に分けて表現する構成式では、これらの領域分けが重要となる。そのためには、単調載荷曲線上のある応力 σ まで達した後、荷重を反転させたときに再びその応力 $\sigma' = |\sigma|$ に達するまでの塑性ひずみ変化量、つまり単調載荷曲線上のある応力に対応する塑性ひずみ ε_{mon}^P と、そこで荷重を反転させた時に現れる遷移領域の塑性ひずみの大きさ $\Delta\varepsilon^P$ の関係を定式化する必要がある。そこで、単調載荷曲線上の塑性ひずみ ε_{mon}^P と荷重を反転させた時に現れる遷移領域の塑性ひずみの大きさ $\Delta\varepsilon^P$ 、例えば図-2.5.9(b)に示すひずみ硬化領域においては、 σ_1 なら $\varepsilon_{mon}^P = \varepsilon_{13}^P$ と $\Delta\varepsilon^P_{45}$ 、 σ_2 なら $\varepsilon_{mon}^P = \varepsilon_{13}^P + \varepsilon_{56}^P$ と $\Delta\varepsilon^P_{78}$ との関係を、図-2.5.10に示す降伏棚においては、 $\varepsilon_{mon}^P = \varepsilon_{12}^P$ と $\Delta\varepsilon^P_{34}$ との関係を以下の式によって表現することとした。

$$\Delta\varepsilon^P = \frac{e}{d} \sqrt{(\varepsilon_{mon}^P)^2 + 2d\varepsilon_{mon}^P} \quad (2.5.12)$$

ここに、 $\Delta\varepsilon^P$ は遷移領域の塑性ひずみの大きさ、 ε_{mon}^P は単調載荷曲線上の塑性ひずみ、 d, e は鋼材によって決まる定数を示す。

以下にそれぞれの領域での真応力-塑性ひずみの定式化について説明する。

a) 単調載荷曲線に準ずる領域

ひずみ硬化領域の単調載荷曲線については、以下の式によって示す。

$$\sigma = a \ln\left(\frac{\varepsilon_{mon}^{P*}}{b} + 1\right) + (E_{st}^P - \frac{a}{b})\varepsilon_{mon}^{P*} + \sigma_y \quad (2.5.13)$$

ここに、 ε_{mon}^{P*} はひずみ硬化開始点を原点としたときの単調載荷曲線上の塑性ひ

ずみ, $E^{P_{st}}$ はひずみ硬化勾配, σ_y は降伏点応力, a, b は鋼材によって決まる定数を示す. また, 図-2.5.10のように降伏棚上で荷重を反転させると, 反転させたループにおいても降伏棚が現れてくる. 実験結果からの考察より降伏棚上で荷重を反転させた場合, 現れてくる降伏棚の長さの累計が単調載荷時の降伏棚の長さに達するまで降伏棚の挙動を示すこととした.

b) 弾性遷移領域の数学的表現

図-2.5.9の点3-4および点6-7, 図-2.5.10の点2-3のような遷移領域における弾性域については, 鋼材が繰り返し塑性履歴を受けるとバウシinger効果により弾性域の大きさは初期弾性域の大きさより減少し, ある程度以上の繰り返し塑性履歴を受けると弾性域の大きさは一定値に収束することが明らかにされている [Shen, C., 1993][Lee, G.C., 1991]. そこで, 繰り返し塑性履歴にともなう弾性域の大きさの変化を以下の式によって表現した.

$$\frac{\kappa}{\kappa_0} = \frac{1-c}{(\varepsilon^{P_{mon}} + 1)^n} + c \quad (2.5.14)$$

ここに, κ は弾性域の大きさ, κ_0 は初期の弾性域の大きさ ($2\sigma_y$), c, n は鋼材によって決まる定数を示す.

c) 非線形遷移領域

図-2.5.9(b)の点4-5および点7-8, 図-2.5.10の点3-4のような非線形遷移領域においては接線塑性係数の値が, 非線形塑性域の開始点 (例えば点4) での無限大から, 非線形遷移領域の終了点 (例えば点5) での接線塑性係数 E^{P_0} の値まで変化する. そこで接線塑性係数をこのような特性を考慮できるような形で定式化した. 図-2.5.11に非線形塑性域である点4-5を例に取り, 接線塑性係数の定式化について説明する. 図-2.5.11に示すように非線形遷移領域の開始点 (点4) を原点とし, 軸に塑性ひずみ, 軸に真応力をとる. 非線形遷移領域上の任意の点 $P(x, y)$ における接線塑性係数 E^P を原点から非線形遷移領域の終了点 (点5) までの塑性ひずみ $\Delta\varepsilon^P$ と真応力 $\Delta\sigma$, 点5における接線塑性係数 $E^{P_{st}}$ を用いて以下のように表現することとした.

$$E^P = \frac{dy}{dx} = E^{P_0} + (1+m)^2 \left(E^{P_0} - \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon^P} \right) \left(\frac{x}{\Delta\varepsilon^P} \right)^m \ln \left(\frac{x}{\Delta\varepsilon^P} \right) \quad (2.5.15)$$

ここで m は非線形遷移領域の形状を表す定数であり, $-1 < m < 0$ である. 式

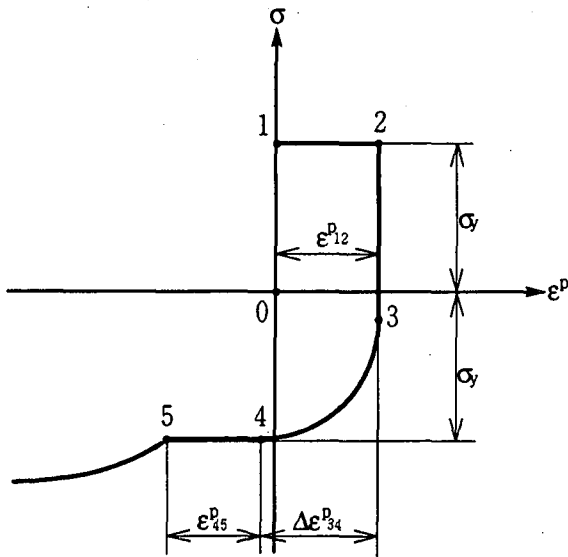


図-2.5.10 降伏棚の取扱い

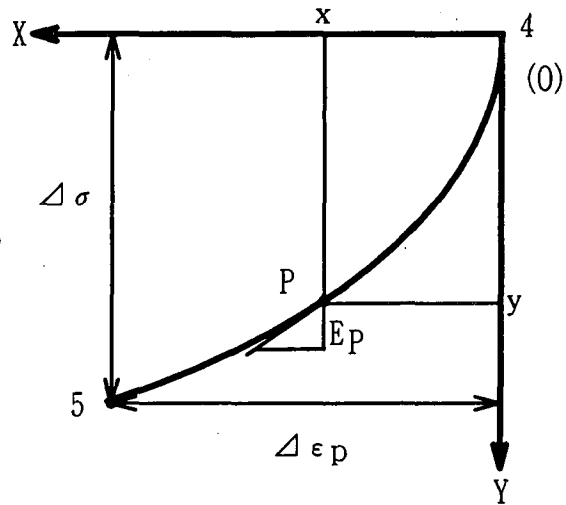


図-2.5.11 非線形遷移領域

(2.5.15)において、非線形遷移領域の開始点 ($x=0$) では接線塑性係数 E^P は無限大であり、非線形塑性領域の終了点 ($x=\Delta\epsilon^P$) では接線塑性係数 E^P は E^{P_0} となっている。さらに式(2.5.15)を x に関して積分することにより点Pの座標値について以下の関係式が得られる。

$$y = E^{P_0}x + (\Delta\epsilon^P E^{P_0} - \Delta\sigma) \left(\frac{x}{\Delta\epsilon^P}\right)^{m+1} \left\{ (1+m) \ln\left(\frac{x}{\Delta\epsilon^P}\right) - 1 \right\} \quad (2.5.16)$$

この非線形遷移領域の曲率に関する定数 m は曲線の形状を決める定数であり以下のように決めることとする。

$$m = \frac{f}{\epsilon^{P*} \frac{df}{d\epsilon^p} + \{1 + \exp(g)\} f} - 1 \quad (2.5.17)$$

ここに、 f, g : 鋼材によって決まる定数を示す。降伏棚で荷重を反転させたときのループの非線形遷移領域の m は降伏棚における塑性変形が不均一であり、関数にすることは困難である。また非線形遷移領域が非常に短いため m の値を変えてもほとんどループの形状に変化がない。よって、単調载荷曲線上の塑性ひずみが降伏棚の範囲内であるときは一定値 (-0.01) とする。

(4) 三曲面モデル

後藤らによって提案された三曲面モデル[後藤芳顯, 1998][Goto, Y., 1998]は、構造用鋼材が繰り返し荷重を受けた場合の降伏棚の減少、弾性域の変化、硬化係数の変化などの重要な挙動が少ないパラメータで表せるようになっている。多軸

応力下での繰り返し塑性における硬化係数の複雑な変化は降伏曲面, 不連続曲面, 境界曲面の3種類の曲面を用いて表しており, これが三曲面モデルの語源である。降伏曲面, 境界曲面は二曲面モデル[Dafalias, Y.F., 1975]で用いられているが, 繰り返し塑性での硬化係数の変化を十分表すことができない。そこで三曲面モデルでは, 硬化係数が不連続に変化する不連続曲面を設け, 硬化係数の急激な変化を直接扱うことにより, 少ないパラメータで表せるよう工夫されている。パラメータの同定は, 鋼材の一軸の繰り返し載荷実験に加え, 一軸実験が難しい大ひずみ領域では鋼製橋脚の繰り返し載荷実験[建設省土木研究所, 1997a, b][岸徳光, 2000]とのキャリブレーションによりパラメータの同定がなされている。このようなキャリブレーションを行うことにより多軸応力下での精度向上が可能となっている。さらに, 構成則モデル支配パラメータの鋼製橋脚解析における感度の検討よりパラメータの数をかなり減らしている。なお, 構成則は真応力と対数ひずみを用いて記述されている。三曲面モデルは汎用非線形解析ソフトABAQUS/STANDARD [ABAQUS/Standard User's Manual, 1997], ABAQUS/EXPLICIT [ABAQUS/Explicit User's Manual, 1997]のユーザーサブルーチンとして組み込まれ, 静的ならびに動的非線形解析に適用できる。

a) 降伏曲面

降伏曲面はミーゼスの降伏条件をもとに次式のように定められている。

$$f^2 = G(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) \quad (2.5.18)$$

ここに, σ_{ij} , α_{ij} はそれぞれ応力成分と後背応力を表す。 f は降伏曲面の半径である。多軸応力下の構成関係への拡張は式(2.5.18)の降伏曲面を塑性ポテンシャルとしたJ2流れ則により, また硬化則としては等方硬化則とZieglerの移動硬化則[山田嘉昭, 1980]の両方にもとづく複合硬化則によりなされている。降伏棚については, 初期の大きさとしては一軸単調載荷実験下の降伏棚の長さ $\bar{\epsilon}_{yp}$ に等しい相当塑性ひずみ分とし, 塑性化が生じると蓄積された相当塑性ひずみ分だけ減少し, これが $\bar{\epsilon}_{yp}$ に達すると消失すると考える。

b) 弾性域

弾性域すなわち降伏曲面は繰り返し載荷による相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}^p$ の増加により縮小し[Popov, E.P., 1978], $\bar{\epsilon}^p = 1 \sim 2\%$ である一定値に収束することが実験で観察されている。したがって, 降伏曲面の半径は最初の文献[後藤芳顯, 1998]では次式で表されると仮定されている。

$$f = f_b - (f_b - \sigma_y) e^{-\beta \bar{\epsilon}^p} \quad (2.5.19)$$

ここに、 σ_y は引張り試験による降伏応力、 f_b は縮小した降伏曲面の半径の最小値、 β は降伏曲面の縮小に関する定数で鋼製橋脚の実験によるキャリブレーションで同定される。

その後、相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}^p$ が大きくなる比較的厚肉の鋼製橋脚の繰り返し解析において式(2.5.19)では荷重劣化が大きいことから、以下の式のようにいったん降伏曲面の半径が縮小するが、相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}^p$ が一軸単調載荷実験下の降伏棚の長さ $\bar{\epsilon}_{yp}$ を越えると再び拡大するというモデルに改良されている[Goto, Y., 1998]。このように大きな相当塑性ひずみ領域で降伏曲面が再び拡大することについてはMalvern [Malvern, L.E., 1969]によっても指摘されている。

$$f = f_b - (f_b - \sigma_y) e^{-\beta \bar{\epsilon}^p}, \quad (\bar{\epsilon}^p \leq \bar{\epsilon}_{yp}) \quad (2.5.20)$$

$$f = f_b - (f_b - \sigma_y) e^{-\beta \bar{\epsilon}_{yp}} + (\bar{\sigma}_{\max} - \sigma_y) / \rho, \quad (\bar{\epsilon}^p \geq \bar{\epsilon}_{yp}) \quad (2.5.21)$$

ここに、 $\bar{\sigma}_{\max}$ は過去に経験した最大の相当応力、 ρ は降伏曲面の拡大に関する定数で鋼製橋脚の実験によるキャリブレーションで同定される。

c) ひずみ硬化係数

ひずみ硬化係数は二曲面モデル[Dafalias, Y.F., 1975]の境界曲面の勾配をゼロとした次式で表す。

$$H^p = h_I + h_K = h \delta / (\delta_{in} - \delta) \quad (2.5.22)$$

ここに、 h_I 、 h_K はそれぞれ等方硬化係数と移動硬化係数、 δ は降伏曲面上の現在の応力点と対応する境界曲面との距離、 δ_y は現在の載荷過程で降伏したときの δ である。境界曲面の半径は一定で引張り強度 σ_u に等しいと仮定する。式(2.5.20)は全硬化域で用いる。このとき、硬化形状パラメータ h を一定とすると再降伏でひずみの小さい領域でのひずみ硬化係数が小さく評価されるので降伏曲面と境界曲面の間に不連続曲面を挿入し、 h の値が不連続面の内外で不連続に変化すると考え、急激な変化に対応できるようにしている。その結果、不連続面上の内外でひずみ硬化係数は異なった値 H_{dci}^p 、 H_{dco}^p をとる。不連続曲面は初期状態では降伏曲面と

一致しているが、降伏棚が消失すると拡大を開始する。その半径は過去に経験した最大相当応力 $\sigma_{dc(n)}$ (n は除荷回数)に一致する。これら三曲面モデルに基づく相当応力-相当塑性ひずみ関係(一軸応力-一軸塑性ひずみ関係)と多軸応力下の降伏曲面、不連続曲面、境界曲面を図-2.5.12に示す。

d) 三曲面モデルのパラメータ

三曲面モデルの材料パラメータは単調荷荷によるパラメータと繰り返し荷荷によるパラメータに分けられる。

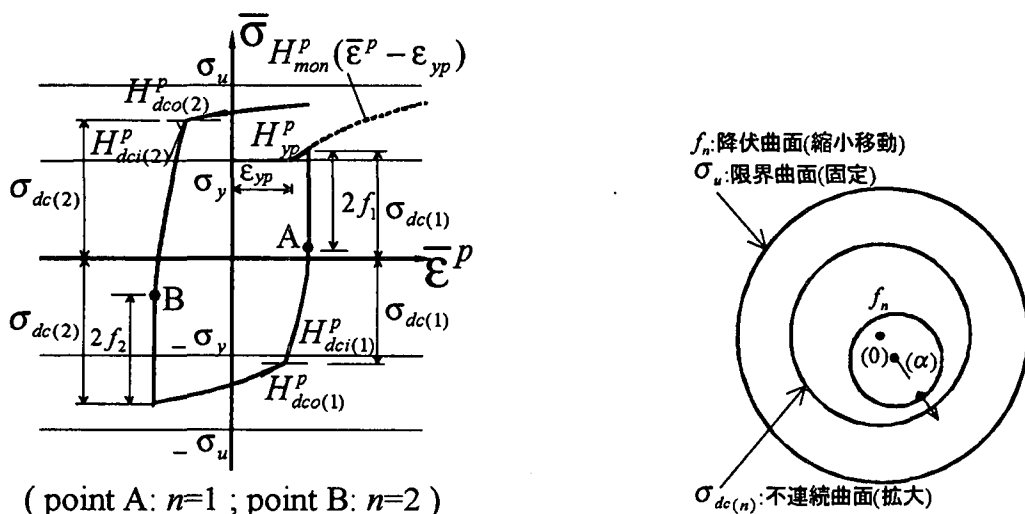
単調荷荷による材料パラメータはヤング係数 E ，ポアソン比 ν ，降伏応力 σ_y ，

引張り強度 σ_u ，降伏棚の長さ ε_{yp} ，ひずみ硬化域での硬化係数 $H_{mon}^p = H_{mon}^p(\bar{\varepsilon}^p - \varepsilon_{yp})$ がある。

繰り返し荷荷による材料パラメータとして、縮小した降伏曲面の半径の最小値 f_b/σ_y ，降伏曲面の縮小に関する定数 β ，降伏曲面の拡大に関する定数 ρ ，不連続面上で外側のひずみ硬化係数 H_{dci}^p/E がある。

f_b/σ_y は過去の鋼材の繰り返し荷荷実験[藤本盛久, 1985][西村宣男, 1995]により各鋼種に対して既知の定数(SS400で0.581, SM490で0.650)として与えられる。また、 β ， ρ ， H_{dci}^p/E は鋼製橋脚の繰り返し実験によるキャリブレーションによりそれぞれ100, 2, 0.05となる。

以上から解るように、三曲面モデルの繰り返し荷荷による材料パラメータはす



(a) 相当応力-相当塑性ひずみ関係

(b) 多軸応力下の曲面

図-2.5.12 三曲面モデル

べて既知となるので、必要なパラメータは単調載荷による材料パラメータのみとなる。これらは、すべて一軸引張り試験のみで同定できる。すなわち、一軸引張り試験の結果が解ればただちに三曲面モデルを用いることができる。

参考文献

- [Malvern, L.E., 1969] Malvern, L. E.: Introduction to the Mechanics of a Continuous Media, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1969.
- [Dafalias, Y.E., 1976] Dafalias, Y. E. and Popov, E. P.: Plastic internal variables formalism of cyclic plasticity, Journal of Applied Mechanics, Vol.43, pp.645-651, 1976.
- [Popov, E.P., 1978] Popov, E. P. and Petersson, H.: Cyclic metal plasticity: Experiment and theory, Proc. ASCE, Vol. 104, No. EM6, pp.1317-1388, 1978.
- [山田嘉昭, 1980] 山田嘉昭：塑性・粘弾性，有限要素法の基礎と応用シリーズ6，培風館，1980。
- [藤本盛久, 1985] 藤本盛久，橋本篤秀，中込忠男，山田文富：構造用鋼材の多軸応力状態における繰り返し応力-ひずみ関係-第一報，日本建築学会構造系論文報告集，第356号，pp.93-101，1985。
- [皆川勝, 1988] 皆川勝：構造用鋼材の弾塑性履歴挙動のモデル化とその構造部材への応用，武蔵工業大学学位論文，1988。
- [Lee, C.G., 1991] Lee, C.G., Chang, K. and Sugiura, K.: The experimental basis of material constitutive laws of structural steel under cyclic and non-proportional, 平成3年度科学研究費補助金研究成果報告書，pp.3-14, 1991.
- [Shen, C., 1993] Shen, C., Mizuno, E. and Usami, T: Development of cyclic two-surface model for structural steels with yield plateau, NUCE Report, No.9302, March, 1993.
- [西村宣男, 1995] 西村宣男，小野潔，池内智行：単調載荷曲線を基にした繰り返し塑性履歴を受ける鋼材の構成式，土木学会論文集，No.513/I-31, pp.27-38, 1995.
- [ABAQUS/Explicit User's Manual, 1997] ABAQUS/Standard User's Manual: Ver.5.7, HKS, 1997.
- [ABAQUS/Standard User's Manual, 1997] ABAQUS/Standard User's Manual: Ver.5.7, HKS, 1997.
- [建設省土木研究所, 1997a] 建設省土木研究所，首都高速道路公団，阪神高速道路公団，名古屋高速道路公社，鋼材倶楽部，日本橋梁建設協会：道路橋橋脚の地震時限界状態設計法に関する共同報告書(I)，1997。
- [建設省土木研究所, 1997b] 建設省土木研究所，首都高速道路公団，阪神高速道路公団，名古屋高速道路公社，鋼材倶楽部，日本橋梁建設協会：道路橋橋脚の地震時限界状態設計法に関する共同報告書(VII)，1997。
- [後藤芳顯, 1998] 後藤芳顯，王慶雲，高橋宣男，小畑誠：繰り返し荷重下の鋼製橋脚の有限要素法による解析と材料構成則，土木学会論文集，No.591/I-43，

pp. 189-206, 1998.

[Goto, Y.; 1998] Goto, Y., Wang, Q. Y. and Obata, M.: FEM analysis for hysteretic behavior of thin-walled column, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 124, No. 11, pp.1290-1301, 1998.

[岸徳光, 2000] 岸徳光, 後藤芳顕, 小枝日出夫, 小室雅人: 小型鋼管橋脚模型の弾塑性挙動に関する三曲面モデルの適用性, 構造工学論文集, Vol.46A, pp.85-96, 2000.

2.6 減衰の取扱い

構造物の動的応答性状を数値解析により求める場合には、構造物の剛性、質量の評価はもちろん、減衰も適切に評価してモデル化する必要がある。構造物の減衰は種々の要因により生じるが、地震動を受ける高架橋システムの減衰要因としては、上部構造や橋脚を構成する材料の内部減衰、支承部における減衰、構造要素まわりの空気がもたらす空力減衰および基礎や地盤部の内部減衰やエネルギー逸散などによる減衰があると考えられる。しかし、個々の減衰要因のメカニズムは非常に複雑であるため、動的応答解析に際しては、これらの減衰要因に即したモデル化が必ずしも行われるのではなく、一般には、減衰力は質点などの速度に比例して生じるとして取り扱われている。また、多自由度系の線形動的応答解析を行う場合には、モード解析法を用いる立場から、各種の比例減衰が用いられている。しかし、大地震を受けて構造部材の一部の塑性化など材料非線形により、大きな内部減衰（履歴減衰）が生じる場合もあり、また、動的応答解析においてどの程度の比例減衰を仮定すれば適切であるかなど不明の点も多い。

本稿では、地震動を受ける高架橋システムを対象として、まず、一般に用いられている比例減衰の設定法を説明し、設定されたそれらの減衰性能の比較例を示す。また、弾塑性地震応答解析に際しては、構造物の一部が塑性化すると予想されるが、初期弾性状態において設定された減衰性能に及ぼす弾塑性の影響についての定量的検討結果の一例を紹介する。

2.6.1 比例減衰の設定法

多自由度系の線形動的応答解析を行う場合の運動方程式は、一般に、以下のように表される。

$$M\ddot{D} + C\dot{D} + KD = F \quad (2.6.1)$$

ここに、 K は剛性マトリクス、 M は質量マトリクスであり、それぞれのマトリクスは対象としている構造系が連続体あるいはばね質点系に関わらず、有限要素法の手順、あるいは、ラグランジュの運動方程式などを適用して容易に求められる。また、 \ddot{D} 、 \dot{D} 、 D はそれぞれ加速度ベクトル、速度ベクトル、変位ベクトルであり、 F は外力ベクトルである。なお、減衰マトリクス C は、減衰力が速度に比例した形で、一般に式(2.6.1)のように与えられる。この減衰マトリクスは、取扱いの容易さや動的応答解析に際してモード解析法を適用する立場から、質量比例型、剛性比例型あるいは質量マトリクスおよび剛性マトリクスの両者に比例したレーリー型減衰マトリクスが用いられることが多い[柴田明徳,1981]。これらの減衰マトリクスは、それぞれ、

$$C = a_1 M \quad (2.6.2a)$$

$$C = a_2 K \quad (2.6.2b)$$

$$C = a_3 M + a_4 K \quad (2.6.2c)$$

という形で与えられる。質量比例型および剛性比例型の場合には、任意の1つの次数（通常は1次振動モード）の減衰定数を設定することによって、上式の係数 a_1 あるいは a_2 が決められる。また、レーリー減衰の場合には、任意の2つの次数の減衰定数を設定することによって、係数 a_3 、 a_4 が決められる。これらの係数は、

$$a_1 = 2h_i \omega_i \quad (2.6.3a)$$

$$a_2 = 2h_i/\omega_i \quad (2.6.3b)$$

$$a_3 = 2\omega_i\omega_j(h_i\omega_j - h_j\omega_i)/(\omega_j^2 - \omega_i^2) \quad (2.6.3c)$$

$$a_4 = 2(h_j\omega_j - h_i\omega_i)/(\omega_j^2 - \omega_i^2) \quad (2.6.3d)$$

と表される。ここに、 ω_i 、 h_i はそれぞれ対象としている次数の固有円振動数、減衰定数であり、また、 $i < j$ である。以上のように各タイプの比例減衰マトリクスを構成した場合、その他の k 次の振動モード ($k \neq i, j$) の減衰定数は以下のように、それぞれの固有円振動数 ω_k に応じて規定される。

$$h_k = a_1/2\omega_k \quad (\text{質量比例型}) \quad (2.6.4a)$$

$$h_k = a_2\omega_k/2 \quad (\text{剛性比例型}) \quad (2.6.4b)$$

$$h_k = (a_3/\omega_k + a_4\omega_k)/2 \quad (\text{レーリー型}) \quad (2.6.4c)$$

つまり、質量比例型の場合には、振動次数が高くなるほど減衰定数は小さくなり、剛性比例型の場合には、振動次数が高くなるほど減衰定数は大きくなる。また、レーリー型の場合にも、一般に、振動次数が高くなるほど減衰定数は大きくなる。

ところで、比例減衰マトリクスを構成する場合には、着目する振動モードの減衰定数を定める必要があるが、その方法の1つにひずみエネルギー比例減衰法がある[川島一彦,1993]。これは、構造物を構成する各構造要素ごとに減衰定数を仮定し、各振動モードの減衰定数をひずみエネルギーに比例させた形で与えるものである。つまり、

$$h_i = E_i/W_i \quad (2.6.5)$$

と表される。ここに、

$$E_i = \phi_i^T \mathbf{K}_h \phi_i \quad (2.6.6a)$$

$$W_i = \phi_i^T \mathbf{K} \phi_i \quad (2.6.6b)$$

である。ここで、 h_i は i 次振動モードの減衰定数、 ϕ_i は i 次振動モードベクトル、 \mathbf{K}_h は剛性マトリクスを構成する各要素の成分にその構造要素の減衰定数を乗じて構成した剛性マトリクスを意味する。例えば、図2.6.1のようなばね質点の振動系において、 m_1 、 m_2 、 m_3 は質量、 k_1 、 k_2 、 k_3 はばね要素のばね定数、 h_1 、 h_2 、 h_3 はそれぞれのばね要素の減衰定数であるとすれば、剛性マトリクス \mathbf{K} および \mathbf{K}_h は、それぞれ以下のように表される。

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \quad (2.6.7a)$$

$$\mathbf{K}_h = \begin{bmatrix} h_1 k_1 + h_2 k_2 & -h_2 k_2 & 0 \\ -h_2 k_2 & h_2 k_2 + h_3 k_3 & -h_3 k_3 \\ 0 & -h_3 k_3 & h_3 k_3 \end{bmatrix} \quad (2.6.7b)$$

なお、高架橋システムを構成する各構造要素の減衰定数の参考値は道路橋示方書・同解説（V耐震設計編）に示されている[日本道路協会,1996]。

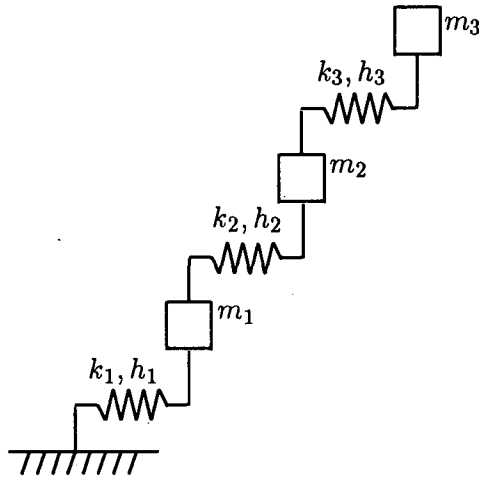


図 2.6.1 ひずみエネルギー比例減衰法における構造要素の減衰定数の考え方

以上のようにして、各振動モードごとの減衰定数が求まるので、質量比例型あるいは剛性比例型の減衰マトリクスを用いる場合、基本的には1次振動モードの減衰定数および固有円振動数を式(2.6.3a)あるいは(2.6.3b)に代入して、それぞれ質量マトリクス、剛性マトリクスに乗じる係数を求めればよい。また、レーリー型減衰マトリクスを用いる場合には、例えば、着目する2つの振動モードの減衰定数と固有円振動数を式(2.6.3c)、(2.6.3d)に代入して、質量マトリクスおよび剛性マトリクスに乗じる係数を求めればよい。着目する振動モードとしては、低次の振動モードあるいは刺激係数の高い振動モードを用いることが多い。

2.6.2 異なる減衰マトリクスをもつ系の減衰性能の比較例

ここでは、図 2.6.2 のように基礎や地盤の影響を簡易に考慮した鋼製単柱式橋脚を対象とし、上述のようにして構成される各比例減衰マトリクスを用いた場合の減衰性能を比較検討する。

第4章に用いられるモデル橋のPC15橋脚と対応する上部構造、フーチングと同等の諸元をもつ解析モデルを例として用いた。実際の鋼断面は円形であるが、ここでは1次固有振動数を合わせた高さ19m、一辺が3.3m、厚さ15mmの正方形箱形等断面橋脚とした。フーチングは、幅と奥行きがともに10.7m、高さ3.3mの鉄筋コンクリート製で、橋脚頂部には上部構造分の集中質量666tを考慮した。なお、対象構造系は剛体ばねモデルの考え方をを用いて離散化し、フーチングの要素数は1、橋脚部の要素数は21とし、橋脚部の剛体間および橋脚とフーチングを結ぶアンカー部に軸、せん断および回転ばねを設けた[中島章典,1999]。ただし、アンカー部のばね定数には、十分に固定されていることを想定してかなり大きめの値を設定した。また、フーチングと地盤の間には、地盤条件を考慮して道路橋示方書・同解説(V耐震設計編)により算定される、フーチングの水平運動と回転運動に対する地盤ばねを考慮し、水平ばね定数 $k_H = 3.024\text{GN/m}$ 、回転ばね定数 $k_R = 63.12\text{GNm}$ とした。

まず、対象構造系の非減衰時の固有値解析を行って得られた固有振動数および刺激係数を表 2.6.1 に示す。この解析モデルでは、縦振動を除けば、橋脚の曲げ1次振動モードの次に、基礎の水平運動が卓越する振動モード、基礎の回転運動が卓越する振動モードが順に現れた。

次に、各比例減衰における振動モードの減衰定数の求め方を説明する。まず、上述のようにひず

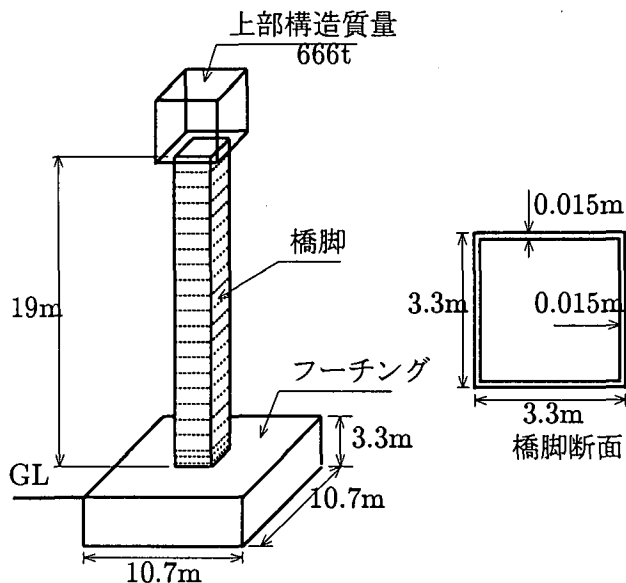


図 2.6.2 解析モデル

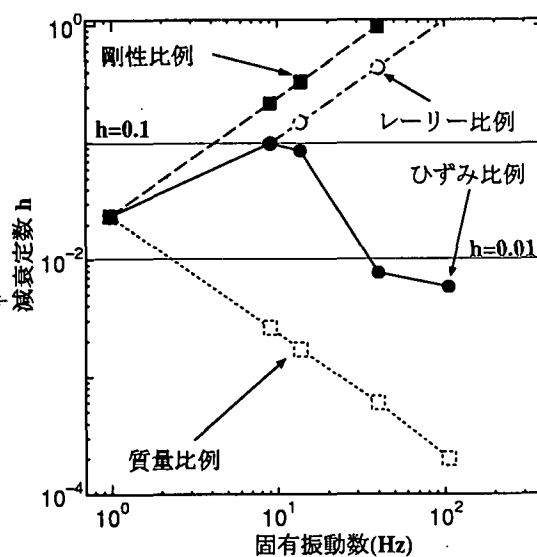


図 2.6.3 各振動モードにおける減衰定数

表 2.6.1 非減衰時の固有振動数

振動モード	振動数 (Hz)	刺激係数
曲げ 1 次振動モード	0.981	1.0174
基礎の水平卓越モード	8.975	0.9906
基礎の回転卓越モード	13.65	0.0085
曲げ 2 次振動モード	39.79	-0.0396
曲げ 3 次振動モード	105.1	-0.0031

みエネルギー比例減衰法の考え方により、橋脚の回転ばね定数に対して要素の減衰定数 0.01、基礎の水平、回転のばね定数に対して要素の減衰定数 0.1 を仮定し、式 (2.6.5) を用いて各振動モードに対する減衰定数を求める。ここに求められた減衰定数と表 2.6.1 に示す固有振動数（固有円振動数に変換）を式 (2.6.3a)~(2.6.3d) に代入して、係数 $a_1 \sim a_4$ を求めて、それぞれの比例減衰マトリクスが構成される。質量比例型あるいは剛性比例型減衰マトリクスの場合には、1 次振動モードの固有円振動数および減衰定数を用い、レーリー型減衰マトリクスの場合には、刺激係数の大きい、1 次および 2 次振動モードに着目し、その固有円振動数および減衰定数を用いる。この比例減衰マトリクスは非減衰時の振動モードマトリクス ϕ を用いて対角化することができるので、結果的に次式のようなそれぞれの振動モードの独立な運動方程式が誘導される。

$$m_i \ddot{q}_i + c_i \dot{q}_i + k_i q_i = f_i \quad (2.6.8)$$

したがって、この式を変形し、

$$h_i = \frac{c_i}{2\sqrt{k_i m_i}} \quad (2.6.9)$$

によって、その振動モードの減衰定数が求められる。

上述の手順により得られた各比例減衰マトリクスを用いて求められる各振動モードの減衰定数と固有振動数との関係を表 2.6.2 および図 2.6.3 に示す。

表 2.6.2 各振動モードの減衰定数

減衰のタイプ	曲げ1次	基礎水平	基礎回転	曲げ2次	曲げ3次
剛性比例	0.0237	0.217	0.330	0.963	2.543
質量比例	0.0237	0.0026	0.0017	0.0006	0.0002
レーリー	0.0237	0.0994	0.150	0.434	1.147
ひずみエネルギー比例	0.0237	0.0994	0.0862	0.0077	0.0058

この図より、質量比例型あるいは剛性比例型の減衰マトリクスを用いた場合には、1次振動モードの減衰定数のみが、ひずみエネルギー比例減衰法により定めた減衰定数に一致している。しかし、質量比例型では、高次になるほど減衰定数は小さくなり、剛性比例型では、逆に高次になるほど減衰定数は大きくなることわかる。また、レーリー型減衰マトリクスを用いた場合には、1次および2次の振動モードの減衰定数がひずみエネルギー比例減衰法により定めた減衰定数に一致しているが、やはり、それより高次になるとその減衰定数は大きくなることを確認できる。

2.6.3 弾塑性地震応答解析時の減衰の取り扱いについて

多自由度系の線形動的応答解析を行う場合には、上述のような各種の比例減衰マトリクスが用いられる。しかし、各部材に非線形の復元力特性を考慮した弾塑性地震応答解析を実施する場合には、上述の比例減衰マトリクスによって考慮された減衰性能に加えて、非線形の復元力特性を考慮することによる履歴減衰が含まれることになる。したがって、弾塑性地震応答解析を実施する場合にも、線形系で用いた比例減衰をそのまま仮定すると、減衰性能を大きめに評価することにもなる。

さらに、材料非線形を仮定した場合に、初期弾性のばね定数に対して一定の剛性比例型の減衰マトリクスを考慮すると、降伏後の低下したばね定数に対しては、結果的に、減衰定数は大きく見積もられることが予想される。また、降伏前の系に対して定義された質量比例型の減衰マトリクスを考慮した場合、降伏後の低下したばね定数により構成される剛性マトリクスを用いると、やはり、系の減衰定数は大きくなると予想される。

そこで、上述で用いた解析モデルに対して、弾性状態において質量比例型あるいは剛性比例型の減衰マトリクスを定義する。ただし、ここでは、図 2.6.2 の解析モデルのフーチングおよび地盤ばねを考慮せず、橋脚基部が直接固定されているものと考え、1次振動モードに対する減衰定数1%を仮定する。このようにして定義された減衰マトリクスに対して、橋脚基部付近が塑性化した場合を考えて、橋脚基部付近の回転ばねのばね定数のみを初期弾性状態のばね定数の0.03倍として剛性マトリクスを構成し、これを用いた場合の減衰性能を検討した。なお、この減衰マトリクスは、剛性マトリクスが変化したことから結果的に非比例減衰マトリクスとなるので、弾性状態の非減衰時のモードマトリクスによって対角化することはできない。したがって、このような非比例減衰系のモード減衰定数を求めるためには複素固有値解析を適用する必要がある [山口宏樹,1996]。

図 2.6.4 には、橋脚基部付近の降伏要素数と1次、2次振動モードの減衰定数および固有振動数の変化の様子を示している。縦軸はすべての要素が弾性の場合の減衰定数および固有振動数で無次元化した減衰定数および固有振動数を、横軸は橋脚基部から順番に降伏する要素数を表してい

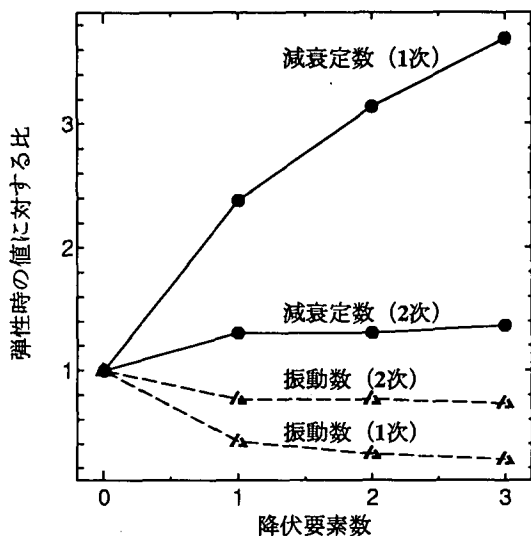


図 2.6.4-a 質量比例型

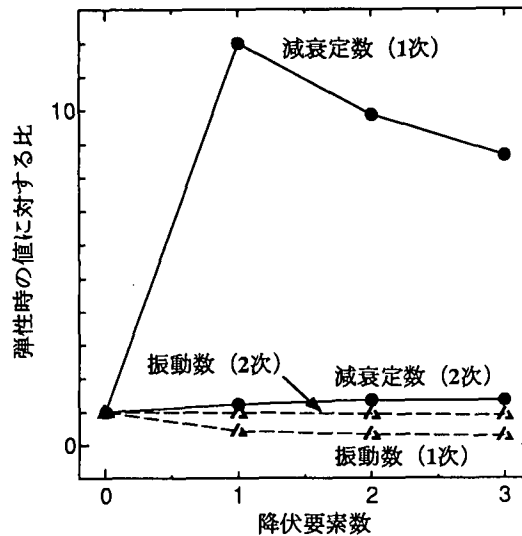


図 2.6.4-b 剛性比例型

図 2.6.4 振動数および減衰定数の変化

る。図 2.6.4-a に示す質量比例型減衰マトリクスを用いた場合には、降伏要素数が多くなるにつれて、減衰定数は大きくなり、低次の振動モードほどその傾向は顕著であることがわかる。また、降伏要素数が多くなるにつれて、やはり、固有振動数は小さくなることがわかる。一方、図 2.6.4-b に示す剛性比例型減衰マトリクスを用いた場合の 1 次振動モードの減衰定数では、橋脚基部の 1 要素のみが降伏した場合に、減衰定数は非常に大きくなり、さらに、降伏要素数が増えると、逆に減衰定数は低下してくる傾向が認められる。これに対して、2 次振動モードの減衰定数および固有振動数に及ぼす降伏要素数の影響は、質量比例型の場合と同様の傾向である。これらの図から、初期弾性状態において仮定する減衰マトリクスのタイプによって、橋脚基部付近の降伏が各振動モードの減衰定数に及ぼす影響は異なることがわかる。ただし、弾塑性地震応答解析においては、降伏した要素がそのまま降伏しつづけるわけではなく、荷重と除荷を繰り返すことから、地震動の作用時間における平均的な系の減衰定数は、弾性時の値よりは大きくなるものの、図 2.6.4 に示す降伏時の値ほどは大きくならないものと予想される。

以上のように、弾塑性地震応答解析に際して構造物の一部が塑性化した場合、履歴減衰が生じるとともに、初期弾性状態において仮定する減衰のタイプによって、系に大きな粘性減衰を仮定したこととなるため注意を払う必要がある。したがって、材料非線形などによる減衰は、非線形の復元力特性を与えることによって考慮し、それ以外の減衰性能を与えるための比例減衰には、小さめの値に設定するなどの考慮が必要である。

参考文献

[柴田明徳,1981] 柴田明徳：最新耐震構造解析，森北出版，東京，1981。

[川島一彦,1993] 川島一彦，長島寛之，岩崎秀明：エネルギー比例減衰法による免震橋のモード減衰定数の推定精度，土木技術資料，35-5，pp.62-67，1993。

- [山口宏樹,1996] 山口宏樹：構造振動・制御，共立出版，東京，1996.
- [日本道路協会,1996] 日本道路協会：道路橋示方書・同解説（V耐震設計編），丸善，東京，1996.12.
- [中島章典,1999] 中島章典，金丸和稔，土岐浩之：橋脚－基礎地盤系の地震時における減衰性状について，構造工学論文集，Vol.45A，pp.763-770，1999.3.