

I - B21 強い地震動を受ける橋脚の Duffing 方程式によるカオス挙動の検討

北見工業大学○学生会員 内田 忍 北見工業大学 フェロー 大島 俊之
北見工業大学 正会員 三上 修一 北見工業大学 正会員 山崎 智之

1. はじめに

近年、強い地震動を受ける橋脚、および橋脚基部の非線形解析において、M-φ曲線の軟化を考慮した動的な非線形振動解析が行われている¹⁾。その解析手法としては、増分形の逐次積分や、非線形振動方程式による解法など様々な解析が行われている。その中で、履歴復元力が軟化する場合の構成則を持つ振動体の運動方程式に Duffing 型非線形振動方程式がある。この Duffing 方程式については、非線形特性や Poincare' Map を用いたカオス構造に関する研究、運動の飛び移りなどの Bifurcation に関する研究など、Duffing 方程式の性質について非常に多く研究されている。そこで本研究では、Duffing 方程式に表れるカオスについて着目し、カオスだと思われる位相平面構造を立体表示しさらに PV-wave を用いて、カオス構造について可視化を行い検討することにした。

2. 解析モデル

Duffing 型振動方程式による解析では解析モデルの橋脚を図1のような1自由度弾塑性系モデルとした。この橋脚モデルは、橋脚基部でのみ塑性化することを想定しており、全質量mは橋脚上部に集中し、この質量に水平加振力が作用するものとする。また、質量の偏心は考慮しないものとする。この橋脚モデルを Duffing 型振動方程式で表すと、(1)式となる。

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + k_1u + \alpha k_3u^3 = P^*(t^*) \quad (1)$$

次に、式(1)の外力 $P^*(t^*)$ として $P^*(t^*) = F^* \cos \omega^* t^*$ のように表し、振幅 F^* 、円振動数 ω^* で加振されるものとする。固有周期 T^* および振幅の特性値 U^* を用いて無次元化すると式(2)になる。

$$\ddot{u} + u + 2\hat{\mu}\dot{u} + \alpha\epsilon u^3 = F \cos \alpha t \quad (2)$$

ϵ は非線形項と線形項の比 F は外力の振幅と線形保存力との比であり $\hat{\mu}$ は減衰定数のように変換されている。 u_0 、 \dot{u}_0 は無次元化された初期変位及び初期速度となる。数値計算では Runge-Kutta-Gill 法により時間ステップ 0.05sec の逐次積分法を用い $\alpha = -1$ (軟化) の場合を対象とした。

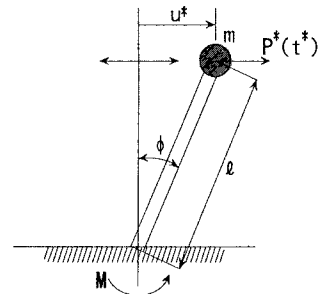


図1 橋脚モデル図

3. カオス構造の立体表示結果

図2は u 、 \dot{u} についての位相平面図を表している。本論文では(a)を基準としてそれぞれの係数を変化させ考察する事にした。(a)の係数は $\mu = 0.1$ 、 $\epsilon = 0.01$ 、 $\omega = \pi/8$ 、 $F = 0.1$ 、 $u_0 = 0.0$ 、 $\dot{u}_0 = 0.0$ となっている。結果の例として(b)、(c)を記載する。(b)が $F = 2.4$ 、(c)が $u_0 = 9.8$ の場合である。図2から F を増加させると中心が左側にずれている様子がわかる。また、 u_0 を変化させると同心円上に広がっている様子がわかる。図3は図2による変位の時刻歴を表し、図4は図3のFFT解析結果を示している。図3でのFFT解析結果より図4では低周期の状態の違いが表れている。(a)では2つのピークの様子がわかるが、(b)、(c)では数多くの複雑な振動が見られる。これはカオス特有の状態が表れたものと考えられる²⁾。ゆえに、本研究では(b)、(c)を可視化の対象とした。次にこれらの位相平面図を時間について立体表示し、さらに PV-wave により色彩を付けて可視化したものが図5である。この図ではカオス構造の特徴をつかむは至らないが、全体的な構造が表現され、複雑であった変化がある程度の方角をつかむことが可能と考えられる。図(b)、(c)は、カオスの初期の状態でありこの状態がさらに複雑になればカオスへの奔流へと入っていく。

Keywords: Duffing 方程式、カオス、位相平面

(連絡先 〒090-8507 北海道北見市公園町165番地 TEL 0157-26-9476 FAX 0157-23-9408)

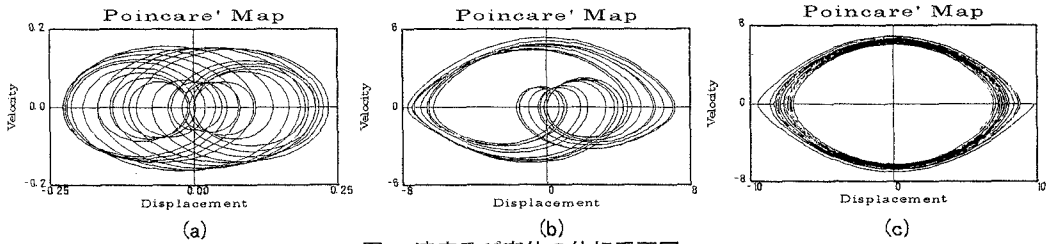


図2 速度及び変位の位相平面図

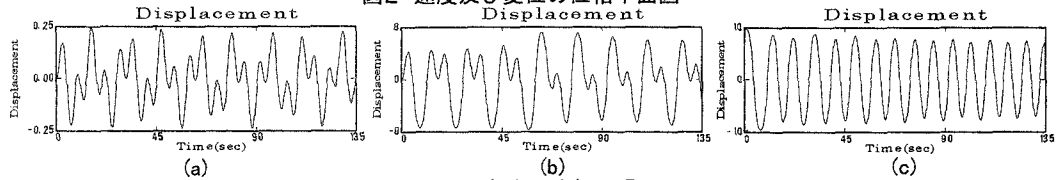


図3 変位の時刻履歴

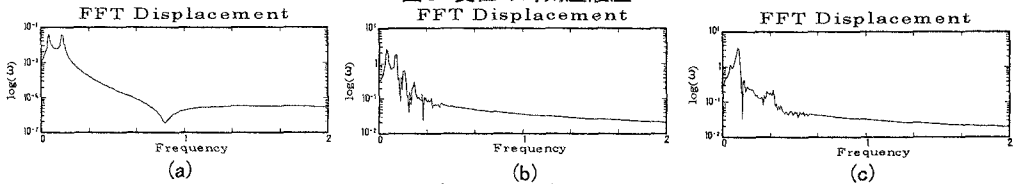


図4 変位のFFT解析結果

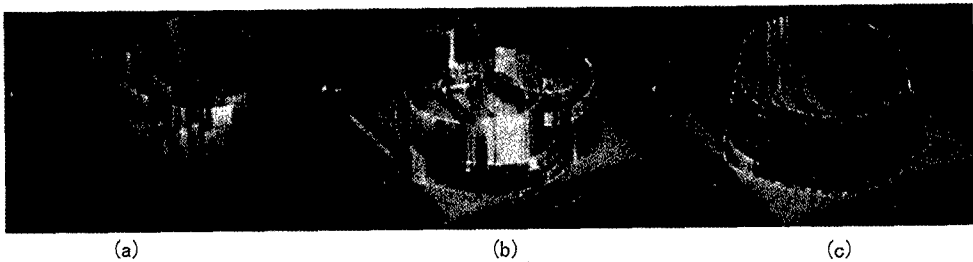


図5 可視化構造図

4. まとめ

以上、Duffing 方程式のカオス構造について可視化を行った。また、本研究のまとめを以下に示す。

- ① カオス構造を立体表示し、可視化を行った。これよりカオス構造の変遷状態について、見る事が可能となった。
- ② 本研究の場合、カオスの初期の状態であるため、さらに複雑な状態について、解析を行いカオス構造の定式化へ結びつけていくことが今後の課題となる。
- ③ 橋脚基部が局部変形による剛性軟化をおこす場合には以上のような挙動の発生が予想され、軟化後の挙動を追跡する必要性が生じることになる³⁾。

参考文献

- 1). 大島俊之、三上修一、山崎智之、小倉祐介：M-φ曲線が軟化する柱部材のDuffing方程式による曲げ振動解析、応用力学論文集、Vol. 1、pp. 461-468、1998. 8
- 2). Ali H. Nayfeh, Nestor E. Sanchez：BIFURCATIONS IN A FORCED SOFTENING DUFFING OSCILLATOR、Int. J. Non-Linear Mechanics、Vol. 24、No. 6、pp. 483-497、1989
- 3). 大島俊之、三上修一、山崎智之、小倉祐介、石川義樹：M-φ関係が部分軟化する柱部材の非線形曲げ振動応答解析における安定性の検討、土木学会論文集、No. 598/I-44、pp. 211-226、1998. 7