

# アーチ橋の地震時挙動の可視化に関する検討

西松建設(株) 正会員 寺西 淳次  
 名古屋工業大学 正会員 海老澤 健正  
 名古屋工業大学 正会員 後藤 芳顯

## 1. はじめに

構造解析の高度化、複雑化により、構造物の挙動を数値や静止画から把握することは困難となりつつある。そこで本研究では、複雑な立体構造物の動的挙動の視覚的、直感的な理解を支援することを目的として、コンピュータグラフィックス(CG)を利用した構造解析結果の表現方法を検討する。特に対象として、橋梁等の構造解析で一般的に適用されている、はり要素を用いた有限変位、微小変形有限要素解析を取り上げる。

## 2. 三次元空間におけるはり要素の変形形状

一般に汎用有限要素解析プログラムのポストプロセッサでははり要素は変形後においても節点を結ぶ直線として表示されるため、はり要素内の変形については全く表現されていない。そこで、はり要素の断面形状データを用いることにより実際の構造物と同じ三次元形状を再現するとともに、両端節点の変位および回転量から変形後の要素形状を3次ベジェ曲線による補間により表示する。以下にその具体的手順を示す。

### (1) 回転マトリクスの導出

一般に節点における回転は、図-1に示すような節点にあるベクトル  $\phi = (\phi_x \ \phi_y \ \phi_z)^T$  を回転軸とした有限な角度  $\alpha = |\phi|$  の回転として定義される。ベクトル  $\phi$  の方向に単位ベクトル  $e_3^* = (\phi_x/|\phi| \ \phi_y/|\phi| \ \phi_z/|\phi|)^T$  をとり、それと直交右手系をなすように  $e_1^*$ ,  $e_2^*$  を定めると、節点に固定された任意のベクトル  $r$  およびその回転後のベクトル  $r^*$  は

$$r = r_1 e_1^* + r_2 e_2^* + r_3 e_3^* \quad (1)$$

$$r^* = (r_1 \cos \alpha - r_2 \sin \alpha) e_1^* + (r_1 \sin \alpha + r_2 \cos \alpha) e_2^* + r_3 e_3^* \quad (2)$$

となる。したがって、回転マトリクス  $R$  は3次元単位マトリクス  $E$  を用いて以下のように与えられる。

$$r^* = Rr, \quad R = E \cos \alpha + e_3^* \otimes e_3^* (1 - \cos \alpha) + e_3^* \times E \sin \alpha \quad (3)$$

### (2) 要素内任意点での位置ベクトルの誘導

式(3)より図-2のように変形前の状態における要素の基底ベクトルを  $(i_0 \ j_0 \ k_0)$ 、変形後の節点1における基底ベクトルを  $(i_{01}^* \ j_{01}^* \ k_{01}^*)$  と定義する。軸線上の点  $A_0(0 \ 0 \ z)$  における変形後の位置ベクトル  $d_0^*$  は変形後の節点1の位置ベクトル  $d_{01}^*$  を用いて

$$d_0^* = d_{01}^* + (i_{01}^* \ j_{01}^* \ k_{01}^*) (0 \ 0 \ z)^T + u_0^* \quad (4)$$

$$u_0^* = (i_{01}^* \ j_{01}^* \ k_{01}^*) (u_{x0}^* \ u_{y0}^* \ u_{z0}^*)^T \quad (5)$$

と表される。ここで  $u_0^*$  は節点1での剛体変位除去後の点  $A_0$  の変位ベクトルである。次に点  $A_0$  での変形後の基底ベクトルを  $(i_0^* \ j_0^* \ k_0^*)$  とすると要素内の任意の点  $A(x \ y \ z)$  における変形後の位置ベクトル  $d^*$  は、断面形状が不変と仮定すると次のように表される。

$$d^* = d_0^* + (i_0^* \ j_0^* \ k_0^*) (x \ y \ 0)^T \quad (6)$$

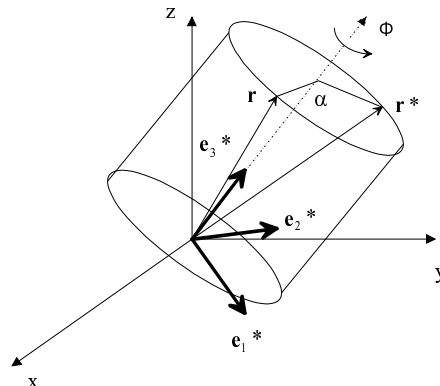


図-1 回転ベクトル

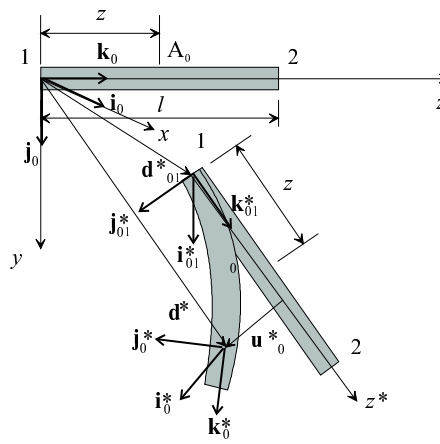


図-2 移動座標系

キーワード：三次元グラフィックス、解析結果表示、はり要素、有限変位、微小変形

〒466-8555 愛知県名古屋市中区御器所町 名古屋工業大学社会開発工学科 TEL/FAX:052-735-5563

ここで、はり要素内において微小変形を仮定すると、点  $A_0$  での基底ベクトルは微小回転マトリクスを用いて

$$\begin{pmatrix} i_0^* & j_0^* & k_0^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \theta_z^* & -\theta_y^* \\ -\theta_z^* & 1 & \theta_x^* \\ \theta_y^* & -\theta_x^* & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{01}^* & j_{01}^* & k_{01}^* \end{pmatrix} \quad (7)$$

と表される。式(5)、式(7)における  $(u_{x0}^* \ u_{y0}^* \ u_{z0}^*)$ 、 $(\theta_x^* \ \theta_y^* \ \theta_z^*)$  は基底を  $(i_{01}^* \ j_{01}^* \ k_{01}^*)$  とする剛体変位除去後の変位および回転角であるので、微小変位理論を用いて節点 1, 2 における変位、回転角からこれらの値を決定することができる。

**(3) ベジェ曲線による要素輪郭の表現**

節点におけるはり断面内の要素輪郭については断面形状を回転することにより容易に表示することが可能である。一方、軸線方向の輪郭線は一般に曲線となることからベジェ曲線に近似して表示することとする。ベジェ曲線は次のような支点の位置ベクトル  $r_1, r_2, r_3, r_4$  の一次形式で表される。

$$r_t = (1-t)^3 r_1 + 3t(1-t)^2 r_2 + 3t^2(1-t) r_3 + t^3 r_4 \quad (0 \leq t \leq 1) \quad (8)$$

これらの位置ベクトルは両端点の位置ベクトルおよび接線方向ベクトルにより与えられるので、はり要素における両端点の座標および接線方向を式(5)およびその  $z$  に関する微分により求めることによりベジェ曲線を決定する。

**3. 変位の拡大表現**

一次元要素としてのはり要素の形状と一致している軸線上の点については、通常行われている変位を線形的に拡大して表示することが妥当であると考えられる。しかし、はり断面内では位置ベクトル  $s$  から  $s^*$  への回転変位  $m$  を線形的に拡大した場合には図-3に示すように断面の拡大が発生する。そこで、拡大表示時の移動後の位置ベクトル  $s^{**}$  が  $|s^{**}| = |s|$  となるように調整を加えることにより断面の拡大を抑制する。

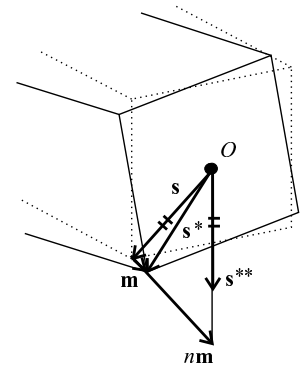


図-3 回転変位の拡大表示

**4. アーチ橋の地震時挙動の再現**

図-4に示す鋼製アーチ橋を対象に地震時挙動解析を行いその変位を三次元CGにより再現した。図-5は  $t=9.4$  秒における変形を5倍に拡大表示した三次元CGの画像である。構造解析では神戸海洋気象台で観測された兵庫県南部地震の地震波を橋軸方向および鉛直方向へ与えており、最も変位が大きくなると予想された橋桁1/4長の点Bにおける鉛直変位を図-6に示す。

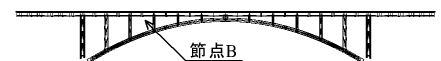


図-4 鋼製アーチ橋

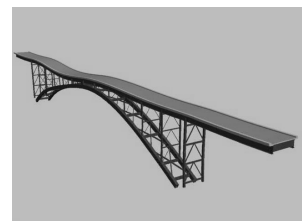


図-5 地震時挙動の三次元CG

図-5では三次元の構造物として滑らかな曲線で変形が表されており、従来の直線による表示に比べ変形の状態がより把握しやすいものとなっている。特に時刻歴挙動を動画として再現した場合には前後の変形との差異により比較的小さな変位の変化も捉えられるので拡大率を抑えることが可能となった。これにより、変位の拡大による実際との乖離の影響が小さくなると考えられる。

**5. おわりに**

本研究では、はり要素を三次元的に捉えて任意点での変位を求めることにより要素内の変形を含めた変形挙動を再現した。今後の課題としては、変位の拡大について様々な手法が考えられるためそれらとの比較検討が必要であると考える。

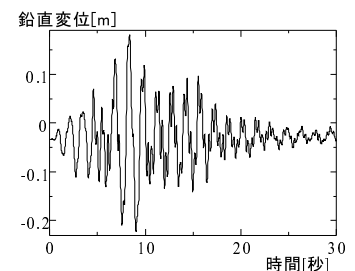


図-6 点Bにおける鉛直変位