

## 非線形はりモデルを用いた単柱式鋼製橋脚の耐震解析における 幾何学的非線形性とせん断変形の影響

○岐阜高専 正会員 奥村徹，名古屋工業大学 正会員 後藤芳顯

### 1. はじめに

現行の耐震設計において単柱式鋼製橋脚の終局挙動を解析する際には、せん断変形（いわゆる曲げせん断変形）を無視したBernoulli-Eulerはり理論による幾何学的非線形解析が一般的に行われている。実務設計における非線形解析の簡素化を図ることを目的とし、鈴木ら<sup>1)</sup>はBernoulli-Eulerはり理論における幾何学的非線形性の影響を定量的に表し、微小変位解析の適用限界を提案している。しかしながら、せん断変形の影響が幾何学的非線形性の影響が少ない細長比パラメータの小さい背の低い橋脚において、より大きく現れると考えられることから、幾何学的非線形性の影響が小さい場合に単純にBernoulli-Eulerはり理論を用いた微小変位解析で対応することに問題が生ずる恐れがある。そこで、本研究では図-1に示す単柱式鋼製橋脚を対象にはりモデルによる静的複合非線形解析<sup>2)</sup>を行い、幾何学的非線形性ならびにせん断変形が鋼製橋脚のPushover解析<sup>3)</sup>に与える影響について定量的に検討する。この結果をもとに、実務設計において用いられている幾何学的非線形性を考慮しせん断変形を無視したBernoulli-Eulerはりモデルによる耐震解析の妥当性について考察する。

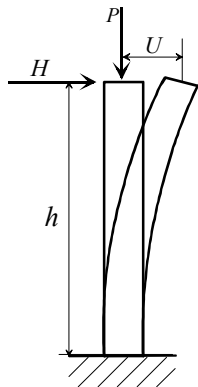


図-1 橋脚モデル

### 2. 対象とする各種の解析手法

鋼製橋脚のPushover解析における幾何学的非線形性とせん断変形の影響を検討するために以下の4種類の解析手法を対象とする。

- a) Timoshenkoはり理論による幾何学的非線形解析
- b) Bernoulli-Eulerはり理論による幾何学的非線形解析
- c) Timoshenkoはり理論による微小変位解析
- d) Bernoulli-Eulerはり理論による微小変位解析

a)~d)いずれの解析においても材料的非線形性が考慮されており、幾何学的非線形解析の場合は複合非線形解析となる。一般に、鋼製橋脚のPushover解析ではb)の方法が主に用いられている。ここではa)の手法が最も厳密であると考え、これを基準としてb)~d)の手法と比較を行う。

### 3. 弾性域での誤差算定式と支配パラメータ

表-1 弾性はりの線形化有限変位理論と微小変位理論の支配微分方程式

理論	つり合い式	弾性構成則
a) Timoshenko はりの線形化有限変位理論	$N' = 0$ $N(v_0' - \gamma)' + V' = 0$ $M' - (V - N\gamma) = 0$	$N = EAu_0'$ $V = GA_{ef}\gamma$ $M = -EI(v_0' - \gamma)'$
b) Bernoulli-Euler はりの線形化有限変位理論	$N' = 0$ $Nu_0' + M' = 0$	$N = EAu_0'$ $M = -EIv_0''$
c) Timoshenko はりの微小変位理論	$N' = 0$ $V' = 0$ $M' - V = 0$	$N = EAu_0'$ $V = GA_{ef}\gamma$ $M = -EI(v_0' - \gamma)'$
d) Bernoulli-Euler はりの微小変位理論	$N' = 0$ $M' = 0$	$N = EAu_0'$ $M = -EIv_0''$

2. で述べたa)~c)の解析法に対応する弾性域での支配微分方程式を表-1にまとめている。これらの微分方程式より解析的に水平力  $H$  と水平変位  $U$  の関係を求め、柱基部の縁ひずみが等しいという条件のもとで、a)の解析手法に対するb)~d)の相対誤差を以下の式により評価する。

$$e_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{U_a - U_i}{U_a}\right)^2 + \left(\frac{H_a - H_i}{H_a}\right)^2} \quad (1)$$

ここに、 $U_a, H_a$  は基準となるa)の解析手法による水平変位、水平力を、 $U_i, H_i$  は比較の対象となるb)~d)の解析手法による水平変位、水平力を表す。これより、弾性域でのa)の理論に対するb)~d)の相対誤差  $e_1 \sim e_3$  が解析的に以下のように求まる。

$$e_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left[ 1 - \frac{\tan(\alpha h) - \alpha h}{\tan(\alpha h)} \cdot \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\xi \tan(\alpha h \xi) - \alpha h} \right]^2 + \left[ 1 - \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\tan(\alpha h)} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$e_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left[ 1 - \frac{(\alpha h)^2 + 3(\xi^2 - 1)}{3} \cdot \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\xi \tan(\alpha h \xi) - \alpha h} \right]^2 + \left[ 1 - \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\alpha h} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$e_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left[ 1 - \frac{(\alpha h)^2}{3} \cdot \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\xi \tan(\alpha h \xi) - \alpha L} \right]^2 + \left[ 1 - \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\alpha h} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2),(3),(4)$$

ここに、

$$\alpha h = \sqrt{\frac{P}{EI}} \cdot h, \quad \beta h = \sqrt{\frac{GA_{ef}}{EI}} \cdot h, \quad \xi = \sqrt{1 + \frac{(\alpha h)^2}{(\beta h)^2}} \quad (5a,b,c)$$

よって、弾性域の誤差  $e_1 \sim e_3$  の支配パラメータは  $\alpha h, \beta h$  であることがわかる。

キーワード：せん断変形，幾何学的非線形性，耐震解析  
連絡先：〒501-0495 岐阜県本巣郡真正町 岐阜工業高等専門学校 Tel 058-320-1402

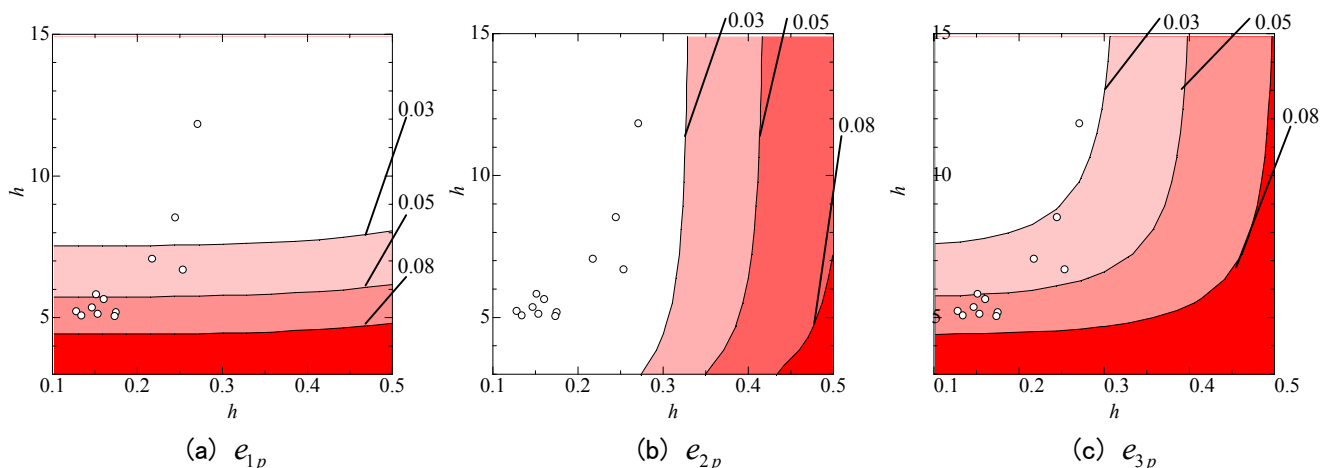


図-2 弾塑性域での誤差  $e_{1p} \sim e_{3p}$

表-2 弾塑性域における誤差近似算定式の補正係数の値

$a_1 = 0.727$	$b_1 = 25.919$
$a_2 = -8.695$	$b_2 = 1.547$
$a_3 = 0.734$	$b_3 = 1.405$

4. 弾塑性域でのせん断変形と幾何学的非線形性の影響

3. で述べた弾性誤差算定式をもとに通常のPushover解析で対象とする弾塑性域での幾何学的非線形性とせん断変形の影響を検討する。相対誤差を計算する限界状態としては、橋脚基部の有効破壊長での圧縮フランジの平均ひずみ(新技術小委員会方式<sup>2)</sup>)が限界ひずみに到達した時を対象とし、このときの水平変位、水平荷重を数値計算で求め、式(1)に代入して相対誤差を計算する。ここで、弾塑性域の相対誤差であることを示すために下添え字  $p$  を用い  $e_{ip}$  ( $i=1\sim 3$ ) と表す。

まず、単柱式矩形断面鋼製橋脚の実例について、数値計算により誤差  $e_{1p} \sim e_{3p}$  を計算する。試行錯誤的に検討した結果、弾塑性域の誤差近似算定式としては弾性領域の誤差算定式(2)~(4)をもとに、以下のように補正係数  $a_i$ 、 $b_i$  を導入することで対応できることが明らかになった。

$$e_{1p} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ a_1 \left( 1 - \frac{\tan(\alpha h) - \alpha h}{\tan(\alpha h)} \cdot \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\xi \tan(\alpha h \xi) - \alpha h} \right)^2 + b_1 \left( 1 - \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\tan(\alpha h)} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$e_{2p} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ a_2 \left( 1 - \frac{(\alpha h)^2 + 3(\xi^2 - 1)}{3} \cdot \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\xi \tan(\alpha h \xi) - \alpha h} \right)^2 + b_2 \left( 1 - \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\alpha h} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$e_{3p} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ a_3 \left( 1 - \frac{(\alpha h)^2}{3} \cdot \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\xi \tan(\alpha h \xi) - \alpha L} \right)^2 + b_3 \left( 1 - \frac{\xi \tan(\alpha h \xi)}{\alpha h} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

(6),(7),(8)

補正係数の値は表-2に示す。図-2に式(7)に対応した誤差  $e_{1p} \sim e_{3p}$  と支配パラメータ  $\alpha h$ 、 $\beta h$  の関係を示す。またこれらの図には本解析で対象とした12種類の単柱式矩形断面鋼製橋脚について数値計算により求めた誤差の値もプロットしている。これらより、当然ではあるが幾何学的非線形性とせん断変形を無視することによる誤差を含む  $e_{3p}$  が最も大きいことが確認される。誤差  $e_{3p}$  の値は

$\alpha h$  が大きく、 $\beta h$  が小さいほど増大することがわかる。せん断変形を無視することによる誤差  $e_{1p}$  は  $\beta h$  の影響が支配的で  $\alpha h$  にはほとんど影響を受けない。誤差  $e_{1p}$  は  $\beta h$  が小さいほど大きくなる。 $\beta h$  が小さい場合は式(5b)から解るように鋼製橋脚の細長比が小さい場合やせん断有効断面積比が小さい場合に対応している。幾何学的非線形性のみを無視することによる誤差  $e_{2p}$  に関しては  $\alpha h$  の影響が支配的であり、 $\alpha h$  が大きいほど誤差が大きい。 $\alpha h$  が大きい場合は式(5a)から解るように、鋼製橋脚の細長比パラメータが大きい場合や軸力比が大きい場合に対応している。

以上の結果より、現行の非線形解析では誤差  $e_{1p}$  に対応するBernoulli-Eulerはり理論による解析が一般に用いられているが、許容誤差を5%と設定した場合、簡易的にこの範囲に収まる構造パラメータ  $\beta h \leq 6$  と設定することができる。しかしながら、図中にプロットしている実橋脚の数値解析例からわかるように、過半数以上の橋脚が許容範囲に入らない。したがって実際の橋脚の設計に対して現在最も多く用いられているBernoulli-Eulerはり理論による幾何学的非線形解析が適用できない場合が多く存在すると考えられる。これに対し、 $e_{2p}$  に対応する幾何学的非線形性を無視した微小変位理論のTimoshenkoはり理論による誤差はすべての橋脚について許容範囲内に入っており、実橋脚の大多数については微小変位のTimoshenkoはり理論の適用が可能になると考えられる。また、この場合、構造パラメータ  $\alpha h$ 、 $\beta h$  の適用範囲は簡便的に  $\alpha h \leq 0.35$  と設定することができる。

【参考文献】1) 鈴木,宮下,後藤:幾何学的非線形性が単柱式鋼製橋脚の耐震設計に与える影響,土木学会第55回年次学術講演会, -B194,2000. 2) Li,Goto: A three dimensional nonlinear seismic analysis of frames considering panel zone deformation, 土木学会論文集, No605/ -24,pp.1-13,1998 3) 宇佐美,鈴木,Mamaghani,葛:コンクリートを部分的に充填した鋼製橋脚の地震時水平耐力法の提案,土木学会論文集,No525/ -33,pp.136-146,1996