

# 高架橋構造全体系の耐震性能の向上を考えた パッシブ制震装置の最適化

阿部雅人<sup>1</sup>・藤野陽三<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 Ph.D. 東京大学助教授 工学系研究科社会基盤工学専攻(〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1)

<sup>2</sup>フェロー Ph.D. 東京大学教授 工学系研究科社会基盤工学専攻(同上)

橋、特に高架橋の耐震性を向上させるために、免震装置を設置する事例が増えており、また新たな制震装置に対する提案も数多く行われている。ここでは、パッシブ制震装置を用いる場合を対象に、その減衰値や剛性値の最適化について論じる。前半では、構造物を線形、地震入力を定常白色雑音入力と仮定することによって構造系の応答を予測し、各種制震装置の減衰や剛性の値を体系的に最適化する方法を構築する。次いで、桁間ダンパーおよび免震支承を取り上げ、提案した最適化法を適用して構造全体系の応答低減の観点から見た最適な制震装置のあり方を論じ、実地震波形を用いた数値解析によってその妥当性を示した。さらに、制震装置が橋構造全体系の地震応答に及ぼす影響とその制震効果の限界を明らかにした。

**Key Words:** base-isolation, elevated bridges, optimal design, passive energy dissipation devices, seismic response control

## 1. はじめに

橋に免震支承やダンパーなどの装置を設置することにより、構造系を長周期化させるとともに高い減衰を付与し、耐震性能を向上させることが可能である<sup>1),2),3)</sup>。そこで、免震支承を中心とした各種装置を用いる事例が1995年兵庫県南部地震以降増加してきている。また、橋を長周期化・高減衰化するのに適した種々の免震装置やエネルギー吸収装置も数多く考案されている。本論文では、これらの免震装置やエネルギー吸収装置を総称して制震装置と呼び、構造全体系の耐震性能向上という観点から、それら装置の望ましいあり方を論じる。なお、本論文においては、アクティブ制御は対象とせず、パッシブな制震装置のみを対象とする。

橋の耐震性能を考えると、制震装置の動特性値(剛性値や減衰値)は、橋脚や基礎等の動特性とのバランスを考えて、構造全体系の耐震性能を向上させるという観点から選択される必要がある。桁と橋脚の間に免震支承を設置する場合を考えると、免震支承の減衰を増加させれば桁の相対変位は抑えられるが、一方で橋脚に対しては伝達される慣性力が増加して固定支承に近い効果を持つことになり、橋脚の地震荷重負担が増大することがある<sup>4)</sup>。このように、部分

的に高い減衰を与えることは、必ずしも構造全体系の耐震性能の観点からは有利にならない。したがって、制震装置の動特性値には、上限の耐震性能を実現するある最適な設計値が存在することになる。言い換えれば、最適設計時の耐震性能は制震装置によって実現可能な耐震性能の限界を与えることになるから、それを上回る性能はどのような制震装置を用いても実現不可能である。ところが、装置そのものに関する研究開発は盛んに行われているものの、構造全体系の耐震性能を高めるという観点からみた最適なダンパーや支承のあり方については、十分な検討が行われていないのが現状である。そのため、時として、制震装置による耐震性能向上に過大な期待を寄せていると思われる向きもある。

このような現状認識のもとで、本研究では、(1)高架橋構造全体系の応答を考慮に入れた最適化法をシステム制御理論の知見を生かして定式化する；(2)具体的にいくつかの事例について構造全体系の特性を明らかにして制震装置の最適値を導く；(3)さらに、実地震動を入力とした応答解析を行ってその妥当性を示す；(4)そして、制震装置の最適化とその限界を総合的に議論する、ことを目的とした。

本研究では、構造物モデルとして、線形多自由度系を用いた。したがって、非弾性挙動を示す場合は直

接は検討の対象としていない。ただし、各部材の非線形特性に適合した何らかの等価線形化法<sup>5),6)</sup>と組み合わせることで非弾性の問題へも拡張可能であると考えている。実際、現在の免震設計では等価線形化法を用いて設計を行うのが一般的であるから<sup>2),3)</sup>、ここで得られた最適設計値は、現状の免震設計の体系へ組み込むことも可能である。

論文の前半では、実地震動における線形多自由度構造物の応答特性を簡便に予測する応答予測法を構築し、それを用いた最適化法を提案する。まず、多自由度系の応答を基準となる1自由度系の応答で正規化した場合、実地震波形が作用する時の応答が定常白色雑音作用する時の応答でよく近似できることを示す。定常白色雑音作用時の正規化応答は、外力の特性によらず構造物のパラメータのみで表現されるので、最適化に適している。次いで、この定常白色雑音作用時の正規化応答を用いた最適化の方法の概略を述べる。

後半では、橋の耐震において重要な2つの問題に本手法を適用し、制震装置の最適設計について論じる。その際、見通しの利く物理的解釈を可能にすると共に、設計への応用を念頭に置いて、簡単な構造モデルについて解析的な最適値も併せて導くこととした。

第1の例として、桁間ダンパーの設計を取り上げる。高架橋の隣接桁間にダンパーを設けることによって、応答を低減可能であることが、例えばShinozukaによって示されている<sup>7)</sup>。本論文では、線形2自由度系を用いて隣接2径間をモデル化し、正規化応答を解析的に導くことによって、ダンパーが応答に及ぼす影響を理論的に論じる。また、構造全体系の応答を最小化する減衰値を解析的に導く。

次いで、第2の例として、免震橋のように支承部分に制震装置を使用する場合を取り上げる。ここでは、免震橋を橋脚・桁各1自由度からなる2自由度系でモデル化し、支承部分の動特性が橋梁システム全体の動特性に及ぼす影響を検討する。支承の剛性・減衰と構造系、特に、橋脚の応答とのトレードオフを中心に論じ、橋脚と桁の応答をバランスよく最小化する設計値を導く。なお、この第2の例は、文献8)における検討を拡張し一般化したものである。

## 2. 地震応答の予測と制震装置の最適化

構造全体系の耐震性能を検討する場合、地震波を特定すれば、数値積分を用いた時刻歴応答解析によって評価することが可能である。しかし、地震動は、一般に、その大きさ、振動数特性ともにはばつきが

大きい場合、特定の地震動に対して検討を行っても、想定外の他の地震動に対する適用性が低い。このように、地震動のばらつきを考えると、時刻歴応答解析の結果から一般的な結論を導くのは困難である。このことは、構造全体系の耐震性能について一般的な議論を行っていく上での大きな障害になっている。また、特定の場所での地震動のスペクトル特性や位相特性を精度よく予測することも現状ではほぼ不可能であるから、地震動の特性を考慮した構造系の応答評価は困難であるのみならず、現実的な議論となりにくい。

そこで、ここでは、地震入力加速度を定常白色雑音過程と仮定することによって、最適設計のための応答評価法を構築することとする。システムが線形である場合、白色雑音による応答予測は、スペクトル特性のばらつきが大きい数多くの地震動による応答の平均的傾向を与えると考えられる。あるいは、地震動のスペクトル特性に関する事前の知識が全く無い場合を想定したものと解釈できよう。具体的には、制震装置を有する多自由度構造物の最大応答を基準となる1自由度系の最大応答で正規化した応答値を、両者の定常白色雑音作用時のRMS (root mean square) 応答値の比で近似する。ここで、基準となる1自由度系の応答値として設計用応答スペクトルの値を用いれば、正規化応答が応答スペクトルの低減率を表すことになる。なお、ここで得られる定常白色雑音作用時の正規化応答は、後に示すように構造物に関わる変数のみに依存するので、最適設計へも容易に結びつけられる。

### (1) 運動方程式とランダム応答

地震動を受ける $n$ -自由度線形系の運動方程式は、

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_g \quad (1)$$

と表される。ここに、 $\mathbf{x}$ : 応答変位ベクトル ( $n$ )、 $\mathbf{M}$ : 質量行列 ( $n \times n$ )、 $\mathbf{C}$ : 減衰行列 ( $n \times n$ )、 $\mathbf{K}$ : 剛性行列 ( $n \times n$ )、 $\mathbf{r}$ : 影響係数ベクトル ( $n$ )、 $\ddot{\mathbf{x}}_g$ : 地動加速度、である。

式(1)は、状態変数表示によって、式(2)のように、連立1階常微分方程式の形に変換することが可能である。

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Fz} + \mathbf{G}\ddot{\mathbf{x}}_g \quad (2)$$

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\mathbf{r} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (2a,b,c)$$

耐震設計で低減の対象となる応答量は必ずしも全状態量 $\mathbf{z}$ ではないから、 $n' \times 2n$ の観測行列 $\mathbf{H}$ を用いて、

$$\mathbf{y} = \mathbf{Hz} \quad (3)$$

と表すことにする。ここに、 $n'$ は、低減したい応答

量の数である。なお、全ての状態量が興味の対象である場合には、 $\mathbf{H}$  を  $2n \times 2n$  の単位行列とすればよい。また、後に例の中で示すように、行列  $\mathbf{H}$  中の係数を適当に操作することで、容易に各応答への重みを変化させることが出来る。観測行列  $\mathbf{H}$  を用いると、応答の共分散行列は、

$$E[\mathbf{y}\mathbf{y}^T] = E[\mathbf{H}\mathbf{z}(\mathbf{H}\mathbf{z})^T] = E[\mathbf{H}\mathbf{z}\mathbf{z}^T\mathbf{H}^T] = \mathbf{H}E[\mathbf{z}\mathbf{z}^T]\mathbf{H}^T \quad (4)$$

と表すことができる。したがって、 $\mathbf{y}$  の共分散は  $\mathbf{z}$  の共分散の線形結合として求められる。

状態量  $\mathbf{z}$  の共分散は、外力が定常白色雑音過程であるときには、時間領域、あるいは振動数領域の以下のような方法で求められる<sup>9), 10), 11)</sup>。地震動  $\ddot{x}_g$  が白色雑音過程である場合、その自己相関関数は、白色雑音の大きさを表す定数  $Q$  及び Dirac のデルタ関数  $\delta(t)$  を用いて

$$E[\ddot{x}_g(t)\ddot{x}_g(\tau)] = Q\delta(t-\tau) \quad (5)$$

と表される。このとき、スペクトル密度は Wiener-Khintchine の関係を用いて、

$$\begin{aligned} S_g &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E[\ddot{x}_g(t)\ddot{x}_g(t-\tau)]e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q\delta(\tau)e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{Q}{2\pi} \end{aligned} \quad (6)$$

と与えられる。あるいは、逆に、

$$\begin{aligned} Q\delta(\tau) &= E[\ddot{x}_g(t)\ddot{x}_g(t-\tau)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S_g e^{i\omega\tau} d\omega \\ &= 2\pi S_g \delta(\tau) \end{aligned} \quad (7)$$

である。また、この地震動を受ける  $\mathbf{z}$  の時刻歴応答は、

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{\mathbf{F}(t-t_0)} \mathbf{H}(t-t_0) \mathbf{G} \ddot{x}_g(t_0) dt_0 \\ &= \int_0^{\infty} e^{\mathbf{F}(\tau)} \mathbf{G} \ddot{x}_g(t-\tau) d\tau \end{aligned} \quad (8)$$

となる。

上述の関係式を利用すると、 $\mathbf{z}$  の共分散行列は、

$$\begin{aligned} E[\mathbf{z}\mathbf{z}^T] &= E\left[\int_0^{\infty} e^{\mathbf{F}(\tau_1)} \mathbf{G} \ddot{x}_g(t-\tau_1) d\tau_1 \left(\int_0^{\infty} e^{\mathbf{F}(\tau_2)} \mathbf{G} \ddot{x}_g(t-\tau_2) d\tau_2\right)^T\right] \\ &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{\mathbf{F}(\tau_1)} \mathbf{G} E[\ddot{x}_g(t-\tau_1)\ddot{x}_g(t-\tau_2)] \mathbf{G}^T e^{\mathbf{F}(\tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 \\ &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{\mathbf{F}(\tau_1)} \mathbf{G} Q \delta(\tau_1-\tau_2) \mathbf{G}^T e^{\mathbf{F}(\tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 \\ &= \int_0^{\infty} e^{\mathbf{F}(\tau)} \mathbf{G} Q \mathbf{G}^T e^{\mathbf{F}(\tau)} d\tau \end{aligned} \quad (9)$$

と導くことが出来る。付録に示したように、定常過程の場合には、式(9)の積分は、Lyapunov 方程式

$$\mathbf{F}\mathbf{Z} + \mathbf{Z}\mathbf{F}^T + \mathbf{G}Q\mathbf{G}^T = \mathbf{0} \quad (10)$$

を  $\mathbf{Z}$  について解くことと等価である。すなわち式(10)より得られる  $\mathbf{Z}$  行列が直接  $\mathbf{z}$  の共分散行列  $E[\mathbf{z}\mathbf{z}^T]$  となる。なお、Lyapunov 方程式の解法には、効率的な

アルゴリズムが開発されているので、式(10)は数値的に高速に解くことが可能である<sup>12)</sup>。

一方、共分散行列は、 $\mathbf{z}$  の各要素間の相互スペクトル密度を成分とする行列  $\mathbf{S}_z(\omega)$  を用いて、

$$E[\mathbf{z}\mathbf{z}^T] = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{S}_z(\omega) d\omega \quad (11)$$

なる関係から、振動数領域を経由して計算することもできる<sup>11)</sup>。ここに、

$$\mathbf{S}_z(\omega) = [i\omega\mathbf{I} - \mathbf{F}]^{-1} \mathbf{G} S_g \mathbf{G}^T [-i\omega\mathbf{I} - \mathbf{F}]^{-T} \quad (11a)$$

である。式(11)は、留数積分によって解くことが可能であるので、解析的な展開をするときには便利である。そこで、本論文では、数値計算では Lyapunov 方程式を解く方法を、また、最適値の解析解を得る際には、留数積分の方法をそれぞれ用いている。

## (2) 地震時最大応答の予測

地震時の最大応答を評価するにあたっては、最大応答値そのものではなく、応答ベクトル  $\mathbf{y}$  の  $j$  番目成分の最大値応答  $R_j$  を、基準となる 1 自由度系の応答  $\xi$  の最大値  $R_\xi$  で除した正規化応答を用いることとする。すなわち、

$$\gamma_j = \frac{R_j}{R_\xi} \quad (12)$$

を用いる。この正規化応答  $\gamma_j$  の値は、基準応答  $R_\xi$  を制震装置を設置していない系の応答スペクトル値とした場合、制震装置設置に伴う応答の低減率を表すことになる。

本論文では、式(12)の正規化応答を、対応する定常白色雑音作用時の RMS 応答の比

$$\hat{\gamma}_j = \frac{\sqrt{E[y_j^2]}}{\sqrt{E[\xi^2]}} \quad (13)$$

によって予測することを試みる。式(13)において、白色雑音の強さを表す定数  $Q$  は分子・分母の両方に表れて相殺する。つまり、式(13)は、構造物の特性のみに依存する量である。したがって、この正規化によって、外力と無関係な構造物に関する設計変数のみに基づいて最適化が行えることになる。

なお、外力が定常ガウス雑音である場合には、最大応答の期待値は RMS 応答とピークファクター  $p$  の積として、

$$E[R_\xi] = p \sqrt{E[\xi^2]} \quad (14)$$

と表されることが知られている<sup>13)</sup>。したがって、式(12)の期待値と式(13)の値は、全モードのピークファクターが等しい場合には一致する。ピークファクターは、土木構造物で一般的な固有振動数と外力継続時間の範囲ではあまり大きく変動しない<sup>13)</sup>ことから、式(13)による予測値は、応答最大値の平均的傾向を表

すものと考えられる。なお、全モードのピークファクターが等しいという仮定は、耐震応答計算にしばしば用いられており、例えば応答スペクトルより多自由度系の応答を求める際によく用いられる二乗和平方根 (SRSS: Square Root of Sum of Squares) 法<sup>14)</sup> や CQC 法 (Complete Quadratic Combination)<sup>15)</sup> の理論的根拠となっている仮定である。

式(13)による応答予測の精度を、図-1に示す等質量の2つの1自由度系振動子の間の相対変位の例で検証する。この例は、川島ら<sup>16)</sup>、Jengら<sup>17)</sup>によって、隣接橋梁間の相対変位の検討に用いられているものである。Jengら<sup>17)</sup>は、波動伝播による入力遅れを考慮に入れているが、ここでは、川島ら<sup>16)</sup>と同様に、橋梁スパンに比べ波動伝播速度が十分に大きい場合を想定して、波動伝播の影響は無視し同時入力とした。j番目振動子(j=1,2)について、変位座標、固有振動数、減衰比をそれぞれ $x_j$ 、 $\omega_j$ 、 $\zeta_j$ とし、各質点の質量を $m$ とすれば、式(1)において、

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \quad (15a)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2m\zeta_1\omega_1 & 0 \\ 0 & 2m\zeta_2\omega_2 \end{bmatrix} \quad (15b)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} m\omega_1^2 & 0 \\ 0 & m\omega_2^2 \end{bmatrix} \quad (15c)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (15d,e)$$

とすることで運動方程式が得られる。また、ここでは相対変位が対象応答量であるから、式(3)において、

$$\mathbf{H} = [0, 0, 1, -1] \quad (16)$$

である。これらを代入して、式(11)を積分すると、

$$\begin{aligned} E[y^2] = & Q \left\{ (\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 (\zeta_1\omega_1^3 + 4\zeta_1^2\zeta_2\omega_1^2\omega_2 + 4\zeta_1\zeta_2^2\omega_1\omega_2^2 + \zeta_2\omega_2^3) \right. \\ & + 4\omega_1^2\omega_2^2(\zeta_1\omega_1 - \zeta_2\omega_2)^2(\zeta_1\omega_1 + \zeta_2\omega_2) \\ & \left. + \{ 4\zeta_1\zeta_2\omega_1^3\omega_2^3(\omega_1^4 + 4\zeta_1\zeta_2\omega_1^3\omega_2 - 2\omega_1^2\omega_2^2 \right. \\ & \left. + 4\zeta_1^2\omega_1^2\omega_2^2 + 4\zeta_2^2\omega_1^2\omega_2^2 + 4\zeta_1\zeta_2\omega_1\omega_2^3 + \omega_2^4) \} \right\} \quad (17) \end{aligned}$$

となる。この応答値に対して、質点1が桁間ダンパーの影響を受けずに1自由度系として独立して振動する場合の2乗平均応答

$$E[x_1^2] = \frac{Q}{4\zeta_1\omega_1^3} \quad (18)$$

を基準とする応答として用い、式(13)に従って正規化したものを、理論による予測値とした。

実地震動記録の例としては、図-2に減衰比5%の場合の加速度応答スペクトルを示した1940年エルセントロ地震波 NS 成分 (最大加速度 340gal)，ならびに1995年兵庫県南部地震神戸海洋気象台観測波 NS 成分 (最大加速度 818gal) を使用した。

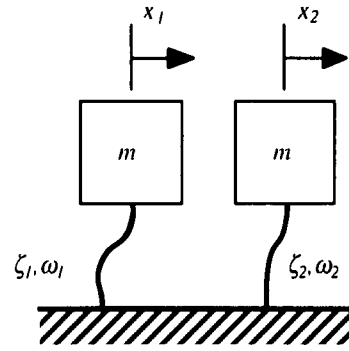


図-1 2つの1自由度系振動子

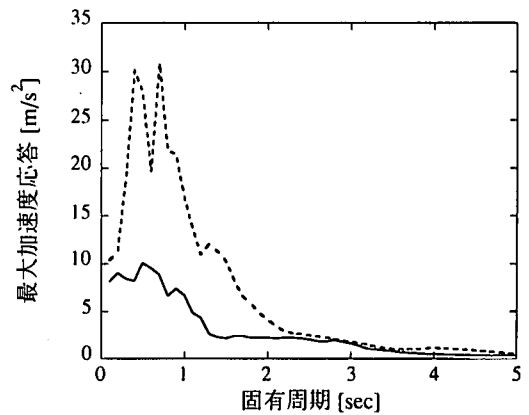


図-2 使用した地震動の  
加速度応答スペクトル (減衰比5%)  
(——:エルセントロ, - - - - :神戸海洋気象台)

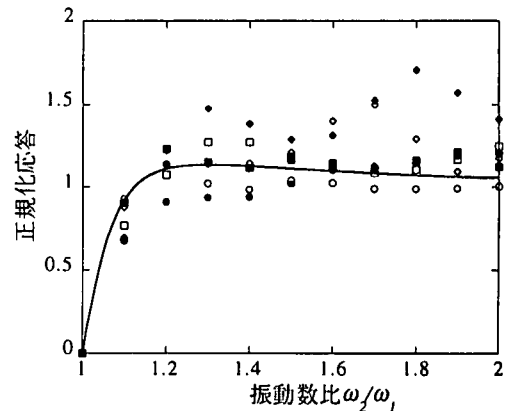


図-3 正規化された相対変位応答  
(——:理論値, ●:エルセントロ ( $\omega_1=4\pi$ ), ■:エルセントロ ( $\omega_1=2\pi$ ), ◆:エルセントロ ( $\omega_1=4\pi/3$ ), ○:神戸海洋気象台 ( $\omega_1=4\pi$ ), □:神戸海洋気象台 ( $\omega_1=2\pi$ ), ◇:神戸海洋気象台 ( $\omega_1=4\pi/3$ ))

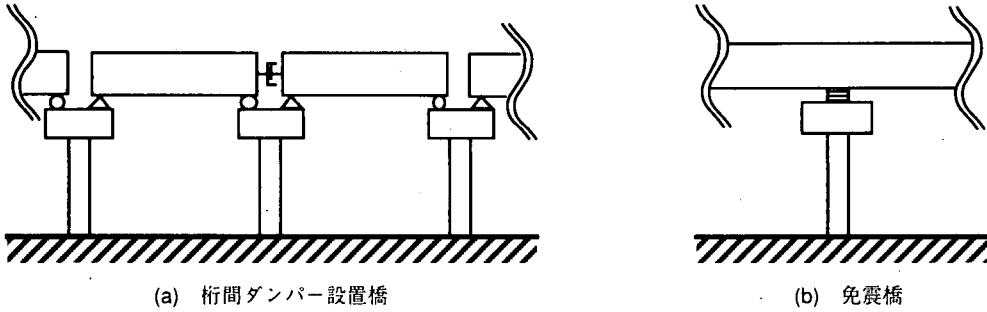


図-4 対象とした高架橋構造システム

図-3に、式(13)による応答予測値と、地震動を入力した際の最大変位応答値を比較した。地震動入力時の応答は、質点1の最大応答変位で正規化している。質点1の固有円振動数としては $\omega_1=4\pi, 2\pi, 4\pi/3$ （それぞれ固有周期0.5秒、1秒、1.5秒に対応）を用い、質点2の振動数との比を図の横軸のように1以上で変動させた。これらの固有周期は、実際の高架道路橋によく見られる値をほぼ包含するように選んだものである。減衰比は、いずれの質点においても5%とした。なお、振動数比1以下の場合については、 $\omega_1$ と $\omega_2$ の関係を反転させることで同じ図で把握可能である。振動数比が1の場合には、2つの振動子が同位相で振動するため相対変位は生じない。次いで、 $\omega_2$ が大きくなるにつれて振動数比1.2程度までは相対変位が増加する。しかし、さらに $\omega_2$ が大きくなると、正規化応答は漸減して1に漸近する。これは、 $\omega_2$ が増加するにつれて、質点2の剛性が質点1に比べて大きくなるため相対的に質点2の振幅が小さくなり、相対変位は主に質点1の応答の寄与によるようになるためである。理論予測値の傾向は、このように物理的に解釈可能である。

一方、実地震動波形は、図-2のように固有周期によって大きく変動するスペクトル成分を持ち、また、非定常性も強いので、図-3に示した応答計算結果は、構造物の固有周期とスペクトル成分との関係によって大きくばらついている。それにも関わらず、定常白色雑音を仮定した本応答予測法が、実地震動波形を受ける場合の応答の平均的傾向をよく表していることは注目される。それは、数種類の固有周期と数種類の地震動を用いることで、スペクトルのばらつきの影響が相殺されるためであると思われる。

### (3) 最適化法の概要

前節で、地震時の多自由度系の応答を式(13)の形で近似予測できることを示した。ここでは、その正規

化応答を用いて最適設計値を求める方法の概略を述べる。

制震装置設置位置を示す行列を $\mathbf{B}$ とすると、制震装置設置後の運動方程式は、

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{B}^T\mathbf{C}'\mathbf{B}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}^T\mathbf{K}'\mathbf{B}\mathbf{x} = -\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{x}_g \quad (19)$$

となる。ここで $\mathbf{B}$ は、(制震装置設置数 $\times n$ )行列である。また、 $\mathbf{C}'$ ならびに $\mathbf{K}'$ は、(制震装置設置数 $\times$ 制震装置設置数)行列であり、制震装置の減衰と剛性という設計変数を表す。式(19)を1次形で表すと、

$$\dot{\mathbf{z}} = (\mathbf{F}_0 + \mathbf{F}')\mathbf{z} + \mathbf{G}\ddot{x}_g \quad (20)$$

となる。ここに、

$$\mathbf{F}_0 = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (20a)$$

$$\mathbf{F}' = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{C}'\mathbf{B} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{K}'\mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (20b)$$

である。 $\mathbf{F}_0$ は、制震装置無しの場合の構造特性を表し、 $\mathbf{F}'$ は制震装置の特性による寄与分を表す。したがって、行列 $\mathbf{F}'$ の各成分を、応答が最小となるよう最適化することになる。

構造全体系の応答低減の評価基準として、本論文においては、最大応答の和を用いることとした。最適化問題としては、

$$J_1 = \sum_{j=1}^n R_j = \sum_{j=1}^n p_j \sqrt{E[y_j^2]} \quad (21)$$

を最小化するような制震装置の設計値を求めることになる。なお、式(21)の第2の等号は、式(14)の関係をを用いたものである。 $R_j$ が正であることに注意すると、式(21)を最小化する設計値は

$$J = \text{tr}(E[\mathbf{y}\mathbf{y}^T]) \quad (22)$$

を最小化する設計値と等しいことが了解される。この評価関数を用いて、制震装置の設計変数を含む行列 $\mathbf{F}'$ に対して、例えばDavidon-Fletcher-Powell法<sup>18)</sup>などの標準的な同時最適化手法を適用することによって、最適設計値を数値的に計算できる。

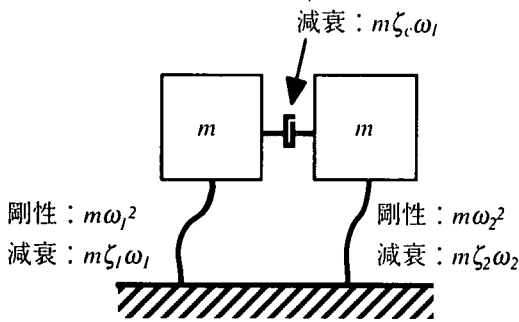


図-5 桁間ダンパー設置橋のモデル

### 3. 適用例

本章では、橋梁システムにおける制震装置として、図-4(a)に示した桁間ダンパー、ならびに図-4(b)の免震支承を取り上げ、応答と設計変数の関係を検討する。さらに、それぞれ2自由度系としてモデル化した場合について、最適設計値を解析的な形で導出し、制震装置の最適化とその限界を議論する。

#### (1) 桁間ダンパー

ここでは、第2章での2自由度振動子をダッシュポットで連結したモデル(図-5)を用いて検討を行った。このモデルは、図-4(a)において固定支承によって結びついている桁と橋脚を一体のものと考え、隣接2径間のそれぞれを1自由度系として表現したものである。あるいは、桁が免震支承で支持されている場合には、隣接した2つの桁・支承系をモデル化したものであると考えられる。なお、ここでの検討は不規則振動を対象としたものであるが、類似の構造系についての調和入力に対する最適化については文献19)に詳しい検討が見られる。

運動方程式は、式(19)において

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \quad (23a)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2m\zeta_1\omega_1 & 0 \\ 0 & 2m\zeta_2\omega_2 \end{bmatrix} \quad (23b)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} m\omega_1^2 & 0 \\ 0 & m\omega_2^2 \end{bmatrix} \quad (23c)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (23d)$$

$$\mathbf{B} = [1, -1] \quad (23e)$$

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (23f)$$

$$C' = 2m\zeta_c\omega_1 \quad (23g)$$

$$K' = 0 \quad (23h)$$

とすることで与えられる。ここで、制震装置の設計

変数は、式(23g)に現れるダンパーの減衰比 $\zeta_c$ である。

各径間の減衰比 $\zeta_1$ ならびに $\zeta_2$ が無視できる場合、相対変位および各径間の2乗平均応答は以下のように解析的な形で表現できる。

$$E[(x_1 - x_2)^2] = \frac{Q(\omega_1^2 + \omega_2^2)}{4\zeta_c\omega_1^3\omega_2^2} \quad (24a)$$

$$E[x_1^2] = \frac{Q\{(1 + 32\zeta_c^2)\omega_1^4 - 2\omega_1^2\omega_2^2 + \omega_2^4\}}{4\zeta_c\omega_1^3(-\omega_1^2 + \omega_2^2)^2} \quad (24b)$$

$$E[x_2^2] = \frac{Q\{\omega_1^4 - 2\omega_1^2\omega_2^2 + 32\zeta_c^2\omega_1^2\omega_2^2 + \omega_2^4\}}{4\zeta_c\omega_1\omega_2^3(-\omega_1^2 + \omega_2^2)^2} \quad (24c)$$

なお、ここで、式(24b)と(24c)が、構造系が対称なものに関わらず $\omega_1$ と $\omega_2$ について対称ではないが、それは、式(23g)において中央の桁間ダンパーの減衰比を $\omega_1$ で正規化しているためである。

式(24a)から、また物理的直観からも明らかのように、桁間の相対変位はダンパーの減衰比を高くすれば常に減少する。また、各質点の応答の和

$$J = E[x_1^2] + E[x_2^2] \quad (25)$$

は、各橋脚の地震応答の和を表すことになるが、それは単調減少ではなく、

$$\zeta_c = \frac{\sqrt{-\omega_1^4\omega_2^2 + \omega_1^6 - \omega_1^2\omega_2^4 + \omega_2^6}}{8\omega_1^2\omega_2} \quad (26)$$

で最小となり、それ以上減衰値を増加させた場合には応答が増加する。つまり、各質点の応答の和を低減するためには、必ずしも高い減衰を与えることが有利にならない。これは、ダンパーの減衰が高まると相対変位は減少するものの、そのためにダンパーに生じる変位が小さくなり、結果としてダンパーにおけるエネルギー吸収が減少するためである。さらに、ダンパーの減衰が極端に大きい場合には桁間が剛結された場合と変わらなくなるから、エネルギー吸収による減衰付加効果は期待できなくなる。

桁間変位と各橋脚の応答を、ある重み付けでバランスよく低減するためには、評価関数として、

$$J = E[x_1^2] + E[x_2^2] + \alpha^2 E[(x_1 - x_2)^2] \quad (27)$$

を用いることが一つの方法である。すなわち、 $\alpha$ の値を調整することで、桁間変位と各径間の応答の重み付けを変更できる。例えば、桁間の間隔が小さく衝突が懸念される場合や桁がかりが小さく落橋が懸念される場合には $\alpha$ の値を大きめに、逆に橋脚の負担を減らしたい場合には $\alpha$ の値を小さめに設定することが考えられる。ただし、適当な $\alpha$ の値は、設計条件などによって異なるであろうから、一義的に定めることは困難であり、工学的判断によって事例毎に定めるべきものである。例えば、橋脚天端の許容

変位が5[cm]で、桁間の許容変位が10[cm]ならば、 $\alpha$ として0.5を採用することで、許容変位に比例した重み付けが可能となる。このように、各橋脚天端の許容変位と桁間の許容変位の比を $\alpha$ として使うのが一つの考え方であろう。

なお、式(27)は式(3)において、

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \alpha & -\alpha \end{bmatrix} \quad (28)$$

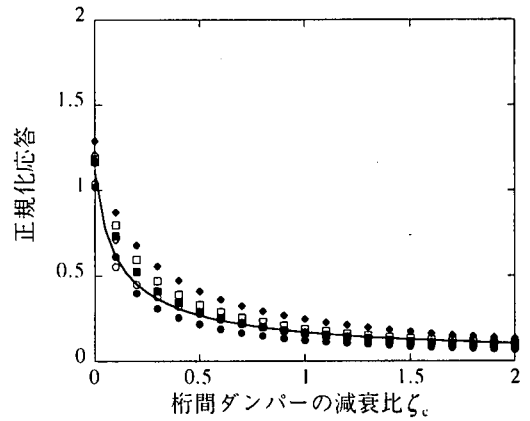
とした場合にあたる。この場合の最適減衰比 $\zeta_c^{opt}$ は、式(24)を式(27)に代入して最小化することにより、

$$\zeta_c^{opt} = \frac{\sqrt{(1+\alpha^2)(-\omega_1^4\omega_2^2 + \omega_1^6 - \omega_1^2\omega_2^4 + \omega_2^6)}}{8\omega_1^2\omega_2} \quad (29)$$

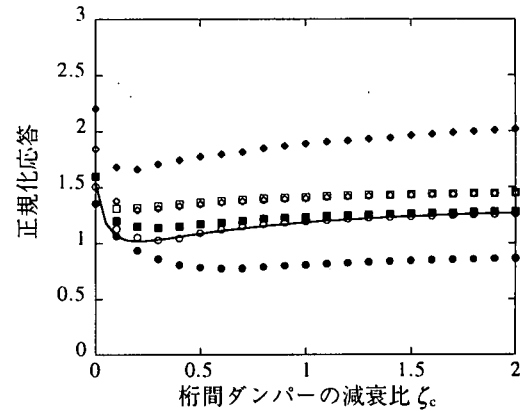
となる。

図-6に、桁間ダンパー設置時の応答をダンパーが無い場合の質点1の応答で正規化した値を示した。ここでは、桁と橋脚が固定支承で結合されている場合を想定し、各橋脚の構造減衰比を $\zeta_1=\zeta_2=0.05$ としている。実際の高架橋においては、隣接径間の振動数比 $\omega_2/\omega_1$ は、橋脚高やスパンなどの条件によって多様になり得るし、同一構造が隣接する区間では1となる。振動数比が1の場合は、入力地震動に位相差がない限り、2つの質点は同一の動きをして相対変位が生じないから、ダンパーは全く作用しないことになる。ここでは、動力学的な種々の傾向を説明するのに適当で、かつ、現実的にもあり得る値として $\omega_2/\omega_1$ は1.5とした。なお、ここでの計算結果に見られる傾向は、1以外の他の $\omega_2/\omega_1$ の値についても成り立つことを確かめている。入力地震波は前掲の数値解析の場合と同様である。

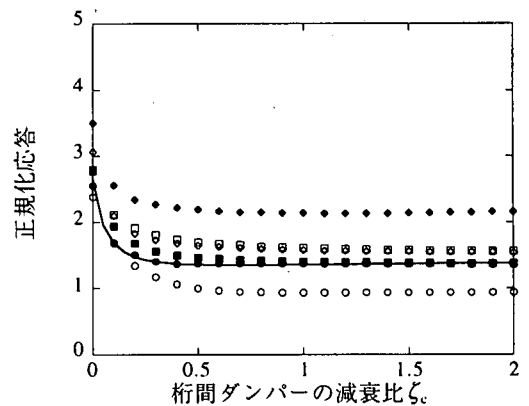
図-6(a)に示した桁間相対変位をみると、予想されたとおり $\zeta_c$ の増加に伴って単調に減少する。図-6(b)には、各質点の最大応答の和、すなわち、各橋脚の負担の和を表した。上述したように、 $\zeta_c$ を最適値以上に増加させると両質点の応答の和が増大する。ただし、最小値周りでの応答の感度を見ると、 $\zeta_c$ が減少する時より増加する時の応答の変化率の方が小さい。また、図-6(c)では、桁間相対変位と各径間の応答を、式(27)において $\alpha=1$ として重み付けしたものを示した。減衰比の増加に伴い、各橋脚の応答は漸増し、また、桁間応答は漸減するから、それらの和である重み付き応答は、ある程度以上の減衰比の増加によっては余り変化しない。したがって、この場合には、ダンパー製作上の不確定性などを考慮すると、減衰比を最適値より大きめにとる方が有利であると思われる。



(a) 最大相対変位



(b) 各質点の最大応答変位の和



(c) 重み付き応答の最大値 ( $\alpha=1$ )

図-6 桁間ダンパーの応答への影響

(—:理論値, ●:エルセントロ ( $\omega_1=4\pi$ ), ■:エルセントロ ( $\omega_1=2\pi$ ), ◆:エルセントロ ( $\omega_1=4\pi/3$ ), ○:神戸海洋気象台 ( $\omega_1=4\pi$ ), □:神戸海洋気象台 ( $\omega_1=2\pi$ ), ◇:神戸海洋気象台 ( $\omega_1=4\pi/3$ ))

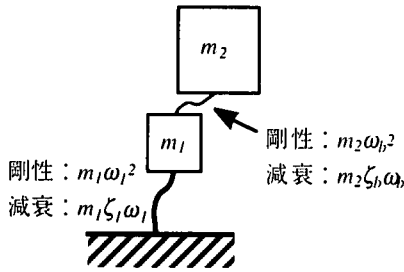


図-7 免震橋のモデル

図-6(b),(c)の結果は、質点1の応答で質点1と2の両方の応答を正規化して加えたものであるが、他の結果に比べてややばらつきが大きい。式(13)では、スペクトル密度が一定であることを仮定して正規化を行っているが、実地震波形では、質点1の固有振動数近傍と固有振動数が1.5倍の質点2の固有振動数近傍では、一般にスペクトル特性が異なる。ここで理論予測では、質点1の応答値を規準として用いたため、質点2の応答推定の精度が相対的に低下し、それが結果のばらつきとして表れている。

なお、図-6(b)に示した理論値である2乗平均応答を最小化する減衰比 $\zeta_b$ の値は、数値計算の結果、0.217であった。構造減衰を無視した場合の簡易式である式(26)から与えられる最適値は0.188であった。したがって、構造減衰がある場合についても、式(26)は概略設計などに目安として用いることが可能であろう。

## (2) 免震支承

ここでは、免震橋の基礎的な特性を捉えるために、図-7に示した桁1自由度、橋脚1自由度からなる線形2自由度モデルを用いた。運動方程式は式(19)に、

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad (30a)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2m_1\zeta_1\omega_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (30b)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} m_1\omega_1^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (30c)$$

$$\mathbf{C}' = 2m_2\zeta_b\omega_b \quad (30d)$$

$$\mathbf{K}' = m_2\omega_b^2 \quad (30e)$$

$$\mathbf{B} = [1, -1] \quad (30f)$$

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (30g)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (30h)$$

を代入することで得られる。ここに、設計変数は支承の剛性を表す $\omega_b$ と支承の減衰比を表す $\zeta_b$ である。

この場合も、橋脚の減衰比が微小であると考え、 $\zeta_b$ を無視することによって、二乗平均変位応答は、以下のように解析的な形で得られる。

$$E[x_1^2] = \frac{Q}{\omega_1^3} \left\{ \frac{1 - (1+\mu)^2(2-\mu)v^2 + (1+\mu)^4 v^4}{4\mu\zeta_b} + \frac{\zeta_b(1+\mu)^3}{\mu} \right\} \quad (31a)$$

$$E[(x_2 - x_1)^2] = \frac{Q}{4\mu\zeta_b\omega_1^3} \left\{ (1+\mu)^2 + \frac{\mu}{v^2} \right\} \quad (31b)$$

ここに

$$v = \frac{\omega_b}{\omega_1}, \quad \mu = \frac{m_2}{m_1} \quad (31c,d)$$

である。以下、 $v$ を振動数比、 $\mu$ を質量比と呼ぶことにする。なお、 $v$ の値を決定すれば、 $\omega_b$ は式(31c)により一意に定まるから、以下、 $\omega_b$ の替わりに $v$ を設計変数として用いる。

桁と橋脚の間の相対変位 $(x_2 - x_1)$ は、式(31b)からもわかるように、 $\omega_b$ および $\zeta_b$ について単調減少であり、より固い支承を用いれば応答が低減されるという直観的にも当然な結果になっている。しかし、橋脚の応答 $x_1$ は単調減少ではなく、以下のような最適値を持つ。すなわち、

$$\zeta_b^{opt} = \frac{1}{2\sqrt{(1+\mu)^3} \sqrt{1 + (\mu^3 - 3\mu - 2)v^2 + (\mu^4 + 4\mu^3 + 6\mu^2 + 4\mu + 1)v^4}} \quad (32a)$$

ただし、

$\mu \leq 2$  のとき

$$v^{opt} = \frac{\sqrt{1 - \mu/2}}{1 + \mu} \quad (32b)$$

$\mu \geq 2$  のとき

$$v^{opt} = 0 \quad (32c)$$

である。ここに、式(32b)の値は、既に動吸振器(Tuned Mass Damper: TMD)の最適設計値として知られているものである<sup>20),21)</sup>。

また、橋脚の負担と桁の応答を同時に抑えたい場合は、例えば、以下のような評価関数を用いればよい。すなわち、式(3)において、

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & -\alpha \end{bmatrix} \quad (33)$$

とし、

$$J = E[x_1^2] + \alpha^2 E[(x_1 - x_2)^2] \quad (34)$$

とする。 $\alpha$ を変えることで、橋脚の応答と桁の応答の重みを変化させることが可能である。桁がかりが小さく相対変位の増加が直接落橋につながる場合には、 $\alpha$ の値を増加させて桁の相対変位への重みを大



大きくするべきであろうし、逆に橋脚の負担を抑えたい場合には $\alpha$ を小さくすべきであろう。この場合も、 $\alpha$ を前述の例のように橋脚と桁の許容変位の比に設定するのが一つの方法である。式(34)に式(31)を代入して最小値を求めることにより、最適な $\zeta_h^{opt}$ は、 $v$ の関数として、

$$\zeta_h^{opt} = \frac{1}{2\sqrt{(1+\mu)^3}} \cdot \left\{ 1 + (\mu^3 - 3\mu - 2)v^2 + (\mu^4 + 4\mu^3 + 6\mu^2 + 4\mu + 1)v^4 + \alpha^2(\mu^2 + 2\mu + \mu/v^2 + 1) \right\}^{1/2} \quad (35)$$

と導くことができる。なお、 $v$ の最適値を求めるためには高次の多項式を解く必要があり、解析解を得ることはできない。

図-8に、橋脚の応答を支承が固定である場合の応答で正規化したものを示した。固定支承の場合の応答は、図-7において、質点1と2を剛結した1自由度系の応答として求めた。ここに、 $\mu=5$ 、 $\zeta_1=0.05$ とし、 $\omega_1$ は前の例と同様に $4\pi$ 、 $2\pi$ 、 $4\pi/3$ の3通りに変化させた。また、桁と橋脚の有効質量の比を表す質量比 $\mu$ については、数例の実際の高架橋について調べたところ、材料やスパン、橋脚高さ等によって3~15程度にばらつくことがわかった。そこで、本論文では、都市内高架橋で一般的なスパン30m程度の鋼桁とRC橋脚からなる高架橋を想定して $\mu=5$ とした。なお、以下の解析結果の傾向や考察の内容は、他の $\mu$ の値についても成立することを確かめている。

図-8(a)の振動数比を変化させた場合には式(32a)の支承減衰値を用い、減衰比を変化させた図-8(b)では $v=0.2$ とした。振動数比 $v$ を最適の0としなかったのは、交通荷重や温度伸縮に伴う通常の使用条件において $v=0$ は非現実的であると考えたためである。平成8年に改訂された道路橋示方書<sup>3)</sup>においても、免震橋の固有周期は非免震時の場合の2倍程度以上という規定が見られる。この計算例では、 $v=0.2$ とすることで、2自由度系の第1モードの固有周期が固定支承の場合の固有周期の2.28倍となるので、この規定とも整合的である。

図-8を見ると、振動数比の増加に伴い橋脚の応答が増大するのみならず、減衰比の増加によっても応答が増大している。すなわち、高減衰にすることが必ずしも橋脚の応答を軽減しない。図-9には、図-8と対応する場合の桁の応答を示した。こちらは、振動数比及び減衰比のいずれについても単調減少である。

上述のように、免震橋では、剛性および減衰の値の増減に伴う桁と橋脚の応答の増減関係が一致せず、

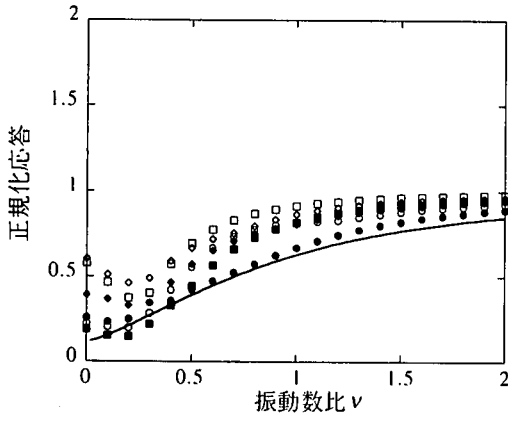
トレードオフの関係にある。したがって、設計においては、例えば式(34)に示した評価関数を用いるなどして桁と橋脚の応答低減の重みを考えた上で、全体のバランスを考慮して設計値を決定することが望ましい。一例として、図-10に、式(34)において $\alpha=1$ とした場合の橋脚と桁の応答の和を示した。この場合、振動数比 $v=0.4$ 程度の支承が応答を最も低減する。また、減衰の増加に伴って、桁の応答の漸減傾向と橋脚の応答の漸増傾向が相殺し合うため、ある程度以上の大きい減衰値に対しては、応答があまり変動しないことがわかる。

図-11は、 $\mu=5$ において橋脚応答を最小化する最適振動数比 $v=0$ (式(32c))を用いた場合の橋脚の応答を、完全な可動支承を用いた場合、すなわち桁の慣性力が全く橋脚に伝わらない場合( $v=0$ 、 $\zeta_h=0$ )の橋脚の応答で除して正規化したものである。これを見ると、適当な支承の減衰値の下では、正規化応答が1を下回る場合がある。つまり、桁と切り離されている場合よりも、最適な支承で桁と結ばれていた方が橋脚の応答が低減されることになる。これは、桁が橋脚に対してTMDのように振る舞い、エネルギーを吸収しているためであると解釈できよう。なお、ここで、数値的に得られた最適値は $\zeta_h=0.0245$ であり、簡易式である式(32a)の値は0.0340である。

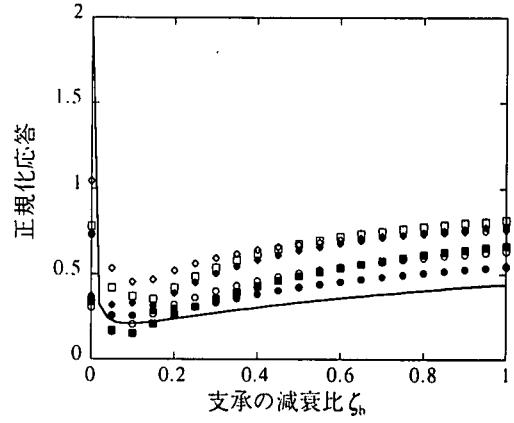
本章において最適設計時の解析で得られた正規化応答値は、ダンパーや免震支承などパッシブな制震装置を用いた場合の応答低減率の下限を示すことになる。言い換えれば、理想的な制震装置を使用した際の耐震性能向上の限界を示すものである。したがって、パッシブな制震装置では、これ以上の耐震性能を実現することは理論的に不可能であることに注意を要する。この観点から例えば図-8(a),(b)を、今一度見直してみる。地震動の違いによるばらつきの影響も加味して考えると、理想的な免震支承を用いた場合であっても、橋脚の応答は固定支承を用いた場合の高々半分程度に低減するのが限界であることが見てとれる。

#### 4. まとめ

高架橋構造全体系の応答を考えたときの、各種パッシブ制震装置の最適化手法を構築し、それを、簡単なモデルを用いて、桁間ダンパーの問題、ならびに免震支承の問題に適用した。主たる結論は、以下の通りである。

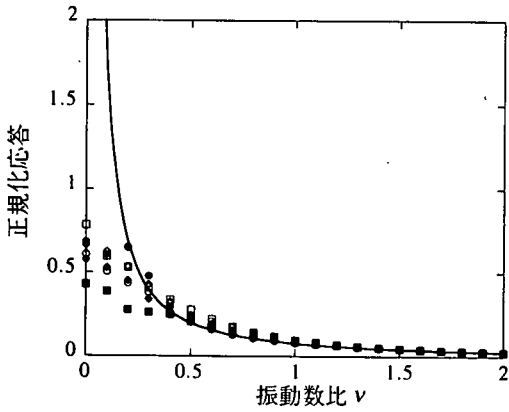


(a) 振動数比に対する変化 ( $\zeta_b$ =式(36a))

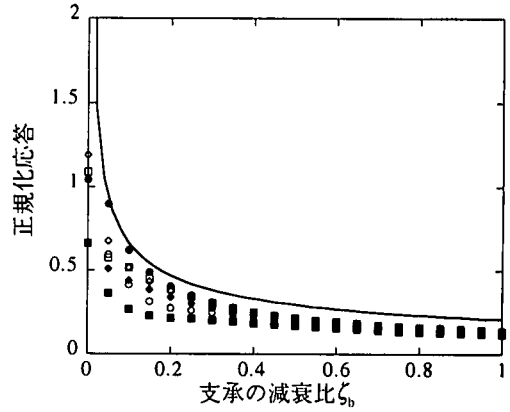


(b) 減衰比に対する変化 ( $\nu=0.2$ )

図-8 橋脚の最大応答 (固定支承の場合で正規化)

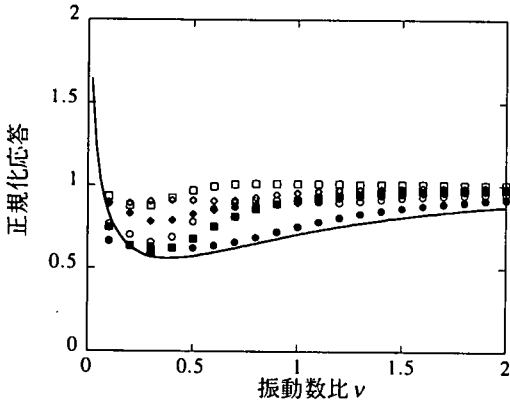


(a) 振動数比に対する変化 ( $\zeta_b$ =式(36a))

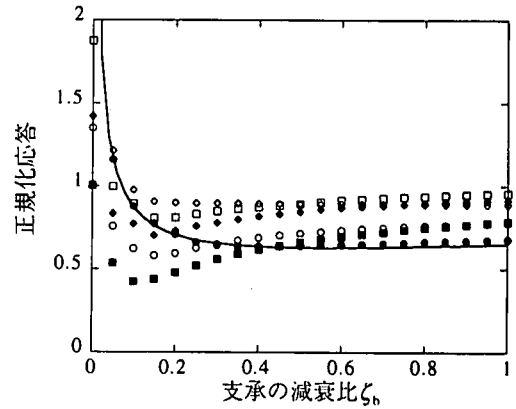


(b) 減衰比に対する変化 ( $\nu=0.2$ )

図-9 桁の最大応答 (固定支承の場合で正規化)



(a) 振動数比に対する変化 ( $\zeta_b$ =式(39))



(b) 減衰比に対する変化 ( $\nu=0.2$ )

図-10 重み付き応答の最大値 (固定支承の場合で正規化)

(—: 理論値, ●: エルセントロ ( $\omega_1=4\pi$ ), ■: エルセントロ ( $\omega_1=2\pi$ ), ◆: エルセントロ ( $\omega_1=4\pi/3$ ), ○: 神戸海洋気象台 ( $\omega_1=4\pi$ ), □: 神戸海洋気象台 ( $\omega_1=2\pi$ ), ◇: 神戸海洋気象台 ( $\omega_1=4\pi/3$ ))

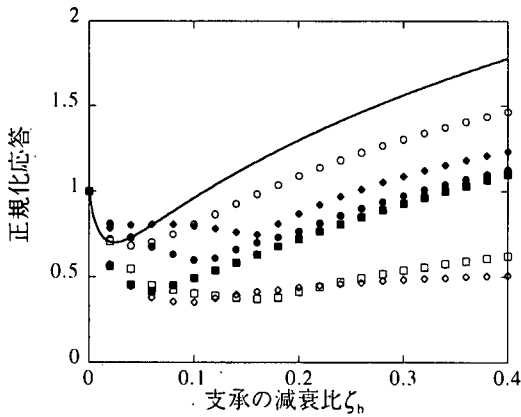


図-11 橋脚の応答に対するTMD効果 ( $\nu=0$ )  
(可動支承の場合で正規化)

(—: 理論値, ●: エルセントロ ( $\omega_1=4\pi$ ), ■: エルセントロ ( $\omega_1=2\pi$ ), ◆: エルセントロ ( $\omega_1=4\pi/3$ ), ○: 神戸海洋気象台 ( $\omega_1=4\pi$ ), □: 神戸海洋気象台 ( $\omega_1=2\pi$ ), ◇: 神戸海洋気象台 ( $\omega_1=4\pi/3$ ))

- 1) 地震動を受ける線形多自由度系の最大応答と基準となる1自由度系の最大応答の比を、定常白色雑音を受ける場合のRMS応答の比で予測することによって、システム最適化の手法と地震時応答最小化を結びつけて、制震装置の最適化法を定式化することができた。
- 2) 桁間ダンパーを設置した橋の解析では、ダンパーの減衰を大きくすることによって桁間相対変位は常に減少するものの、各径間の応答の総和は増加する場合があるため、最適減衰値が存在する。
- 3) 免震橋の解析では、支承部分の剛性及び減衰を高めることで桁の応答は常に低減されるが、橋脚の応答低減を考えた場合には、最適値が存在することがわかった。なお、単に桁と橋脚を切り離すよりも、本設計値による支承を用いた方が、橋脚の応答が一層低減されることが明らかになった。これは、最適設計された支承を用いることによって、桁の慣性力が橋脚に伝わるのを防ぐのみでなく、桁が橋脚に対して動吸振器(TMD)的に作用するためであると考えられる。
- 4) 桁間ダンパー、免震橋いずれの場合においても、構造減衰が軽微で無視できる場合については、簡便な最適設計式を解析的に導くことができた。

なお、最適設計時の計算で得られた正規化応答値は、パッシブな制震装置を用いた場合の応答低減率の下限を示すことになる。言い換えれば、理想的な制震

装置による耐震性能向上の限界を示すものである。したがって、いくら高減衰の制震装置を使用したとしても、最適設計時以上の耐震性能を実現することは、パッシブなシステムでは不可能である。

本研究では、線形モデルを用いることで基礎的な検討を行った。ここで得られた最適値が、下部構造の塑性化や地盤との相互作用など、ここでの検討に組み込まれていない要因によって影響を受けることが考えられるので、さらに精緻なモデルによって検証する必要がある。例えば、下部構造の塑性化によって、免震の有効性が影響を受けるという報告もある<sup>22)</sup>。ただし、本研究で示した高架橋システム全体の動的挙動の観点から支承部分の理想的姿を探るという方法は、今後の免震・制震設計の合理化に資するのみでなく、免震支承やダンパーなど制震装置の技術開発の方向を探るための一つの有効な手段であると考えている。

謝辞： 本研究は、平成8-9年度文部省科学研究費補助金(基盤研究(B), 課題番号08455209)ならびに財団法人前田記念工学振興財団の補助を受けて行ったものである。ここに記して謝意を表する。

#### 付録 式(9)と式(10)の等価性<sup>9),10)</sup>

式(9)の被積分関数である

$$\mathbf{X}(t) = e^{\mathbf{F}(t)} \mathbf{G} \mathbf{Q} \mathbf{G}^T e^{\mathbf{F}^T(t)} \quad (36)$$

が、微分方程式

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F} \mathbf{X} + \mathbf{X} \mathbf{F}^T \quad (37)$$

の初期条件

$$\mathbf{X}(0) = \mathbf{G} \mathbf{Q} \mathbf{G}^T \quad (37a)$$

の下での解であることは、代入することで容易に確かめられる。式(37)の両辺をそれぞれ  $t$  について0から $\infty$ まで積分すると、式(9)より、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{X}(t) - \mathbf{X}(0) = \mathbf{F} \mathbf{E} [\mathbf{z} \mathbf{z}^T] + \mathbf{E} [\mathbf{z} \mathbf{z}^T] \mathbf{F}^T \quad (38)$$

となる。ここで、式(9)の積分値が存在するための必要条件により、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{X}(t) = 0 \quad (39)$$

である。したがって、式(38)は、

$$\mathbf{F} \mathbf{E} [\mathbf{z} \mathbf{z}^T] + \mathbf{E} [\mathbf{z} \mathbf{z}^T] \mathbf{F}^T + \mathbf{G} \mathbf{Q} \mathbf{G}^T = 0 \quad (40)$$

となる。式(40)において  $\mathbf{E} [\mathbf{z} \mathbf{z}^T]$  を  $\mathbf{Z}$  と置き換えれば、式(10)を得る。以上より、式(9)の積分値が存在するならば、それは式(10)の解でもあることがわかる。

## 参考文献

- 1) 川島一彦：免震設計技術の発展と今後の展望，土木学会論文集，No.398，pp.1-12，1988.
- 2) Skinner, R. I., Robinson, W. H., and McVerry, G. H.: *An Introduction to Seismic Isolation*, John Wiley & Sons, 1993. (川島一彦・北川良和：免震設計入門，鹿島出版会，1996.)
- 3) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編，1996.
- 4) 庄司学，藤野陽三，阿部雅人：高架道路橋システムにおける地震時損傷配分の最適化の試み，土木学会論文集，No.563，pp.79-94，1997.
- 5) 柴田明德：最新耐震構造解析，森北出版，1981.
- 6) Abé, M.: Tuned mass dampers for structures with bilinear hysteresis, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.122, No.8, pp.797-800, 1996
- 7) Shinozuka, M.: Use of visco-elastic dampers to suppress seismic vibration of bridges, *Fourth U.S.-Japan Workshop on Earthquake Protective Systems for Bridges*, Osaka, Japan, 1996,
- 8) 阿部雅人，藤野陽三，Paolo Gardoni：橋梁の耐震性能向上のための支承の最適設計，第1回免震・制震コロキウム論文集，土木学会，pp.423-429，1996.
- 9) Bellman, R.: *Introduction to Matrix Analysis*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1995.
- 10) Bryson, A. E., Jr. and Ho, Y.-C.: *Applied Optimal Control*, Hemisphere, New York, 1975.
- 11) Crandall, S.H. and Mark, W.D.: *Random Vibration in Mechanical Systems*, Academic Press, 1963.
- 12) Bartels, R. H. and Stewart, G. W.: Solution of the matrix equation  $AX+XB=C$ , *Communications of the ACM*, Vol.15, pp.820-826, 1972,
- 13) Davenport, A. G.: Note on the distribution of the largest value of a random function with application to gust loading, *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol.28, 187-196, 1964.
- 14) Der Kiureghian, A.: A response spectrum method for random vibration analysis of MDF systems, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.9, No.5, pp.419-435, 1981.
- 15) Igusa, T.: A unified mode combination theory for stationary response of structural systems, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.21, pp.109-126, 1992.
- 16) 川島一彦・佐藤貴志：相対変位応答スペクトルの提案とその適用，構造工学論文集，土木学会，Vol.42A，pp.645-652，1996.
- 17) Jeng, V. and Kasai, K.: Spectral relative motion of two structures due to seismic travel waves, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.122, No.10, pp.1128-1135, 1996.
- 18) Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., and Flannery, B. P.: *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*, 2nd ed., Cambridge University Press, 1992.
- 19) 岩浪孝一，鈴木浩平，背戸一登：並列構造物の制振法に関する研究 (P,T,Q 定点理論に関する研究)，日本機械学会論文集(C編)，Vol.52, No.484, pp.3063-3072, 1985.
- 20) 阿部雅人，藤野陽三：摂動解による同調質量ダンパー (TMD) -構造物系の動特性の理解と制振評価，土木学会論文集 No.446，pp.157-166，1992.
- 21) Warburton, G. B.: Optimum absorber parameters for minimizing vibration response, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.9, No.3, pp.251-262, 1981,
- 22) 林亜紀夫，成田信之，前田研一：橋梁用免震装置の特性値探索手法と下部構造塑性化の評価，第3回振動制御コロキウム講演論文集，土木学会，Part B，pp.91-98，1995.

(1998.1.28 受付)

## OPTIMAL DESIGN OF PASSIVE ENERGY DISSIPATION DEVICES FOR SEISMIC PROTECTION OF BRIDGES

Masato ABÉ and Yozo FUJINO

Optimization of passive energy dissipation devices, such as isolator bearings, to improve seismic performance of elevated bridges is studied. At the first half of the paper, general optimization procedure for seismic response reduction is constructed through approximating the seismic excitation by stationary Gaussian white noise. Following the construction of this general method, optimal design of deck connections and bearings is investigated in details using simple linear two-degree-of-freedom structural models. Analytical expressions for optimal design values are also developed for these devices. The validity of the proposed optimization procedure and design values is demonstrated using the observed ground motions of 1940 El Centro earthquake, and 1995 Kobe earthquake measured at the JMA Kobe Station. Characteristics of seismic response of these controlled structures and limitation of performance improvement by energy dissipation devices are also discussed.