土木学会第52回年次学術講演会（平成９年９月）

I－B317

地震動の位相特性のモデル化

京都大学防災研究所　正会員　　佐藤忠信

1.まえがき

従来より、地震動のフーリエ振幅特性に基づいて地震動の特性をモデル化しそのシミュレーション法を構築するための研究は広く行われてきたが、、地震動の地震動らしさは、その位相特性に大きく依存しているので、地震動のシミュレーションモデルの構築のためには、フーリエ位相の非定常性についての特性把握とそのモデル化の研究が必要である[1]。地震動をインパルス列とインパルス応答関数の合成積で表されるとして、和泉らが提案した群遅延時間の概念[2]を利用して、インパルス列の特性を規定するパラメータを同定する試みが成功を収めつつあるが[3]、本研究では群遅延時間を直接的にモデル化するための方法論を提案する。

2．地震動のモデル化

観測される地震動$o(t)$を震源の破壊過程を表すインパルス列$p(t)$、震源関数$g(t)$、伝播経路の特性を表す関数$h(t)$の合成積で表されるものとすれば、$o(t)=p(t)*g(t)*h(t)$となる。震源関数ならびに伝播経路特性関数のフーリエ変換をおのおの$A_g(\omega)\exp(i\phi_g(\omega))$と$A_h(\omega)\exp(i\phi_h(\omega))$で与えられるものとする。いま、$p(t)$を次式で表現すれば

$$p(t)=\sum_{i=1}^{N}a_i\delta(t-t_i) \tag{1}$$

この、フーリエ変換の振幅スペクトル$A_p(\omega)$と位相スペクトル$\phi_p(\omega)$は次式で与えられる。

$$A_p(\omega)=\left(\sum_{i=1}^{N}a_i\cos(\omega t_i)\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{N}a_i\sin(\omega t_i)\right)^2,\quad \phi_p(\omega)=\tan^{-1}\left(-\frac{\sum a_i\sin(\omega t_i)}{\sum a_i\cos(\omega t_i)}\right) \tag{2}$$

従って、このインパルス列に対する群遅延時間は次式のように与えられる。

$$\frac{d\phi_p(\omega)}{d\omega}=\frac{-\sum_{i=1}^{N}a_i^2t_i-\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=i+1}^{N}a_ia_j(t_j+t_i)\cos\{\omega(t_j-t_i)\}}{\sum_{i=1}^{N}a_i^2+2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=i+1}^{N}a_ia_j\cos\{\omega(t_j-t_i)\}} \tag{3}$$

3．断層の破壊過程に起因する位相特性のモデル化

インパルス列$p(t)$で表現される地震断層の破壊過程は、断層面を同じ大きさの矩形の小断層に分割し、その中央点を小断層の破壊の代表点として、そこに小断層の破壊エネルギーを集中させたモデルである。従って、式（3）で与えられる群遅延時間は断層の破壊過程の位相特性を表現するものと考えることができる。いま$a_ia_j/\sum a_i^2$が微小な量であると仮定すれば、式 (3) は次式のように変形できる。

$$\frac{d\phi_p(\omega)}{d\omega}\approx -t_p-\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=i+1}^{N}\left(a_ia_j\Big/\sum_{l=1}^{N}a_l^2\right)(\tau_i+\tau_j)\cos\{\omega(\tau_j-\tau_i)\} \tag{4}$$

ここに、

$$t_p=\sum_{i=1}^{N}a_i^2t_i\Big/\sum_{i=1}^{N}a_i^2,\quad \tau_i=t_i-t_p,\quad \tau_j=t_j-t_p \tag{5}$$

キーワード：群遅延時間、位相特性のモデル化、ヒルバート変換、最小位相

連絡先（〒611 京都府宇治市五ヶ庄　京都大学防災研究所　TEL:0774-38-4065 FAX:0774-38-4070）

であり、t_pはインパルス列を一塊の波としてみたときの到着時間を、τ_iとτ_jはi番目とj番目のインパルスの到着時間をt_pからの差として表したものである。さらに、パルス列の数が非常に大きくなった極限を考えると、次式のような仮定が可能であると考えられる。

$$a_i \Big/ \sqrt{\sum a_i^2} = f(\tau)d\tau \tag{6}$$

ここに、関数$f(\tau)$はパルスの強度の頻度分布を表すもので、$f(\tau)d\tau$は正規化されたパルス強度に相当している。式（6）を式（4）に代入して整理すれば次式を得る。

$$\frac{d\phi_p(\omega)}{d\omega} = -t_p - \int_\alpha^\beta f(\tau)\int_\tau^\beta f(\xi)(\tau+\xi)\cos\{\omega(\xi-\tau)\}d\xi d\tau \tag{7}$$

ここに、αとβはインパルス列の最初と最後の到着時間を時間軸τで計ったものである。ちなみに、パルスの分布強度がαからβの間で一定値をとるものとすれば、式（７）は次式のように表される。

$$\frac{d\phi_p(\omega)}{d\omega} = -t_p - \frac{(\alpha+\beta)}{\omega^2}\{1-\cos(\omega(\beta-\alpha))\}$$

４．伝播経路の位相のモデル化

伝播経路や局所的な地盤の増幅特性に関する振幅スペクトルの特性は何らかの形でモデル化されているものとする。いま、この特性が$A_h(\omega)$で表現されているものとする。$A_h(\omega)$が与えられたときに、その位相特性$\phi_h(\omega)$を求めるには、伝搬経路の位相特性が最小位相推移関数で表現されるものと仮定する。この仮定は、震源から観測点への波動の伝達経路が複数あるときには成立しないが、簡単のためにこのような仮定を設ける。この場合には位相スペクトルと振幅スペクトルとの間にはヒルバート変換の関係があり、それは次式で表現される。

$$\phi_h(\omega) = -\tfrac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\ln(A_h(y))}{\omega-y}dy \tag{8}$$

従って、群遅延時間は次式で与えられることになる。

$$\frac{d\phi_h(\omega)}{d\omega} = \tfrac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\ln(A_h(y))}{(\omega-y)^2}dy = \frac{1}{\omega^2} * \{\ln(A_h(y))\} \tag{9}$$

ここに、記号$*$は合成積を表す。式（9）の計算は、次式で与えられるフーリエ変換と逆変換の対の関係を使えば、FFTを利用することにより簡単に計算できる。

$$-2/\omega^2 \Leftrightarrow |t| \tag{10}$$

すなわち、$\ln(A_h(y))$をフーリエ逆変換したものに$-\frac{1}{2}|t|$を掛け、それをフーリエ変換すれば式（9）で定義されている群遅延時間が求まることになる。

５．まとめ

インパルス列の群遅延時間のモデル化を行うとともに、最小位相推移関数の概念を用いて、伝播経路の振幅スペクトルが与えられたときに、その群遅延時間を求めるためのアルゴリズムを展開した。インパルス列の振幅スペクトルの周波数ゼロの点における強度は、サイズミックモーメントに変換できるので、ここで展開した方法を用いれば断層の破壊過程を考慮した位相特性のモデル化が可能であると考えている。

参考文献

[1]佐藤・土岐・石塚：京都大学防災研究所年報、第31号B2、1988、pp.36-66.
[2]和泉・勝倉：日本建築学会論文報告集、第327号、1983、pp.20-27.
[3]盛川・澤田・土岐・金子：第32回地盤工学研究発表会概要集、1997.