# 解析信号ウェーブレットを用いた入力地震動の合成

西日本旅客鉄道 (株)　正員　○大濱吉礼
京都大学防災研究所　正員　本田利器

## 1.　はじめに

近年，高い耐震性能を合理的に実現する設計への要求が高まっている．合理的な設計には，構造物の非線形動的解析による地震時挙動の正確な評価が不可欠である．非線形動的解析においては入力地震動の周波数特性の時間的変化（時間周波数特性）が重要な役割を担うためこれを合理的に考慮する必要がある．そのためには，例えばフーリエ振幅スペクトルだけを考慮するのでは不十分であり，位相スペクトル等の考慮が不可欠である．本稿では，Winger 分布やウェーブレット変換や解析信号等を用いて時間周波数特性を考慮する波形合成手法を提案し，その有用性を示す.

## 2.　解析信号ウェーブレット

実信号 $s(t) \in \mathbf{R}$ のフーリエ変換 $\hat{s}(\omega)$ は，正及び負の周波数領域において対称な成分を有する．一方，負の周波数成分を有さない複素信号は解析信号と呼ばれる．解析信号は，信号が有する時間周波数特性を，正の周波数領域において完全に規定することが可能である.

時系列信号 $s(t)$ は，ウェーブレット関数 $\psi_{jk}(t)$ 及びウェーブレット係数 $a_{jk}$ を用いて，$s(t) = \sum_{jk} a_{jk}\, \psi_{jk}(t)$ と展開される．ここで，解析信号であるウェーブレット関数として用いることで，すべての解析信号を同様に展開することが可能である．本研究では，フィルタバンクを用い，解析信号である正規直交ウェーブレット（以下,「解析信号ウェーブレット」）を構成した.

## 3.　Wigner 分布からの波形合成

信号 $s(t)$ の Wigner 分布 $W_{s,s}(t,\omega)$ は，次式で与えられる．

$$W_{s,s}(t,\omega) = \frac{1}{2\pi}\int s^{*}\left(t-\frac{\tau}{2}\right)s\left(t+\frac{\tau}{2}\right)e^{-i\omega\tau}d\tau \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

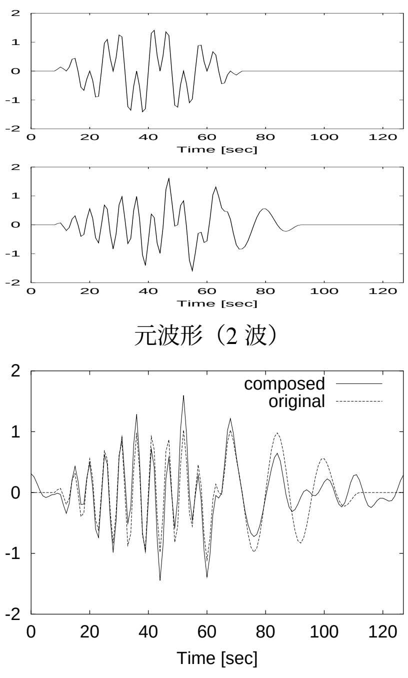
ここで，$*$ は複素共役を表す．Wigner 分布は，時間周波数平面上のエネルギー分布に相当すると考えられる．Wigner 分布は解像度が高く，周波数特性の時間変化を細かく検出することが可能となる.

一般には，式 (1) を満たす時系列信号 $s(t)$ が存在しないため，その Wigner 分布から信号を合成することができない．本田・大濱[1]は，ウェーブレット関数の Cross-Wigner 分布 $W_{jk,lm}(t,\omega)$ を用いて近似的な波形を合成する方法を提案した．これは Wigner 分布 $W(t,\omega)$ を正規直交ウェーブレットの Cross-Wigner 分布を基底に有する空間に射影することで，与えられた Wigner 分布に近い Wigner 分布を有する信号を合成するものである.

ここでは，この手法に解析信号ウェーブレットを用いる手法を提案し，その有用性を示す.

## 4.　波形の補間

信号の伝播に伴う時間周波数特性の変化を，Wigner 分布の変形により推定し，推定された Wigner 分布から，上述した手法を用いて信号を合成する手法を提案する．解析信号を用いることで，正の周波数領域と負の周波数領域の干渉項による影響を排除した合成が可




**図–1** 補間により合成された波形と想定された波形の比較

キーワード: 解析信号，ウェーブレット，波形合成
連絡先 : 〒 611-0011 京都府宇治市五ヶ庄 Tel 0774-38-4067/ Fax 0774-38-4070

能であることを示す．なお，Wigner 分布の推定にはモーフィングを用いた．モーフィングは，画像処理に用いられる手法でアフィン変換により形状を補間する手法である．

計算例として，簡単な波形を 2 つ作成し両者の補間として想定される波形を作成し，それを提案する手法で補間した波形と比較する．結果を**図–1** に示す．両者はよく一致していることが分かる．

## 5.　ウェーブレット位相の提案

### (1)　ウェーブレット位相の局所性

フーリエ変換は有用な解析手法であり広く用いられているが，基底関数 $\exp(i\omega t)$ が定常関数であるため，時間周波数特性の情報を直接的には与えない．その位相も局所性を有さず，位相が変化するとあらゆる時刻における周波数特性に影響が及ぶ．

ここでは，時間周波数平面上で局所性を有するウェーブレット位相を提案し，これを用いた波形合成法を提案する．ウェーブレット位相 $\theta_{jk}$ は次式の中で定義される．

$$s(t) = \sum_{jk} \left| a_{jk} \right| \exp\,(i\theta_{jk})\,\psi_{jk}(t) \quad \text{すなわち，} \quad \theta_{jk} = \arg(a_{jk}) \qquad (2)$$

同式より，フーリエ位相がフーリエ係数の偏角であるのと同様に，ウェーブレット位相がウェーブレット係数の偏角であることが分かる．

ウェーブレット係数 $a_{jk}$ の絶対値の 2 乗は，スカログラムと呼ばれ，時間周波数平面上のエネルギー分布を表す．ウェーブレット位相の変動に対し，スカログラムで規定される時間周波数特性は保持される．

### (2)　入力地震動合成への適用

ウェーブレット位相を用いて入力波形を合成することで，構造物応答への影響を定量的に評価できることを示し，入力地震動合成における有用性を示す．

式 (2) のように表された信号 $s(t)$ において，$LM$ 成分のウェーブレット位相を $\Delta\theta$ 変化させた信号信号 $s(t;\Delta\theta)$ は次式で与えられる．

$$s(t;\Delta\theta) = a_{LM}\,\psi_{LM}(t)\,\exp(i\Delta\theta) + \sum_{jk\neq LM} a_{jk}\psi_{jk}(t) \;=\; s_1(t;\Delta\theta) + s_2(t) \qquad (3)$$

この信号の Wigner 分布 $W_{s,s}(t,\omega;\Delta\theta)$ は，

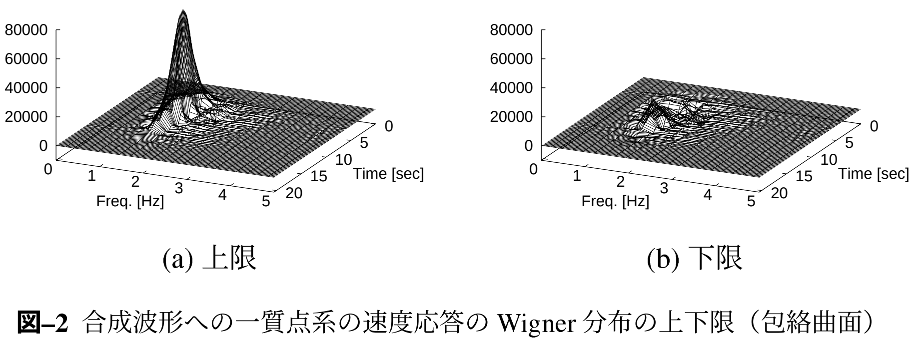
$$W_{s_1,s_1}(t,\omega) + W_{s_2,s_2}(t,\omega) - 2\left|W_{s_2,s_1}(t,\omega)\right| \;\le\; W_{s,s}(t,\omega;\Delta\theta) \;\le\; W_{s_1,s_1}(t,\omega) + W_{s_2,s_2}(t,\omega) + 2\left|W_{s_2,s_1}(t,\omega)\right| \qquad (4)$$

として，その上限値及び下限値を評価することができる．また，Wigner 分布が伝達関数を保存することから，同様にして，線形系の応答の Wigner 分布の上限値及び下限値も評価することが可能である．

上記の評価方法を強震記録に適用した例を示す．兵庫県南部地震において神戸海洋気象台で観測された強震記録（NS 成分）において，最大振幅を有する要素のウェーブレット位相を変化させたときの応答を評価した．減衰定数 0.05，固有周期 0.7[sec] の構造物に対して，速度応答の Wigner 分布の上限値及び下限値を評価した結果を**図–2** に示す．このように構造物応答の上下限値を実際に位相を変化させた応答解析を行なうことなく評価できることは耐震設計を考慮した波形合成において有用であると考えられる．

## 6.　まとめ

解析信号ウェーブレットを用いた入力波合成のための手法を提案した．提案手法は，波形の補間，位相特性の定義，構造物応答の評価，等を合理的に行なえる長所を有するものであると考えられる．




(a) 上限　　(b) 下限

**図–2** 合成波形への一質点系の速度応答の Wigner 分布の上下限（包絡曲面）

**参考文献**

1) 本田利器，大濱吉礼：ウェーブレットを用いた Wigner 分布からの波形合成法，土木学会論文集，No. 696/I-58，pp. 273-283，2002.