I－B152　確率論による地震動の位相スペクトルに関する基礎的研究

住友信託銀行　正会員　金子康史　京都大学工学研究科　正会員　盛川仁
京都大学防災研究所　正会員　澤田純男　京都大学工学研究科　フェロー　土岐憲三

1. はじめに　時刻歴波形の位相成分に着目し、地震動の予測に群遅延時間を活用しうるよう、その確率論的性質について議論する。インパルス列波形の群遅延時間スペクトルを低周波領域、高周波領域、遷移領域の3区間に分けて、それぞれの区間における群遅延時間スペクトルの確率論的特性をモーメントを中心に解析的、数値的に調べる。それとともにフーリエ振幅スペクトルの高周波領域における確率論的特性も併せて明らかにする。

2. 群遅延時間スペクトルの遷移区間　インパルス列をある確率分布 $f_T(t)$ に従って時間軸上で発生させた場合について考える。発生したインパルス列 $x(t)$ を平均 $x_m(t)$ と平均からの変動成分 $x_s(t)$ とに分けると、群遅延時間スペクトルには両者の振幅の卓越している方の位相成分が表れる [1]。しかし、高周波成分のフーリエ振幅スペクトルはばらつきを持っているために平均、変動成分のどちらが卓越しているのか一意に定まらない範囲がある。ここではそれを遷移区間ということにする。これを図1に示す。

そこで本研究では、フーリエ振幅スペクトルの高周波領域での確率分布を求め、遷移区間の幅に大きな影響を及ぼすフーリエ振幅スペクトルの平均値、分散について検討した。まず、時間軸上の n 個の任意の時刻 $t=t_k(k=1,2,\cdots,n)$ に発生したインパルス列は $h(t)=\sum_{k=1}^{n}\delta(t-t_k)$ となり、インパルス列のフーリエ振幅スペクトルは $A(\omega)=\sqrt{\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\cos\omega(t_k-t_l)}$ で表すことができる。この式において t_k を確率変数とすることによってフーリエ振幅スペクトル $A(\omega)$ の確率分布は以下のようになる。

$$f_A(x)=\frac{2x}{n}\exp\left(-\frac{x^2}{n}\right) \qquad (1)$$

実際にインパルスを発生させた時のフーリエ振幅スペクトル、その頻度分布と式 (1) を図2に示す。式 (1) を常用対数を用いて $y=\log x$ で変数変換するとその分布形 $f_Y(y)$、平均値 μ_z、標準偏差 σ_z は以下のようになる。

$$f_Y(y)=\frac{2\ln 10\cdot 10^{2y}}{n}\cdot\exp\left(-\frac{10^{2y}}{n}\right) \qquad \mu_y=-\frac{1}{2\ln 10}\left(\mathcal{C}+\ln\frac{1}{n}\right) \qquad \sigma_y=\ln 10\sqrt{\frac{\pi}{24}}=0.2785$$

これはフーリエ振幅スペクトルの対数 $\log A(\omega)$ の分散は一定であることを示しており、これを利用して図3に実際にフーリエ振幅スペクトルから群遅延時間スペクトルの遷移区間の幅を決定する一例を示す。

3. 高周波領域の群遅延時間スペクトル　本節ではインパルスの発生時刻の確率密度関数と高周波領域での群遅延時間スペクトルとの関係を調べる。群遅延時間スペクトルと時刻歴波形の包絡形の関係は、文献 [2] によって指摘されて以来さまざまな研究がなされてきたが、本節では確率密度関数 $f_T(t)$ に基づいて発生するインパルス列の群遅延時間スペクトルの分布の仕方を調べることにする。

解析に用いる確率密度関数 $f_T(t)$ として確率分布の特性を簡単に操作できるという観点から三角形分布を用いる。三角形分布を規定するパラメータは始点 a、終点 b、頂点 c の3点であるが地震動においては実際に波が発生した時点を0として差し支えないので、ここでは a=0 として考える。そして三角形分布の各モーメントを横軸にとり、それに対応する群遅延時間の各モーメントを縦軸にとりグラフにしたものを図4に示す。図4(a) をみると確率密度関数 $f_T(t)$ の平均値 μ と群遅延時間スペクトルの平均値 $\mu_{t_{gr}}$ が線形関係にあり、かつ $\mu\cong\mu_{t_{gr}}$ であることが分かる。図4(b) では確率密度関数 $f_T(t)$ の標準偏差 σ と群遅延時間スペクトルの標準偏差 $\sigma_{t_{gr}}$ が線形に近い 1:1 の対応関係がみられる。次に三角形分布で行なった解析をベータ分布についても行なってみると、平均値、標準偏差に関しては図4(a)(b) と全く同じグラフになった。しかしそれ以上のモーメントについては三角形分布の場

Keywords: 群遅延時間スペクトル、遷移区間、包絡形
〒606-8501 京都市左京区吉田本町　TEL 075-753-5133　FAX 075-762-2005

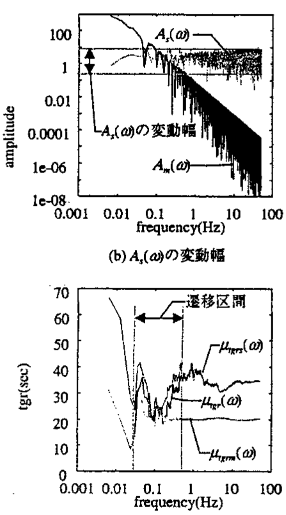
合と同様に相関を見い出すことはできなかった。このことは群遅延時間スペクトルの平均値、標準偏差が確率密度関数 $f_T(t)$ の形に依らず、その2次モーメントまでで決定されることを意味している。

4. 結論

1. フーリエ振幅スペクトルのばらつきの幅が一定であることを利用して、群遅延時間スペクトルの遷移区間を決定することができた。
2. 確率密度関数 $f_T(t)$ が2次のモーメントまでで決定するような場合（正規分布、指数分布等）には、それに基づいて発生するインパルス列の群遅延時間スペクトルから包絡形を推定することができる。$f_T(t)$ が2次のモーメントまでで決定しないような場合には、群遅延時間スペクトルの3次、4次のモーメントを調べても包絡形を正確に推定することはできないことが分かった。

参考文献

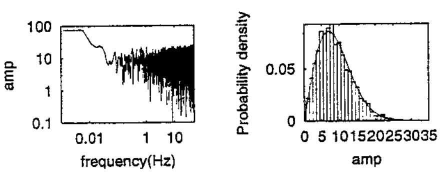
[1] 澤田純男・盛川仁・川崎久仁生: 震源インパルス列モデルの位相特性, 第3回都市直下地震災害シンポジウム
[2] 和泉正哲・勝倉裕: 地震動の位相情報に関する基礎的研究, 日本建築学会論文報告集, 第327号,pp20-27,1983



(b) $A_s(\omega)$の変動幅

(a) $\mu_{tgr}(\omega)$の遷移区間

図 1: フーリエスペクトルの関係



(a) フーリエ振幅

(b) 頻度分布と式(2)

図 2: インパルス列のフーリエ振幅スペクトル

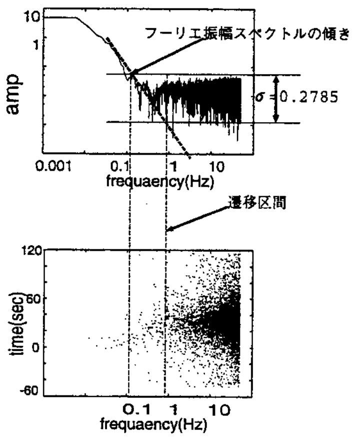
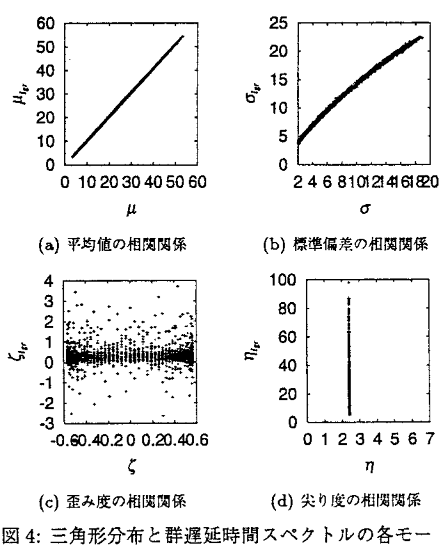


図 3: フーリエ振幅スペクトルからの遷移区間の決定



(a) 平均値の相関関係

(b) 標準偏差の相関関係

(c) 歪み度の相関関係

(d) 尖り度の相関関係

図 4: 三角形分布と群遅延時間スペクトルの各モーメントの相関関係