

# ポートフォリオ・不確定性の低減

水谷 守

正会員 工修 株式会社 モダンエンジニアリングアンドデザイン (〒162-0828 東京都新宿区袋町 25-30-207)

E-mail: mmiz@pop21.odn.ne.jp

本稿では、近年注目を浴びているポートフォリオ地震リスクを対象に、その意味と評価手法について概説した。構造物や施設を対象とした地震リスク評価は一般化しつつあるが、その方法は必ずしも、統一されていない、また、リスク指標としても、損失期待値や地震PML、地震リスクカーブと多様である。そこで、本稿ではそれらの相違を示し、また、ポートフォリオ解析には地震リスクカーブの評価が必須であることを述べ、地震動の作用の相関を適切に取り入れてポートフォリオの地震リスクを評価する方法について紹介した。最後に例題を用いて、ポートフォリオの地震リスク評価において、地震動の相関を適切に考慮することの重要性を数値的に示した。

**Key Words :** *correlations, seismic risk curves, portfolio analysis, reduction of uncertainty*

## 1. はじめに

近年、リスク評価という言葉が一般化しつつあり、これまでの確定論的な考え方から確率論的な信頼性評価へと興味が移行する兆しとも思われ、著者も歓迎している。

建設工学において、確率論的手法を取り入れた構造信頼性という分野は、1950年代に米国で始まり、それ以来半世紀、連綿と研究が続けられてきているが、現在に至るまで実際の適用の例はさほど多くはない。荷重耐力係数設計法や限界状態設計法に信頼性手法の寄与は見られるものの、それらのフォーマットはこれまでの確定論的な設計法を踏襲したものであって、リスクを参照して意思決定を行うという、本来の信頼性手法における考え方が十分に伝わるとはなっていない。実際、確率的方法に関しては、建設技術者の間で、難解なものとなされ、拒否感が強かったのがこれまでの状況である。

従って、現在のところ、確率論的手法に関する意味論や方法論が、必ずしも一般化していないという問題が存在している。一方、確率論的手法によって評価された地震リスクを参照する場面は増加しつつある。評価された結果が何を表現しているか、とか、どのように判断に用いるべきかという点については、曖昧なままにリスク情報が利用されている場合が

多々有ると感じられる。このような状況は信頼性手法の発展に対して、大きな問題であり、早々に改善されなければならないと考える。

著者もこれまで、SRM<sup>1)</sup> (Seismic Risk Management) 手法を始め、幾つかの確率論的方法を提案してきたが、その意味や利用に関する問題点については十分な説明や考察を行ってはいなかった。今回ここに機会を得たので、現状でもっとも気にかかっている地震ポートフォリオリスク評価を対象に、その意味を中心とした解説を試みる。

## 2. ポートフォリオの意義

### (1) ポートフォリオの目的

近年、ポートフォリオという言葉をよく耳にするようになった。ポートフォリオの本来の意味は書類入れ、書類ばさみであるが、最近使われている意味はこれとは異なる。現在使われているポートフォリオには三つの意味が有り、一つは写真用語で、一連の作品のセットを言う。もう一つは投資関連で、様々な金融商品を組み合わせた投資手法を言い、これが最も一般的であろう。最後の一つが損害保険用語であり、保険対象や保険種別を組み合わせた全体を指して言うものである。どの用語をとっても、個別のものではなく組み合わせた一連のものを示すわけ

で、要するにポートフォリオ（書類入れ）に集められた一組を意味している。

写真用語はさておき、残りの二つのポートフォリオについてはリスクを低減することを目的として作成されるものである。ここでリスクとは、金融商品においては将来の価値が低下する可能性であり、損害保険については過大な支払が生じる可能性である。このようなリスクの原因は金融商品の将来価格や保険の対象となる事象の発生や、その損害の大きさに不確実性が存在するためである。

ポートフォリオによるリスクの低減とは、個々に不確実性を示す複数の対象を組み合わせることによって、全体としての不確実性を減少させる手続きを示している。

不確実性を数量的に表現する一つの手法として、確率分布を当てはめる方法が有り、一般に良く用いられている。確率分布において、不確実性の低減とはそのばらつきの大きさを減じることと翻訳できる。本稿では、不確実性が確率分布によって示されるものとして、論議を進める。

## (2) ポートフォリオの効果

本節ではポートフォリオの効果の説明するために、金融商品の組合せ購入を例とする。

今、金融商品 A と B の二つを同額組み合わせる購入する事を考える。ここでは簡単のため両者に対して全く同じ確率密度で将来価格の推定が行われているものとする。図 1 は A, B をそれぞれ 100 ずつ購入した場合の、一定期間後の将来推定価格の確率密度を示している。以下は両者の相関関係に基づいた分類である。

### a) 独立の場合

図 1-1) に示すように、両者を購入した場合、どちらか一方を 200 購入した場合に比べて、ばらつきが小さくなるのが分かる。即ちリスクは減少し、また、大きな利益となる確率も減少する。

### b) 正の相関を持つ場合

図 1-2) に示すように、独立の場合と比べてばらつきが大きくなり、リスクや高利益の確率は大きくなる。仮に正の完全相関であれば、当然の事ながらどちらか一方の商品を 200 購入した場合に等しくなる。この場合は組み合わせを行う意味は無い。

### c) 負の相関を持つ場合

図 1-3) に示すように、ばらつきは独立の場合よりさらに減少し、リスクは減少し、平均値（期待値）付近の実現の可能性が大きくなる。現実にはあり得ないことであるが、仮に両者が負の完全相関を持つとすれば、期待値が実現する。

相関の小さい商品を組み合わせるとローリスクロ

ーリターンとなり、単一の商品を購入するとハイリスクハイリターンとなる。商品を一切購入しなければ、リスクの存在はないが、そこから利益を生じることもないので、無意味な行為ということができる。

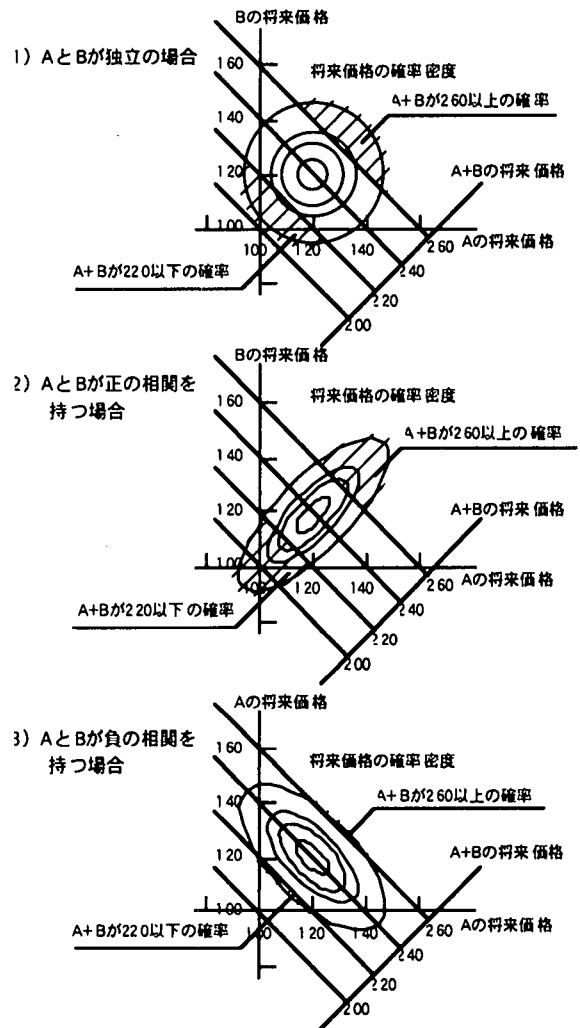


図-1 二つの金融商品の組合せと将来価格

ばらつきを減らすことによってリスクを低減するためのポートフォリオとは、期待値の実現を目指したものである。従って、期待値自体が利益となっていることが必要条件である。また、組み合わせるべき商品の将来価格についてはなるべく相関が小さいものを選択すべきである。

## (3) ポートフォリオと相関

相関を持つ二つの確率変数の和については、以下の関係が成り立つ。

$$\text{平均 } \mu \quad \mu = \mu_1 + \mu_2$$

$$\text{分散 } \sigma^2 \quad \sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2$$

$$\text{ここに } \rho \text{ は相関係数 } (|\rho| \leq 1.0)$$

上記の関係から、ばらつきの大きさを示す変動係数（標準偏差=分散の平方根を期待値で除した値）は、 $\rho$  が 1 でない限り減少することが分かる。また、 $\rho$  が小さければ小さいほど変動係数が減少することも明らかである。

上記は二つの確率変数の和についての説明となっているが、数多くの確率変数の和についても同様に、それらが完全相関でない限り、その変動係数が減少し極限において 0 に収束する、別の言い方をすると、期待値が実現することとなる。この原理は「大数の法則」として知られている。

ポートフォリオは、この大数の法則の実現を目指しているものと考えることができる。実際には対象の数が大数原理の実現に十分である場合は稀であり、ばらつきが 0 であることは望めない、しかし、ポートフォリオとすることでリスクが減少することは確実である。

ポートフォリオを検討する場合、それを構成する各要素のばらつきの様子と、要素のばらつきの相関を適切に考慮し、全体としてのばらつきがどのような様子であるかを評価しなければならない。

### 3. 地震リスクの評価

#### (1) 地震リスクの表現法

構造物や施設の地震リスク評価では、対象地点の地震危険度を確率論的地震ハザードカーブで評価し、対象物の地震被害特性を地震被害関数として求め、両者を総合してリスクを定量化する。

確率論的地震ハザードカーブとは対象地点に予想される地震動の大きさとその確率を示す年間超過確率関数である。一方、地震被害関数については、幾つかの形態があるが、基本的に地震動の大きさと被害の大きさの関係を示す確定関数の場合が多い。このような被害関数には、SRM における地震ロス関数や、ATC13<sup>2)</sup> に示される Damage Function 等がある。また、地震被害関数にばらつきを考慮した、より詳細な関数も存在する。

この二つの情報から得られる地震リスクの指標には次のようなものがある。

##### a) 損失期待値

損失期待値は地震ハザードカーブと地震被害関数を合積により総合して得られる情報であり、地点の地震危険度と施設の耐震性を反映し、地震により施設に生じる損失の、年間期待値を示したものである。

被害関数が確定関数であっても確率関数であっても、損失期待値は同じ値となる。

損失期待値は、単一の地震リスク指標としては最も基本的なものであり、最初に参照すべき重要な指標である。

##### b) 地震 PML

地震 PML (Probabl Maximum Loss) は特定の年超過確率を示す地震動の大きさを地震ハザードカーブから求め、それに対応する被害関数の値を示したものとされている。

確定的な地震被害関数から算定される地震 PML は確定値であり、対象とする大きさの地震動に対する被害の大きさの期待値を示したものとなる。また、ばらつきを考慮した被害関数を用いれば、その地震動に対する、施設被害の大きさの条件付確率分布を示したものとなる。

地震 PML として 50% 値とか 90% 値といった表現が用いられている場合は、本来、確率分布として求められた被害の大きさから算出される値であろうと思われるが、現実には、これらの% 値を、損失期待値の信頼性水準として取り扱っている場合が多く、混乱の原因となっている。

地震 PML は特定の大きさの地震動に対する被害の大きさを示したものであり、リスク指標としての意味は時として曖昧である。

##### c) 地震リスクカーブ

地震リスクカーブは、被害関数を、地震ハザード曲線によって座標変換することによって、被害の大きさとその年間超過確率の関係として示したものである。

確定的な被害関数から求められる地震リスクカーブは、損失期待値の年超過確率を示したものであり、個別施設を対象とした場合、明確な意味を持たない指標である。但し、十分な個体数からなる集合（例えば、特定地区にある木造住宅の集合）を対象とすれば、その集合の中で大数原理がはたらき、期待値が実現すると考えて、その集合全体の被害の特性を表すものと考えることができる。

確率的な地震被害関数に基づく地震リスクカーブは、その作成は多少複雑化するが、まさに対象とする施設や施設群の年間に予想される地震被害のばらつきを示すものとなる。

地震リスクカーブは、最も詳細な地震リスク情報を与えるものである。その期待値は年間損失期待値と一致し、また、そこから、損害額毎の年間超過確率を読むことができる。企業の資金耐力を超えるような地震被害の発生確率を読んだり、損害保険の再保険手当の意思決定情報としても利用できる。

近年、先に述べた地震 PML を既定の参照確率に対するリスクアットバリューとして、地震リスクカーブから求めることも行われるようになってきている。

地震ポートフォリオを検討する場合は、地震被害のばらつきを表現できる地震リスクカーブが適切である。

#### (2) ばらつきを考慮した被害関数の評価

地震リスクカーブを正當に評価するためには、ば

らつきを含めた地震被害関数を作成する必要がある。このばらつきは、地震動の大きさが決まっても、被害の大きさは定まらず、確率的であるとする立場によるものである。

ATC13 に示される Damage Function にはそのばらつきが記されているが、それは被害のばらつきを示したものではなく、平均損害率の推定誤差を確率として表現したものである。本稿では省略するが、この推定誤差は、モデル化誤差に分類され、地震リスクカーブ自体の推定誤差として取り扱うべき性質のものである。

確定的な被害関数に対して、釣鐘型のばらつきを与えて用いる場合も見受けられる。しかし、個別施設の地震被害のばらつきは、その期待値周りに釣鐘型に分布するものとは考えにくい。実際、稠密な被害率や、70%とか90%の被害率等と行った極端な被害率を、地震による施設被害に対して想像することは困難である。施設の地震被害の分布は、むしろ無被害や全損が卓越し、バスタブ型に近いものと思われる。但し、多くの対象からなるポートフォリオに対しては、中心極限定理により釣鐘型の分布となることが知られている。

SRM 手法では、施設の地震被害形態の多様性について着目し、イベントツリーにより、被害の発生を地震被害要因の組合せとしてモデル化している。この方法によれば、特定の地震動に対しても様々な被害状態の発生確率がそれぞれ評価され、地震被害のばらつきを、適切に表現することが可能である。

イベントツリーによる地震被害のモデル化は、離散化手法であることから、その離散化の詳細度に依存して、ばらつきに関する精度が変化することには注意を要する。

何れにせよ、地震リスクカーブを評価する際には、地震被害のばらつきを考慮した被害関数を用いることが必要である。

## 4. ポートフォリオ地震リスクの評価

### (1) ポートフォリオ地震リスクの評価の問題点

個別施設の地震リスクについては前章に示したように、地震リスクカーブを評価することによって、その全体像を知ることができる。一般に、地震リスクはその地点の地震危険度の影響を強く受け、大きなばらつきを持つ。

地震ポートフォリオは、異なる地点に建つ施設を寄せ集めることによって、全体としてのばらつきを低減し、過大な地震損失の発生可能性を押さえることを目的として作成される。この操作は第一章に示した金融商品のポートフォリオと全く同質のものである。

ポートフォリオ地震リスクの評価は作成されたポートフォリオの地震損失確率特性を評価するものであり、それは対象とするポートフォリオの地震リスクカーブを作成することで達成される。

ポートフォリオリスクの確率推定は、個々のリスク特性を確率的に足しあわせることによって行われるが、先にも述べたように、その際、個々のリスク間の相関を適切に取り扱うことが必要となる。

前章の方法で、個々の施設の地震リスクカーブが評価されている場合、個々の施設が同じ地震で同時に影響を受けることがなければ、完全独立 ( $\rho=0.0$ ) であるとして、リスクカーブの確率和を求めることができる。また、個々の施設が全て隣接している場合には、地震動の作用は完全相関 ( $\rho=1.0$ ) であるとして、地震被害関数のばらつきを独立と仮定して、新たにポートフォリオの地震被害関数を作成し、地震リスクカーブを求めることもできる。

しかし、多くのポートフォリオにおいては完全独立や完全相関と仮定できないような、空間的配置による施設群を対象とする場合が多い。このような場合、地震動の相関は地震毎に異なる複雑なものとなるため、個々の施設のリスクカーブを合成して、ポートフォリオのリスクを算定することは困難である。

ポートフォリオ地震リスクの定量化においては地震ハザードを構成する各地震が、ポートフォリオを構成する各施設に与える作用の相関を、如何に適切に考慮するかが最も重要な課題となる。

### (2) 地震ポートフォリオリスクの評価法

前節に述べたように、ポートフォリオの地震リスクカーブを評価する際に、個々の施設の地震リスクカーブを利用することは困難である。そこで、このような場合、地震ハザードを、そのソースである地震の集合としてモデル化し、全ての地震について、個々の地震がポートフォリオに与える損害の確率評価を行い、その地震の発生確率を考慮して合成することによってポートフォリオの地震リスクカーブを評価することが提案されている<sup>3)</sup>。図-2に評価法のフローチャートを紹介する

この方法では、地震ハザードを地震の集合として、離散的モデルで表現する<sup>4)</sup>ため、その精度が問題となる。また、精度を高めるために数多くの地震を利用すると、演算時間の問題が発生する。なお、離散化の精度については、個々の対象地点における地震ハザード曲線の再現性を見ることによって検討が可能である。

類似した方法として、過去の大地震のみを利用した地震ハザード表現も見受けられるが、小さな地震の作用が考慮されないため、リスクカーブから得られる年間損失期待値が過小評価されることに留意する必要がある。

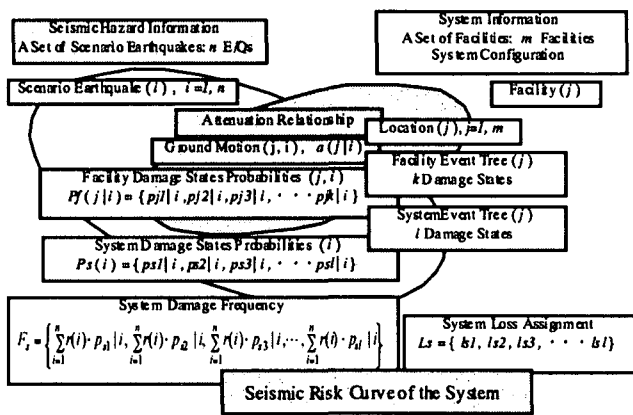


図-2 ポートフォリオ地震リスクの評価法<sup>3)</sup>

## 5. 数値例題

本章では、これまでに説明した事柄について、簡単な例題を作成し、数値的な解説を行う。

### (1) 対象施設と地震ハザード

例題として用いる対象施設は図-3に示す位置にあるA, Bの二つの施設であり、その地震被害特性は被害無し、部分被害、全損の三つのエンドブランチを持つイベントツリーでモデル化されるものとする。

このイベントツリーは非常に単純化したもので、実際の適用に際にはエンドブランチは数十から数万のオーダーとなる場合が多い。

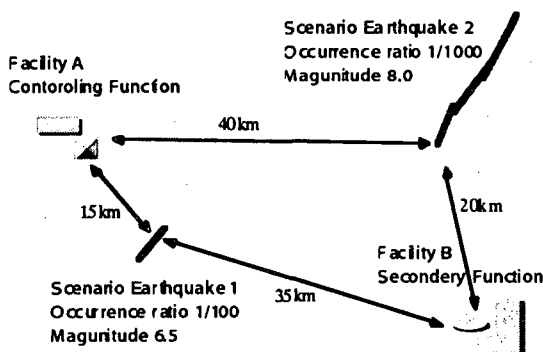


図-3 対象施設と地震ハザード

地震ハザードは、同じく図-3に示す二つの地震で構成されるものとする。これも非常に単純化したも

のであり、空間の大きさにも依存するが、日本全国を対象とすれば、実際には数万から数十万の地震が用いられるであろう。

### (2) 個別評価

A, Bの二つの施設に対する、確率論的地震ハザード曲線は、二つの震源から距離減衰式のばらつきを考慮して評価することができる。

また、両施設の被害関数（地震ロス関数）は図-4に示すイベントツリーを定量化し、各地震動レベルで損失期待値を算定することによって得られる。また、被害関数のばらつきは、地震動の大きさによって定まる各エンドブランチの確率によって表現される。

個別施設に対しては、地震ハザード曲線とばらつきをもつ地震被害関数から生成された両施設の地震リスクカーブを作成することができる。

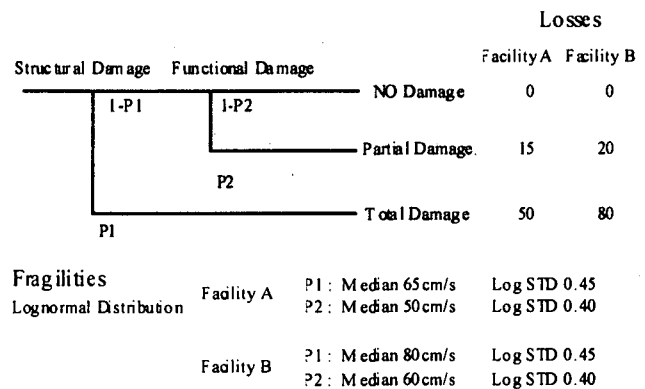


図-4 両施設のイベントツリーモデル

### (3) ポートフォリオ地震リスク評価

A, Bの両施設からなるポートフォリオに対しては、地震毎に両施設の被害確率を求め、その確率和を算定し、全ての地震について、それらを合成することで、地震リスクカーブが評価される。算定した地震リスクカーブを図-5に示す。同図中には両施設の地震リスクが独立であると仮定して、個々のリスクカーブを、単純な確率和によって算定したポートフォリオ地震リスクカーブも示した。

### (3) 考察

本数値例題からは、地震動に相関を考慮しない場合のリスクカーブは、大きな損失に対してポートフォリオの確率を過小評価することが、図-5により明確に示される。これはシナリオ地震2が両者に同時

に、比較的大きな損失を与える可能性が高いためと考えられる。

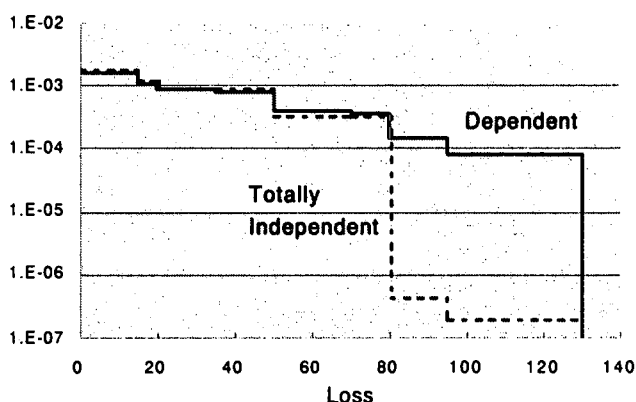


図-5 ポートフォリオ地震リスクカーブ

ここに示した二つの地震リスクカーブは同じ年間損失期待値を与えるが、地震リスクカーブからの情報が比較的大きな損失を対象に利用されることを考えると、地震動の相関を正當に評価することの重要性が明らかである。もちろんポートフォリオを構成する施設の空間的位置関係によっては、上記が当てはまらない場合もある。

## 5. おわりに

本稿ではポートフォリオの地震リスク評価手法を対象に、その意味や方法について解説を行った。ポートフォリオを対象とする場合は、最も詳細である地震リスクカーブによる評価が必要であり、かつ、個々の対象サイトにおける地震動の相関を適切に取り扱うことが求められる。

その方法として、地震ハザードを地震の集合とし

て離散化してモデル化し各地震毎にポートフォリオのリスクを評価し、それらを総合して地震リスクカーブを評価するものが有効である

この方法の実施においては、実際多大な労力を要する。即ち、ポートフォリオの地震リスク評価は比較的高価なものとならざるを得ない。評価の労力を低減するために、安易な単純化や仮定を置くことは、評価結果に大きな誤差を与える可能性が大きいことため推奨できない。どのような意思決定の場面において、ポートフォリオ地震リスク評価が必要であるのかを熟慮したうえで、実施すべきであろう。

なお、本稿で示した手法においては、モデル化不確定性は考慮されていない。全ての手続きにおいて、確率は正しく与えられるものとして評価が行われている。現実には地震の発生や地震動の伝播、建物の応答や耐力に関する知見は不完全なものであり、それらが的確に確率により表現できているとは言い切れない。

即ち確率評価の結果にはモデル化誤差が残されている。確率情報の利用に当たってはこのことを忘れてはならないと考える。

## 参考文献

- 1) Mizutani, M.: Basic Methodology of Seismic Risk Management (SRM) Procedures, *Structural Safety and Reliability, ICOSSAR'97*, Vol. 3, pp. 1581 - pp. 1588, 1997.
- 2) Applied Technology Council, ATC-13, Earthquake Damage Evaluation Data for California, *Report for Federal Management Agency*, 1985.
- 3) Mizutani, M.: Seismic Risk Assessment Procedures for a System Consisting of Distributed Facilities - Part One - Basic Method of the Procedures, *Structural Safety and Reliability, ICOSSAR01*, CD Rom, 2001
- 4) Yosida, S. et al.: Seismic Risk Assessment Procedures for a System consisting of Distributed Facilities - Part Two - Seismic Hazard Modeling, *Structural Safety and Reliability, ICOSSAR01*, CD Rom, 2001