

### 3次元任意形状海洋構造物に作用する地震時動水圧

高橋 俊彦\*・阪東 浩造\*\*

#### 1. はじめに

地震の発生が予想される海域に大型海洋構造物を設計する場合、地震時動水圧を評価することは非常に重要な問題である。海洋構造物に作用する地震時動水圧を算定する数値解析手法としては、(a) 任意形状構造物に適用可能であること、(b) 水の圧縮性の影響が考慮できること、(c) 表面波の影響が考慮できることの条件を満たすことが望まれる。非圧縮性を仮定した解析手法としては、グリーン関数法、有限要素法等広く研究されてきている(土木学会, 1993)。一方、軸対称・面対称構造物等に対して、固有関数展開法の拡張である境界展開法を用いて(b), (c) を満たす解析手法が清川(1984, 1985, 1986)によって提案されている。さらに、グリーン関数法を用いて(a), (b) を満たす解析手法が中村ら(1992)によって導かれている。

本研究では、グリーン関数法に基づいて(a), (b), (c)すべてを満たす数値解析手法を提案するとともに、その妥当性及び実構造物への適用性について検討する。

#### 2. 解析理論

##### (1) 解析概要

図-1に示すように、一定水深  $h$  の海域に海洋構造物が設置されているものとする。座標系は、静水面上に  $x, y$  軸、鉛直上向きに  $z$  軸をそれぞれ定義する。 $x$  軸から  $\alpha$  なる角度で、角周波数  $\omega$  の調和振動が水平方向に作用した場合を考える。流体は非粘性でその運動は非回転であると仮定すると、速度ポテンシャル  $\phi(x, y, z; t)$  が存在する。水平振動によるすべての応答は、線形で調和振動であると仮定すると、 $\phi(x, y, z; t) = \phi(x, y, z) \exp(-i\omega t)$  と表現することができる。このとき、地震時動水圧問題は速度ポテンシャルの空間部分  $\phi(x, y, z)$  に関する境界値問題として定式化される。この境界値問題をグリーン関数法に基づいて解く場合、グリーン関数及びグリーン関数の微分を評価する必要がある。グリーン関数

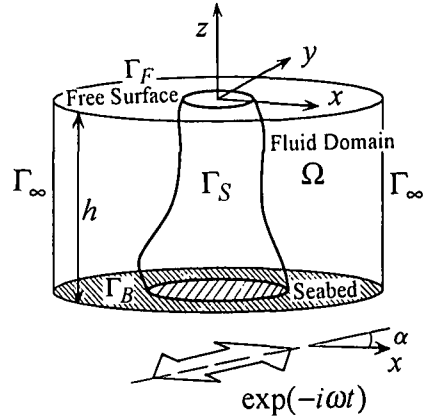


図-1 解析領域と座標系の定義

の特異性に依じて様々な評価方法が考えられるが、ここでは中村(1990)が無級数で表現された非圧縮性のグリーン関数に対して提案した方法を適用する。近似式をうまく組み合わせることによって、グリーン関数及びグリーン関数の微分が解析的積分及び収束性の良い無級数で精度良く評価される。

##### (2) 基礎方程式と境界条件

速度ポテンシャルの空間部分  $\phi(x, y, z)$  は、以下の境界値問題の解として求められる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \phi = 0 \quad \text{in } \Omega \quad \dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \phi = 0 \quad \text{on } \Gamma_F \quad \dots\dots(2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{on } \Gamma_B \quad \dots\dots(3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = V_n \quad \text{on } \Gamma_S \quad \dots\dots(4)$$

ここで、 $c$  : 水中音速 (m/s)

$g$  : 重力加速度 (m/s<sup>2</sup>)

$V_n$  : 構造物表面の法線速度成分

$n$  : 構造物表面における内向法線ベクトル

$\phi(x, y, z)$  は、これらの境界条件の他に無限遠方で Sommerfeld の放射条件を満たす必要がある。

\* 正会員 理修 鹿島建設(株)技術研究所 第一研究部第4研究室 主任研究員

\*\* 正会員 Ph.D. 鹿島建設(株)技術研究所 第一研究部第4研究室長

(3) グリーン関数

本問題のグリーン関数は、以下の方程式及び境界条件を満たす関数として定義される。

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} G = -\delta(x-\xi)\delta(y-\eta)\delta(z-\zeta) \text{ in } \Omega \quad \dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial G}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} G = 0 \text{ on } \Gamma_F \quad \dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial G}{\partial z} = 0 \text{ on } \Gamma_B \quad \dots\dots (7)$$

ここで、 $\delta$ ：ディラックのデルタ関数

さらに、無限遠方で Sommerfeld の放射条件を満足する。

本問題のグリーン関数は、清川 (1995) によって導かれており、以下で与えられる。

$$G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = \frac{i}{2} \cdot \frac{k^2 - \nu^2}{(k^2 - \nu^2)h + \nu} \cosh k(h+z) \cdot \cosh k(h+\zeta) H_0^{(1)}(\lambda r) + \frac{i}{2} \cdot \sum_{n=1}^{N_1} \frac{k_n^2 + \nu^2}{(k_n^2 + \nu^2)h - \nu} \cos k_n(h+z) \cdot \cos k_n(h+\zeta) H_0^{(1)}(\lambda_n r) + \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{n=N_1+1}^{\infty} \frac{k_n^2 + \nu^2}{(k_n^2 + \nu^2)h - \nu} \cos k_n(h+z) \cdot \cos k_n(h+\zeta) K_0(\lambda_n r) \quad \dots\dots (8)$$

ここで、 $k$ ：波数  $(k \tanh kh = \frac{\omega^2}{g}$  の実正根)

$k_n$ ：固有値  $(-k_n \tan k_n h = \frac{\omega^2}{g}$  の実正根)  
 $(0 < k_1 < k_2 < \dots)$

$N_1$ ：  $-k_n^2 + \frac{\omega^2}{c^2} > 0$  となる最大の  $n$

$H_0^{(1)}$ ： 0 次の第 1 種ハンケル関数

$K_0$ ： 0 次の第 2 種変形ベッセル関数

$$\nu = \frac{\omega^2}{g}$$

$$\lambda = \sqrt{k^2 + \frac{\omega^2}{c^2}}$$

$$\lambda_n = \sqrt{-k_n^2 + \frac{\omega^2}{c^2}}$$

$$\lambda'_n = \sqrt{k_n^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}$$

$$r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$$

れたグリーンの定理を流体領域に適用すると以下の積分方程式が得られる。

$$-\frac{1}{2}\phi(P) = \iint_{\Gamma_S} \phi(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n(Q)} d\Gamma(Q) - \iint_{\Gamma_S} G(P, Q) V_n(Q) d\Gamma(Q) \quad \dots\dots (9)$$

ここで、 $P$ ：構造物表面の点

構造物表面を  $N$  個のパネルに分割し、各パネル内で速度ポテンシャルの空間部分  $\phi(x, y, z)$  は一定であると近似することにより、積分方程式は以下の複素係数連立 1 次方程式に帰着される。

$$\sum_{j=1}^N \alpha(x_i, y_i, z_i; \xi_j, \eta_j, \zeta_j) \phi(x_j, y_j, z_j) = \sum_{j=1}^N \beta(x_i, y_i, z_i; \xi_j, \eta_j, \zeta_j) V_n(\xi_j, \eta_j, \zeta_j) \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad \dots\dots (10)$$

ここで、

$$\alpha(x_i, y_i, z_i; \xi_j, \eta_j, \zeta_j) = \begin{cases} \iint_{\Delta S_j} \frac{\partial G(x_i, y_i, z_i; \xi, \eta, \zeta)}{\partial n(\xi, \eta, \zeta)} d\Gamma(\xi, \eta, \zeta) & (i \neq j) \\ \frac{1}{2} + \iint_{\Delta S_j} \frac{\partial G(x_i, y_i, z_i; \xi, \eta, \zeta)}{\partial n(\xi, \eta, \zeta)} d\Gamma(\xi, \eta, \zeta) & (i = j) \end{cases} \quad \dots\dots (11)$$

$$\beta(x_i, y_i, z_i; \xi_j, \eta_j, \zeta_j) = \iint_{\Delta S_j} G(x_i, y_i, z_i; \xi, \eta, \zeta) d\Gamma(\xi, \eta, \zeta) \quad \dots\dots (12)$$

この複素係数連立 1 次方程式を解く場合、 $\alpha, \beta$  を評価する必要がある。グリーン関数の特異性に応じて、様々な評価方法が考えられるが、ここでは中村 (1990) が無限級数で表現された非圧縮性のグリーン関数に対して提案した方法を適用する。

$k_n \approx n\pi/h$  となるような十分大きい  $n$  に対しては、

$$\frac{k_n^2 + \nu^2}{(k_n^2 + \nu^2)h - \nu} \cos k_n(h+z) \cos k_n(h+\zeta) K_0(k_n r) \approx \frac{1}{h} \cos \frac{n\pi(h+z)}{h} \cos \frac{n\pi(h+\zeta)}{h} K_0\left(\frac{n\pi r}{h}\right) \quad \dots\dots (13)$$

が成立する。さらに、 $k_n^2 - (\omega^2/c^2) \approx (n\pi/h)^2$  となるような十分大きい  $n$  に対しては、

$$\frac{k_n^2 + \nu^2}{(k_n^2 + \nu^2)h - \nu} \cos k_n(h+z) \cos k_n(h+\zeta) K_0(\lambda_n r) \approx \frac{1}{h} \cos \frac{n\pi(h+z)}{h} \cos \frac{n\pi(h+\zeta)}{h} K_0\left(\frac{n\pi r}{h}\right) \quad \dots\dots (14)$$

(4) 境界積分方程式

速度ポテンシャル及びグリーン関数に対して、拡張さ

が成立する。(14) を用いると

$$\begin{aligned} & \sum_{n=N_A+1}^{\infty} \frac{k_n^2 + \nu^2}{(k_n^2 + \nu^2)h - \nu} \cos k_n(h+z) \cos k_n(h+\xi) K_0(\lambda_n r) \\ & \approx \sum_{n=N_A+1}^{N_A} \frac{k_n^2 + \nu^2}{(k_n^2 + \nu^2)h - \nu} \cos k_n(h+z) \\ & \quad \cdot \cos k_n(h+\xi) K_0(\lambda_n r) - \frac{1}{h} \sum_{n=1}^{N_A} \cos \frac{n\pi(h+z)}{h} \\ & \quad \cdot \cos \frac{n\pi(h+\xi)}{h} K_0\left(\frac{n\pi r}{h}\right) + \frac{1}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{n\pi(h+z)}{h} \\ & \quad \cdot \cos \frac{n\pi(h+\xi)}{h} K_0\left(\frac{n\pi r}{h}\right) \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ここで、 $N_A: k_n^2 - (\omega^2/c^2) \approx (\pi n/h)^2$  となるような最小の  $n$  (15) の右辺第3項は、以下の公式

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{\infty} \cos(ka) K_0(kx) \\ & = \frac{\pi}{2\sqrt{x^2+a^2}} + \frac{1}{2}(\gamma_0 + \log \frac{x}{4\pi}) \\ & \quad + \frac{\pi}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \left| \frac{1}{\sqrt{(2k\pi-a)^2+x^2}} - \frac{1}{2k\pi} \right| \\ & \quad + \frac{\pi}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \left| \frac{1}{\sqrt{(2k\pi+a)^2+x^2}} - \frac{1}{2k\pi} \right| \\ & \quad (x>0, a: \text{実数}) \dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここで、 $\gamma_0$ : オイラー一定数  
を用いて精度良く評価される。さらに、 $|z|$  が十分小さい時、一般に以下の近似式が成立する。

$$\begin{aligned} H_0^{(1)}(z) & \approx 1 + \frac{2i}{\pi} \left( \log \frac{z}{2} + \gamma_0 \right) \dots\dots\dots (17) \\ K_0(z) & \approx - \left( \log \frac{z}{2} + \gamma_0 \right) \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

以上の近似式を用いることによって  $\alpha, \beta$  が評価できるが、紙面の都合上  $\beta$  の評価式のみを以下に示すことにする。

$$\begin{aligned} & \beta(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) \\ & = \frac{i}{2} \cdot \frac{k^2 - \nu^2}{(k^2 - \nu^2)h + \nu} \cosh k(h+z) \cosh k(h+\xi) \\ & \quad \cdot \left[ \left\{ 1 + \frac{2i}{\pi} \left( \log \frac{\lambda}{2} + \gamma_0 \right) \right\} \Delta S + \frac{2i}{\pi} \iint_{\Delta S} \log rdS \right] \\ & \quad + \frac{i}{2} \sum_{n=1}^{N_A} \frac{k_n^2 + \nu^2}{(k_n^2 + \nu^2)h - \nu} \cos k_n(h+z) \cos k_n(h+\xi) \\ & \quad \cdot \left[ \left\{ 1 + \frac{2i}{\pi} \left( \log \frac{\lambda_n}{2} + \gamma_0 \right) \right\} \Delta S + \frac{2i}{\pi} \iint_{\Delta S} \log rdS \right] \\ & \quad + \frac{1}{\pi} \sum_{n=N_A+1}^{\infty} \frac{k_n^2 + \nu^2}{(k_n^2 + \nu^2)h - \nu} \cos k_n(h+z) \cos k_n(h+\xi) \\ & \quad \cdot \left[ \left\{ - \left( \log \frac{\lambda_n}{2} + \gamma_0 \right) \right\} \Delta S - \iint_{\Delta S} \log rdS \right] \\ & \quad - \frac{1}{\pi h} \sum_{n=1}^{N_A} \cos \frac{n\pi(h+z)}{h} \cos \frac{n\pi(h+\xi)}{h} \\ & \quad \cdot \left[ \left\{ - \left( \log \frac{n\pi}{2h} + \gamma_0 \right) \right\} \Delta S - \iint_{\Delta S} \log rdS \right] \\ & \quad + \frac{\{\gamma_0 - \log(4h)\}}{2\pi h} \Delta S + \frac{1}{2\pi h} \iint_{\Delta S} \log rdS \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{4\pi} \iint_{\Delta S} \frac{dS}{R} + \frac{\Delta S}{4\pi \bar{R}} \\ & + \frac{\Delta S}{4\pi h} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{\left| 2n - \frac{2h+z+\xi}{h} \right|} \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{\left| 2n + \frac{2h+z+\xi}{h} \right|} - \frac{1}{n} \right] \\ & + \frac{\Delta S}{4\pi h} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{\left| 2n - \frac{z-\xi}{h} \right|} + \frac{1}{\left| 2n + \frac{z-\xi}{h} \right|} - \frac{1}{n} \right] \\ & \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} R & = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2} \\ \bar{R} & = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta+2h)^2} \end{aligned}$$

$\iint_{\Delta S} dS/R, \iint_{\Delta S} \log rdS$  は解析的に積分することによって評価する。

構造物表面の速度ポテンシャルの空間部分  $\phi(x, y, z)$  から、各パネルに作用する波圧、構造物全体に作用する全流体力は以下で評価される。

$$p(x, y, z) = -i\omega\rho\phi(x, y, z)n_x \dots\dots\dots (20)$$

$$F_x = -i\omega\rho \iint_{r_s} \phi n_x d\Gamma \dots\dots\dots (21)$$

### 3. 理論の検証

本解析手法の妥当性を検討するために、水深100mに設置された直径100mの円柱構造物に適用し、動水圧について圧縮性を考慮した円柱構造物に対する厳密解と比較した。本解析では、構造物表面を鉛直方向に20等分、円周方向に40等分したモデルを用いた。また、圧縮性を考慮した円柱構造物に作用する動水圧の厳密解の計算は沖見ら(1986)の開発したコードを用いて実施した。なお、 $c=1475(\text{m/s}), \rho=1030(\text{kg/m}^3)$  とした。代表的な周波数に対する計算結果を図-2に示す。

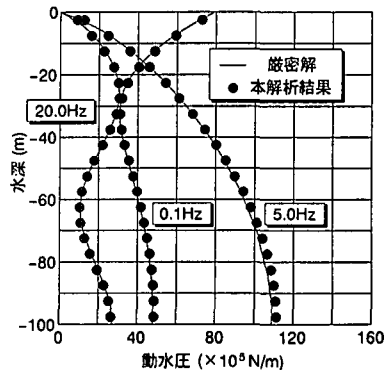


図-2 動水圧分布

本解析結果は、表面波の影響が見られる低周波数域 (0.1 Hz) から圧縮性の影響が見られる高周波数域 (20 Hz) に至るまで厳密解と非常に良く一致している。

4. 橋脚基礎構造物への適用

想定される実構造物として、図-3に示すように水深230 mに設置された4本タワーの橋脚基礎構造物に適用した。本解析で用いたモデルを図-4に示す。全体をモデル化することの重要性を見るために、図-5, 6に示すようにそれぞれタワーのみのモデル、フーチングのみのモデルに対して本解析手法を適用した。

周波数 2, 4, 6, 10 Hz に対して全体モデル、タワーのみのモデル、フーチングのみのモデルに作用する動水圧分布の計算結果をそれぞれ図-7, 8, 9に示す。●, ○はそれぞれ圧縮性を考慮した場合としない場合の計算結果を示している。なお、各動水圧はパネルの高さで割った単位高さ当たりの値である。

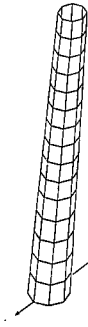


図-5 解析モデル (タワーのみ)

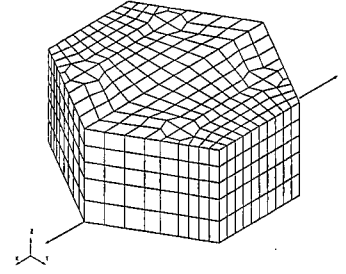


図-6 解析モデル (フーチングのみ)

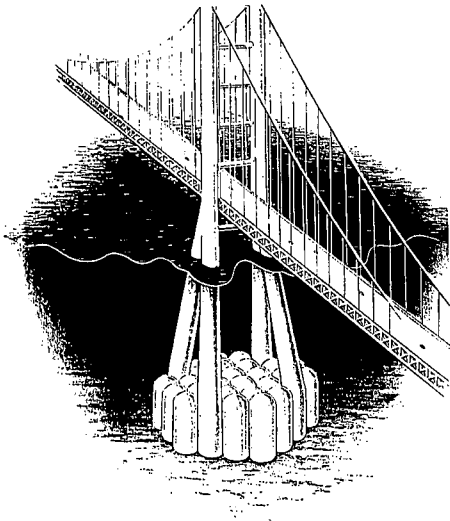


図-3 橋脚基礎構造物

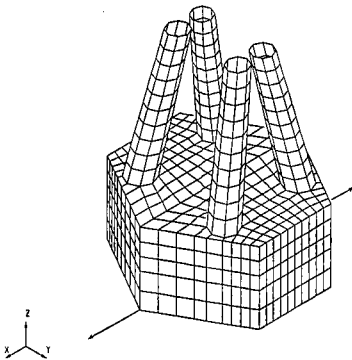


図-4 解析モデル (全体)

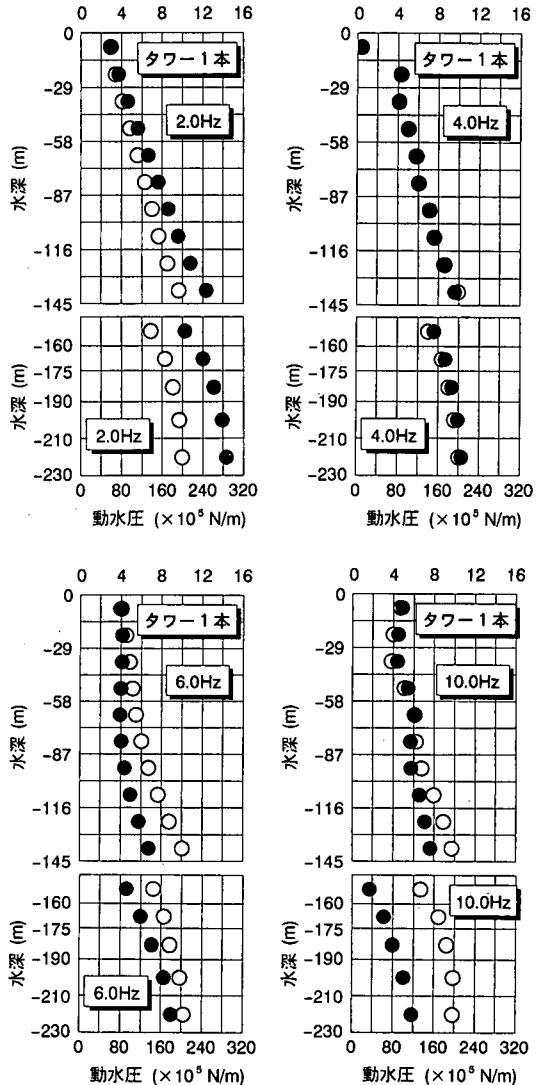


図-7 動水圧分布 (全体)

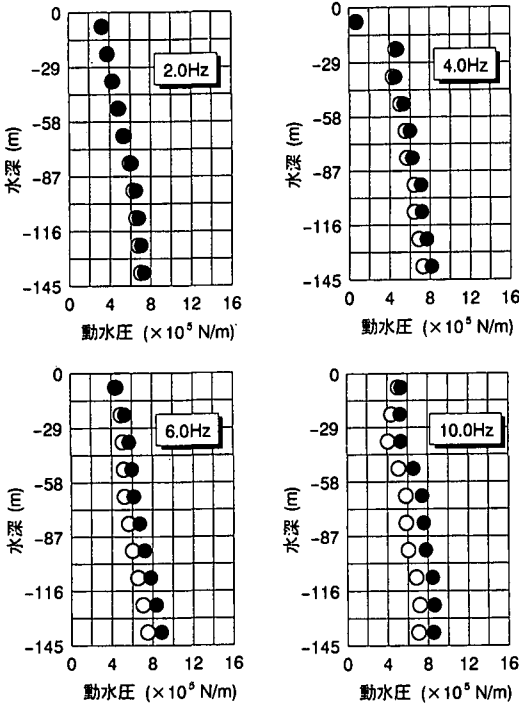


図-8 動水圧分布 (タワーのみ)

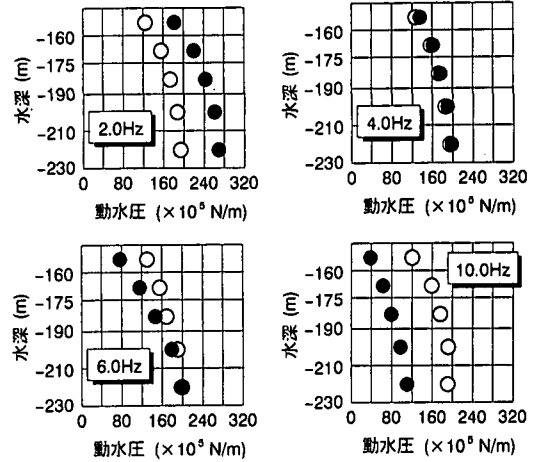


図-9 動水圧分布 (フーチングのみ)

図-7, 8より, 全体モデルとタワーのみのモデルでは動水圧の周波数応答は傾向がかなり違っていることがわかる。周波数2 Hzに対して, タワーのみのモデルではまだ圧縮性の影響があまり見られないが, 全体モデルではフーチングがあることによって圧縮性の影響が始まっている。周波数4 Hzあたりを境にこの傾向は逆転して, 周波数6 Hzに対しては, 全体モデルでは圧縮性を考慮した方が動水圧分布は小さくなっている。一方図-7, 9より, 全体モデルとフーチングのみのモデルでは動水圧の周波数応答は値に若干の違いは見られるが傾向は大体似ていることがわかる。また, いずれの場合も高周波数域では圧縮性の影響が顕著に出ていることがわかる。

5. 結 語

本論文では, 3次元任意形状海洋構造物に作用する地震時動水圧を算定する最も汎用性の高い数値解析手法を提案し, 以下の結論を得た。

- 1) 本解析手法を円柱構造物に適用し, 厳密解と比較

することによってその妥当性を示した。

- 2) 本解析手法を4本タワーの橋脚基礎構造物に適用し, 全体, タワーのみ, フーチングのみに作用する動水圧分布の周波数応答を考察することによって全体をモデル化することの重要性を示した。

参 考 文 献

沖見芳秀, 松本 喬 (1986): 水-地盤-円柱の連成振動解析, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 516-520.  
 清川哲志 (1984): 流体の圧縮性を考慮した軸対称構造物の付加質量解析, 第31回海岸工学講演会論文集, pp. 471-475.  
 清川哲志 (1985): 流体の圧縮性を考慮した面対称柱体の地震時動水圧, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 560-564.  
 清川哲志 (1986): 流体の圧縮性を考慮した任意断面防波堤の地震時動水圧理論, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 496-500.  
 清川哲志 (1995): 海震の3次元伝播特性, 海岸工学論文集, 第42巻, pp. 826-830.  
 土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会 (1993): 波・構造物・地盤の調査・設計手法調査・研究報告書, 520 p.  
 中村孝幸 (1990): 3次元波動場のグリーン関数の合理的な算定法とその波浪境界値問題への適用性, 海洋開発論文集, Vol. 6, pp. 95-100.  
 中村孝明, 田中良弘, 元良勇太郎 (1992): 3次元任意形状海洋構造物の地震応答解析, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 701-705.  
 A. Л. Лрудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев (1983): ИНТЕГРАЛЫ И РЯДЫ СПЕЦИАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ (大槻彦彦監修, 室谷義昭訳 (1992): 新数学公式集II-特殊関数, 丸善).