

# 地震動によるダム湖のスロッシング現象に対する ALE 並列有限要素解析

中央大学大学院 学生員 田中 聖三  
日本工営(株) 正会員 桜庭 雅明  
中央大学 正会員 櫻山 和男

## 1. はじめに

ダムや大型貯槽の設計段階において、地震動により励起されるスロッシング波に対する安全性の評価は重要な検討項目のひとつである。この現象は自由表面を有する流れであり、この問題に対する数値解析手法として多くの手法が提案されているが、その中でも ALE 法は自由表面形状および流れの 3 次元的構造を正確に捉えることのできる有効な手法<sup>1)2)</sup>である。

本報告は、ダム湖のスロッシング現象に対して、地震波応答解析により得られた地震動波形データを入力データとした、ALE 表記に基づく並列安定化有限要素法による解析手法を提案するものである。数値解析例として、ダムモデルの地震動に対する水面応答解析を行う。

## 2. 数値解析手法

### (1) 基礎方程式と離散化

非圧縮粘性流体の基礎方程式は ALE 表記による Navier - Stokes の運動方程式と Euler の連続の式である。基礎方程式に対して空間方向の離散化に P1/P1 要素を用いた安定化有限要素法 (SUPG/PSPG 法)<sup>3)</sup> を適用すると、以下の有限要素方程式を得る。

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}_\delta) \frac{\partial u_i}{\partial t} + (\mathbf{K}(\bar{u}_j) + \mathbf{K}_\delta(\bar{u}_j)) u_i - (\mathbf{C} - \mathbf{C}_\delta) \frac{1}{\rho} p + \nu \mathbf{S} u_i = (\mathbf{N} + \mathbf{N}_\delta) f_i \quad (1)$$

$$\mathbf{C}^T u_i + \mathbf{M}_\varepsilon \frac{\partial u_i}{\partial t} + \mathbf{K}_\varepsilon(\bar{u}_j) u_i - \mathbf{N}_\varepsilon f_i + \mathbf{C}_\varepsilon \frac{1}{\rho} p = 0 \quad (2)$$

ここで、 $u_i$  は流速、 $\bar{u}_i$  は相対流速、 $p$  は圧力、 $\nu$  は動粘性係数、 $\rho$  は密度、 $f_i$  は物体力であり、 $\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{C}, \mathbf{S}, \mathbf{N}$  は係数行列である。特に添字  $\delta, \varepsilon$  は、それぞれ SUPG 項、PSPG 項に起因するものである。式 (1), (2) に対して時間方向の離散化に準陽的 Euler 法を適用し、マトリックス表記すると以下のような連立 1 次方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} \left( \frac{\mathbf{M} + \mathbf{M}_\delta}{\Delta t} \right) & -(\mathbf{C} - \mathbf{C}_\delta) \\ \left( \mathbf{C}^T + \frac{\mathbf{M}_\varepsilon}{\Delta t} \right) & \mathbf{C}_\varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i^{n+1} \\ \frac{1}{\rho} p^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_i^n \\ d_i^n \end{bmatrix} \quad (3)$$

$b_i^n, d_i^n$  は、それぞれ運動方程式、連続式の既知項をまとめたものである。

### (2) 解析領域の更新

ALE 法は、移動境界と物質粒子の相対的な速度を考慮し、解析領域を更新することで物体の形状を表現できることに特徴がある。本手法では、移動境界上での時間ステップ間における節点変位量を境界値として領域内の節点に関するラプラス方程式を解くことにより、解析領域内の各節点の変位量を求める方法を用いている。

$$\mathbf{A}\phi = 0 \quad (4)$$

$$\phi = \hat{\phi} \quad \text{on } \Gamma \quad (5)$$

ここに、 $\mathbf{A}$  はラプラシアン行列、 $\phi$  は節点の変位量、 $\hat{\phi}$  は移動境界 (自由表面+底面) 上での節点変位量である。

### (3) 並列計算法

本並列計算手法は、分散メモリー型並列計算機を対象とするため、前処理として領域を使用するプロセッサ数の小領域に分割する必要がある。領域分割法としては、平面 2 次元メッシュに対して Greedy アルゴリズムに基づく領域分割<sup>4)</sup>を行い、その情報を鉛直方向に各プロセッサにおいて均等に積み上げていく積み上げていく Slice 型領域分割法<sup>5)</sup>を用いた。

本手法において解くべき連立 1 次方程式は式 (3) と式 (4) である。前者の連立 1 次方程式の解法として、Element-by-Element Bi-CG STAB 法を用い、後者は Element-by-Element SCG 法により解く。本研究での並列化手法の開発に伴って 2 種類の通信が発生する。一つは領域境界上の節点に対して要素の重ね合わせを完成させるための隣接するプロセッサ間での通信であり、一方は連立 1 次方程式の解法内でのベクトルの内積計算で必要となる全プロセッサ間での通信である。各プロセッサ間での通信には、通信ライブラリーの中でも汎用性の高い MPI (Message Passing Interface) を用いた。

## 3. ダム湖のスロッシング解析

### (1) 計算条件と解析結果

数値解析例として、ロックフィルダムの地震動による水面応答解析を取り上げる。解析モデルとして、図-1 のような段差を有する底面と勾配約 1:2.5 の斜面を有する 3 次元領域を考える。初期水位は底面より 29.0m とし、26.0m 以上の斜面は鉛直壁として取り扱う。有限要素には四面体要素を用い、総節点数:22610、総要素数:109314 となっている。流体は水と仮定するため、密度  $\rho$  および動粘性係数  $\nu$  はそれぞれ、 $1.0 \times 10^3 [\text{kg}/\text{m}^3]$ 、 $1.0 \times 10^{-6} [\text{m}^2/\text{sec}]$  となる。境界条件として、底面および斜面では *non-slip* 条件、鉛直壁では *free-slip* 条件を課す。加振条件としては、地震波応答解析により得られたダム外壁の X 方向水平移動速度 (図-2) を用いる。地震波応答解析については、参考文献<sup>6)</sup>に詳しい。

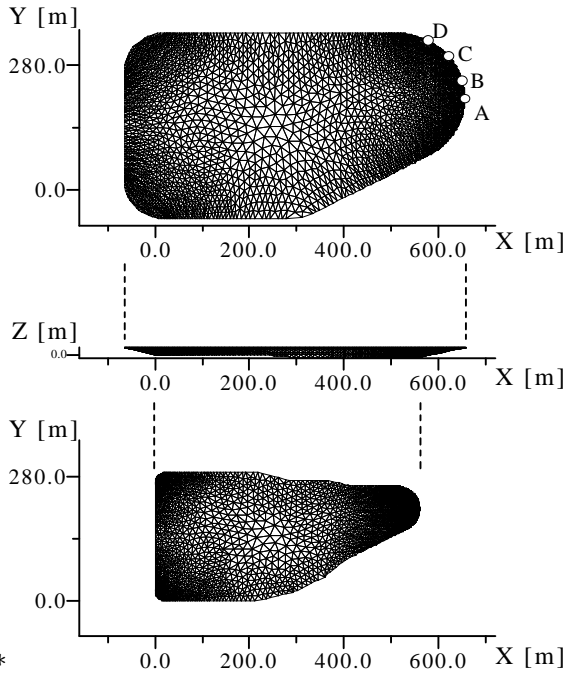


図-1 ダム上面(上), 側面(中), 底面(下)

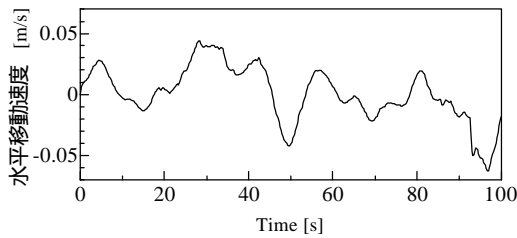


図-2 入力データ

図-3に最も水位変動の大きかったA点での水位の時刻歴を示す。この結果より、地震動により励起された非線形性の卓越した水面応答を捉えることができています。

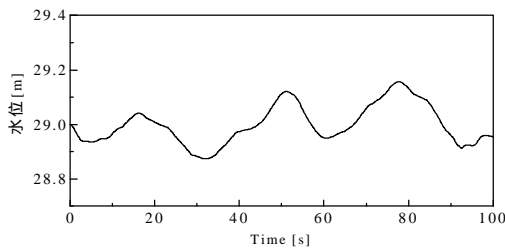


図-3 水位の時刻歴(A点)

## (2) 並列化性能評価

先の数値解析例において並列化性能評価を行う。並列計算機には、8台のPC(Personal Computer)をEthernetで接続した自作のPCクラスタ型並列計算機<sup>7)</sup>を用いる。仕様を表-1に示す。図-4に演算速度倍率と並列化効率を示すが、ここでの演算速度倍率は、プロセッサを2台使用した場合に対する倍率であり、並列化効率は演算速度倍率が理想倍率と等しくなる場合を100%としている。この図より、高性能な並列計算が実現できていることがわかる。

表-1 並列計算機仕様

| 自作PCクラスタ型並列計算機 |              |
|----------------|--------------|
| CPU            | Pentium II   |
| Clock cycle    | 400MHz       |
| Cache size     | 512KB        |
| Memory size    | 512MB        |
| O.S.           | Linux-2.0.34 |
| Network        | 100Base-Tx   |

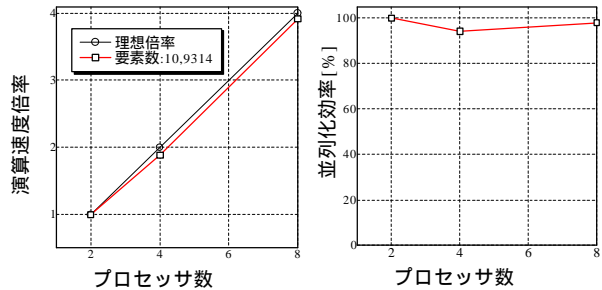


図-4 並列化性能評価

## 4. おわりに

本報告では、ダム湖のスロッシング解析に対して、地震波応答解析により得られた地震動波形データを入力データとしたALE表記に基づく並列安定化有限要素法を適用した。数値解析例として、ダムモデルの地震動に対する水面応答解析を行い、本解析手法の有効性を検討し、以下の結論を得た。

- 地震動波形を入力データとしたダムモデルのスロッシング解析において、非線形性の卓越する水面応答を捉えることができた。
- 並列化性能評価において高い並列化効率を得ることができ、本並列計算手法の有効性を示すことができた。

今後の課題として、より大規模な有限要素分割を行い解析を行う予定である。

謝辞:本研究で用いた地震動波形データは、日本工営株式会社大角恒雄氏よりご提供頂いた。ここに記して感謝の意を表明します。

## 参考文献

- 1) Okamoto, T and Kawahara, M : Tow-dimensional sloshing analysis by the Arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element methods, *Proceeding of JSCE*, **441**, I-18, pp39-48, 1992.
- 2) T.Nomura : ALE finite element computations of fluid-structure interactin problems, *Compter Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **112**, pp291-308, 1994.
- 3) T.E.Tezduyar, S.Mittal, S.E.Ray and R.Shih : Incompressible flow computations with stabilized bilinear and linear equal-order-interpolation velocity-pressure elements, *Compter Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **95**, pp221-242, 1992.
- 4) C.Farhat : A simple and efficient automatic FEM domain decomposer, *Computers & Structures*, **28**, pp576-602, 1988.
- 5) 桜庭雅明, 田中聖三, 玉城宏幸, 櫻山和男: 大規模自由表面流れ解析のためのALE並列有限要素法, *応用力学論文集*, **2**, pp233-240, 1999.
- 6) 原田隆典, 大角恒雄, 奥倉英世: 3次元直交座標系における波動場の解析解とその地震波形成への応用, *土木学会論文集 No.612/I-46*, pp99-108, 1999.
- 7) 須江克章, 桜庭雅明, 櫻山和男: PCクラスタを用いた自作並列計算機の構築とその有効性の検討, *計算工学講演論文集*, **4**, pp389-392, 1999.