

# 位相情報を用いた地震動のシミュレーション法

佐藤 忠信<sup>1</sup>・室野 剛隆<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 京都大学防災研究所教授 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

<sup>2</sup>正会員 博(工) (財) 鉄道総合技術研究所 構造物技術研究部 (〒185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38)

ウェーブレット変換を利用することにより、地震動の位相情報をベースとして地震動をシミュレーションする手法を開発した。ウェーブレット係数が与えられれば、ウェーブレット逆変換を行うことにより地震動がシミュレートできるので、地震動の位相スペクトルから地震動のウェーブレット係数が解析的に求められることを示す。Meyerのウェーブレットを用いると、ウェーブレット変換の各スケールに対して定義される周波数帯域上で、ウェーブレット係数を未知数とする実数係数の連立方程式が誘導できるので、位相情報のみでウェーブレット係数の相対的な大きさが決定される。絶対的な大きさは各スケール上での波動のエネルギー量を与えることにより決定する。本手法の有効性は観測波をシミュレーションすることで検証した。

**Key Words** : phase spectra, simulation of earthquake motion, wavelet coefficient, wavelet transform, group delay time

## 1. まえがき

レベル2地震動に対する構造物の耐震設計では、地盤や構造物の応答値を動的解析やそれに準じた手法により予測することが基本となっている<sup>1)2)</sup>。そのような場合、具体的な設計地震動の波形が必要となる。

地震動の合成方法としては、大別すると以下の3つの方法がある。①断層モデルと弾性波動論に基づく理論的方法、②経験的グリーン関数を用いる方法、③統計的予測手法。①と②は、建設地点を対象とした断層破壊や伝播特性を考慮した地震動が得られる反面、より多くの情報が必要とする。また、その設定にはかなり高度な工学的判断が必要となる。近年では、シナリオ地震を設定して、②の方法を用いて地震防災に用いるための地震動を予測した事例も見られるようになっている<sup>3)</sup>。今後は、このような方法により設計地震動を設定する機会が増えるものと思われる。しかし、一般的な鉄道や道路などの土木構造物の設計を考えた場合、必ずしも考慮すべき断層の位置やパラメータなどが特定できるとは限らない。その点、③の方法は、最もパラメータが少なく済む手法である。

③の方法としては、振幅と位相角の異なる調和波を多数重ねて合成する方法<sup>4)</sup>や、非正常パワースペクトル<sup>5)</sup>の回帰モデルを作成し、非正常強震動の統計的予測モデルを提案した後藤・亀田らの研究<sup>6)</sup>などがある。なかでもよく使われているのが、振幅スペクトル特性

を回帰モデルなどの経験式で与え、位相ランダム<sup>7)</sup>の仮定を用いて、時刻歴包絡線<sup>8)</sup>などを規定し、地震動を作成する方法<sup>9)</sup>である。

振幅スペクトル特性についてはこれまで多くの研究者により研究されている。振幅スペクトルを距離減衰から求める試みは小林・長橋<sup>10)</sup>および川島ら<sup>11)</sup>によって行われた。さらに断層の広がり<sup>12)</sup>を考慮するための距離減衰式の改良が行われている。武村ら<sup>13)</sup>は等価震源距離の概念を提案し、点震源の距離減衰式に断層の広がり<sup>14)</sup>の効果をとり入れている。福島<sup>15)</sup>は2段階回帰<sup>16)</sup>によってマグニチュードと距離の依存関係を除き、断層からの最短距離を説明変数とした距離減衰式を誘導している。釜田、大野ら<sup>17)</sup>は等価震源距離を用いた振幅スペクトルの距離減衰式に断層破壊伝播方向に起因する地震動の指向性を反映させている。

一方、位相特性については位相ランダム<sup>7)</sup>の仮定を用いて乱数で与え、時刻歴上で包絡線<sup>8)</sup>を乗じる<sup>18)</sup>ことが多い。しかし、位相の持つ物理的な意味が明確でなかった。大崎ら<sup>19)</sup>はフーリエ位相差分布と時刻歴包絡線との類似性を指摘し、和泉・勝倉は<sup>18)</sup>フーリエ位相の角振動数軸上での傾き(群遅延時間)に注目して、その平均値と標準偏差により地震波の重心位置と広がり<sup>20)</sup>を表現できることを示した。沢田ら<sup>19)</sup>、石井・渡辺<sup>20)</sup>、佐藤ら<sup>21)</sup>は、位相差分布や群遅延時間の特性を、多数の強震記録に基づいた回帰分析によりモデル化し、非正常性を有する地震波形の合成法について検討してい

る。著者らも、地震動の位相特性のモデル化の意義について述べるとともに、モデル化について一連の研究を行い、2つの手法を開発してきた<sup>22),23)</sup>。1つは、観測波に基づいて群遅延時間の平均値と標準偏差の回帰モデルを「マグニチュード」と震央距離を関数として作成する方法である<sup>22)</sup>。もう1つは、断層の面的な破壊過程を考慮したモデルである。破壊過程をインパルス列でモデル化してその群遅延時間を求め、増幅特性の影響については、その位相が最小位相で表されると仮定して、ヒルベルト変換により群遅延時間を算定し、両者の和により地震動の位相を求める方法である<sup>23)</sup>。いずれの方法も地震動を模擬するのに、振幅特性は設計用の応答スペクトルで定義したので、振幅と位相スペクトルは独立にモデル化することになっていた。しかし、振幅と位相を各々独立にモデル化して、非定常な地震波形を合成する方法は本質的な矛盾を抱えている。それは、因果性を有する時系列のフーリエ変換の実数部と虚数部は独立ではなく、Hilbert変換の関係で結び付けられているためである。したがって、振幅スペクトルをモデル化した場合には、位相スペクトルに何らかの制限が設けられなければならない。本研究はこの点を矛盾なく解決するため、位相スペクトルに着目した波形の合成方法を新たに提案するものである。

まず、ウェーブレット変換の考え方を利用して、位相情報のみからウェーブレット係数比を算定できることを理論的に示す。つぎに、ウェーブレット係数の絶対値は各コンパクトサポート上のエネルギー量を規定することにより定めることとした。これにより波形が合成できることを示す。本研究の一番新しい概念は、コンパクトサポート上では位相のみから波形の形が決まることである。振幅が決定できないのは位相が実数部と虚数部の比で決まるため、振幅には任意性が出てくる。これを規定するために、コンパクトサポート上での波動エネルギーの情報を使っている。従って、振幅情報は限られた個数で良いのが特徴である(本研究では17個)。フーリエ振幅を与える場合には、周波数の各離散点で情報を与えなければならないので、モデル化をする場合に多量の情報量が必要になる。また、位相に着目したのは、波の非定常性と位相は密接な関係があること、および位相を直接モデル化した方が従来の方法に比べてモデル化が簡単であると判断したからである。なお、本論文の後半部分では、三陸はるか沖で観測された波形を用いて、本手法の精度を検証するとともに、任意のマグニチュード  $M$  と震央距離  $\Delta$  を想定した設計地震動のシミュレーションについても示す。

## 2. 理論

### (1) 位相準拠の波形

ここでは、ウェーブレットの各スケールファクター  $j$  上における群遅延時間  $t_{g,j}(\omega)$  または位相特性  $\phi_j(\omega)$  が与えられると、その情報のみでスケールファクター  $j$  上での波形が合成できることを示す。

ある時刻歴波形  $f(t)$  を考える。データ数を  $n=2^M$  個とする。この波形  $f(t)$  をウェーブレット変換すると、以下の式により表される<sup>24)</sup>。

$$f(t) = \sum_{j=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{2^j-1} a_{jk} \cdot \varphi_{jk}(t) \quad (1)$$

ここに、 $N=2^j$  ( $j=0,1,\dots,M-1$ )、 $a_{jk}$  : ウェーブレット係数、 $\varphi_{jk}(t)$  : アナライジング・ウェーブレットで、

$$\varphi_{jk}(t) = \varphi(2^j T^{-1} t - k) \quad (2)$$

である。アナライジング・ウェーブレットとしては、Meyerの構成法<sup>25)</sup>を用いるものとする。Meyerのウェーブレットは振動数領域でコンパクトサポートになるという特徴を有している。時刻歴波形の  $j$  次成分  $f_j(t)$  のみを対象とすると、

$$f_j(t) = \sum_{k=0}^{N-1} a_{jk} \cdot \varphi_{jk}(t) \quad (3)$$

となる。式(3)をフーリエ変換すると、

$$F_j(\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} a_{jk} \cdot T^{1/2} \cdot 2^{-j/2} \cdot e^{-i\omega T k/2} \cdot \Psi(2^{-j} T \omega) \quad (4)$$

となる。ここに、 $T$  は地震動の継続時間、 $\Psi(\omega)$  はアナライジング・ウェーブレット  $\varphi(t)$  のフーリエ変換である。

$$\Psi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) \cdot e^{-i\omega t} dt \quad (5)$$

さらに、式(4)は次式のように表記できる。

$$F_j(\omega) = \Psi_j(\omega) \sum_{k=0}^{N-1} a_{jk} \cdot e^{-i\omega T k} \quad (6)$$

ここに、

$$t_{jk} = \frac{Tk}{2^j} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Psi_j(\omega) &= T^{1/2} 2^{-j/2} \Psi(2^{-j} T \omega) \\ &= T^{1/2} 2^{-j/2} \cdot \exp(-i\omega 2^{-j-1} T) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\cdot \sqrt{(\Phi(2^{-j-1} T \omega))^2 + (\Phi(2^{-j} T \omega))^2}$$

である<sup>24)</sup>。 $\Phi(\omega)$  はスケール関数である。また式(6)の

$$\sum_{k=0}^{N-1} a_{jk} e^{-i\omega t_{jk}} \quad (9)$$

は、インパルス列  $a(t)$

$$a(t) = \sum_{k=0}^{N-1} a_{jk} \cdot \delta(t - t_{jk}) \quad (10)$$

のフーリエ変換と同等である。パルス列  $a(t)$  の位相を  $\phi^p(\omega)$  とすると、 $F_j(\omega)$  の位相  $\phi_j(\omega)$  は、式(6)(8)より、

$$\phi_j(\omega) = \phi^p(\omega) - \omega \left( \frac{T}{2^{j+1}} \right) \quad (11)$$

で表される。また、インパルス列の位相スペクトル  $\phi^p(\omega)$  は、

$$\tan \phi^p(\omega) = - \frac{\sum_{k=0}^{N-1} a_{jk} \sin(\omega t_{jk})}{\sum_{k=0}^{N-1} a_{jk} \cos(\omega t_{jk})} \quad (12)$$

で表される<sup>23)</sup>。ところで、先に述べたように  $\phi_j(\omega)$  は既知であると考え、すると、

$$\beta_j(\omega) = \tan(\phi_j(\omega) + \omega T / 2^{j+1}) \quad (13)$$

とおくと、式(11)、(12)、(13)より、

$$\sum_{k=0}^{N-1} \{ \cos(\omega t_{jk}) \cdot \beta_j(\omega) + \sin(\omega t_{jk}) \} \cdot a_{jk} = 0 \quad (14)$$

となる。この式を解くことにより、位相  $\phi_j(\omega)$  からウェーブレット係数  $a_{jk}$  が求められる。

式(14)を離散化するために、スケールファクター  $j$  での振動数帯域内(コンパクトサポート)で  $m$  個の離散振動数  $\omega_i$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) を考え、

$$\alpha_{jk}(\omega_i) = \beta_j(\omega_i) \cdot \cos(\omega_i t_{jk}) + \sin(\omega_i t_{jk}) \quad (15)$$

$$k=0, 1, \dots, 2^j-1, \quad i=1, 2, \dots, m$$

とおくと、式(14)は以下の連立方程式に変換される。

$$\begin{bmatrix} \alpha_{j0}(\omega_1) & \alpha_{j1}(\omega_1) & \dots & \alpha_{jN-1}(\omega_1) \\ \alpha_{j0}(\omega_2) & \alpha_{j1}(\omega_2) & \dots & \alpha_{jN-1}(\omega_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{j0}(\omega_m) & \alpha_{j1}(\omega_m) & \dots & \alpha_{jN-1}(\omega_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{j0} \\ a_{j1} \\ \vdots \\ a_{jN-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

(16)

式(16)を解くにあたっては、 $a_{j0}=1$  とおく。これにより、 $a_{j0}$  に対する比  $\bar{a}_{jk}$  ( $k=1, 2, \dots, N-1$ ) が以下の連立方程式

を解くことにより決定される。

$$\begin{bmatrix} \alpha_{j1}(\omega_1) & \alpha_{j2}(\omega_1) & \dots & \alpha_{jN-1}(\omega_1) \\ \alpha_{j1}(\omega_2) & \alpha_{j2}(\omega_2) & \dots & \alpha_{jN-1}(\omega_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{j1}(\omega_m) & \alpha_{j2}(\omega_m) & \dots & \alpha_{jN-1}(\omega_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{a}_{j1} \\ \bar{a}_{j2} \\ \vdots \\ \bar{a}_{jN-1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \alpha_{j0}(\omega_1) \\ \alpha_{j0}(\omega_2) \\ \vdots \\ \alpha_{j0}(\omega_m) \end{bmatrix} \quad (17)$$

簡単のために、以下のように表記する。

$$[A] \cdot \{\bar{a}_{jk}\} = -\{B\} \quad (18)$$

マトリクス  $[A]$  は、 $m \times (N-1)$  の行列である。未知数  $\{\bar{a}_{jk}\}$  は  $N-1$  個に対して、条件式は  $m$  個となる。そこで、 $\{\bar{a}_{jk}\}$  を求めるためには、最小 2 乗法により上記連立方程式を解く。この際には、マトリクス  $[A]$  の QR 分解を利用する。

しかし、式(18)により決定されるのはウェーブレット係数の相対的な大きさ(比)であり、振幅の絶対的な大きさを決めるには  $a_{j0}$  を決定する必要がある。本論文では、コンパクトサポート区間内のパワーが等しいという制約条件を課すことにする。

Parseval の等式より、

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f_j(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F_j(\omega)|^2 d\omega \quad (19)$$

一方、式(3)より、

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f_j(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} \left( \sum_{k=0}^{N-1} a_{jk} \phi_{jk}(t) \right)^2 dt \quad (20)$$

となる。ところで、Meyer ウェーブレットを用いた場合、そのアナライジング・ウェーブレットは完全直交基底となるので、式(20)は式(21)のように変形できる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f_j(t)|^2 dt = \sum_{k=0}^{N-1} a_{jk}^2 \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(\omega)| d\omega \right) \quad (21)$$

式(19)および式(21)より、次式を得る。

$$\int_{-\infty}^{\infty} |F_j(\omega)|^2 d\omega = a_{j0}^2 \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \bar{a}_{jk}^2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(\omega)|^2 d\omega \quad (22)$$

また、マザーウェーブレットの構成式として Meyer 法を用いると、

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(\omega)|^2 d\omega = 2\pi \quad (23)$$

となる。そこで、

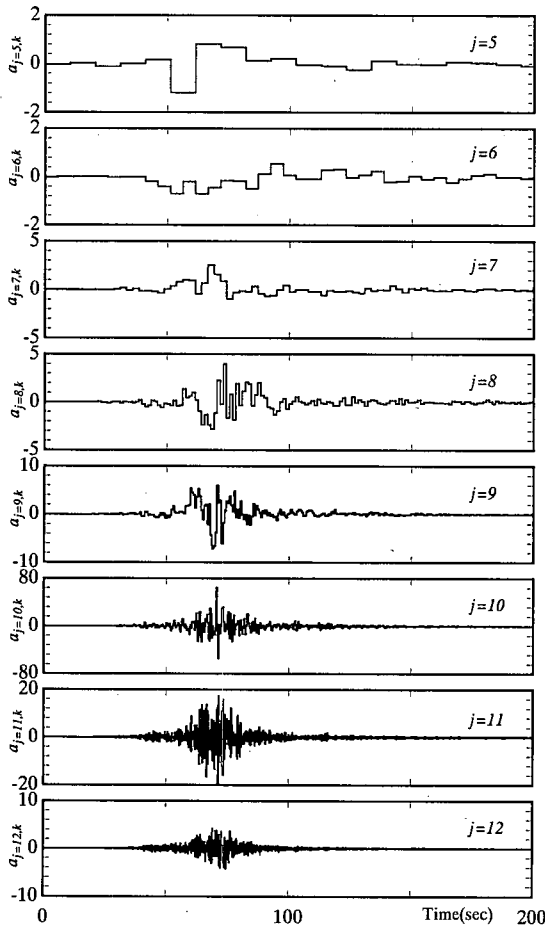


Fig.1 Wavelet coefficients for each scale factor  $j$  ( $j=5\sim 12$ )

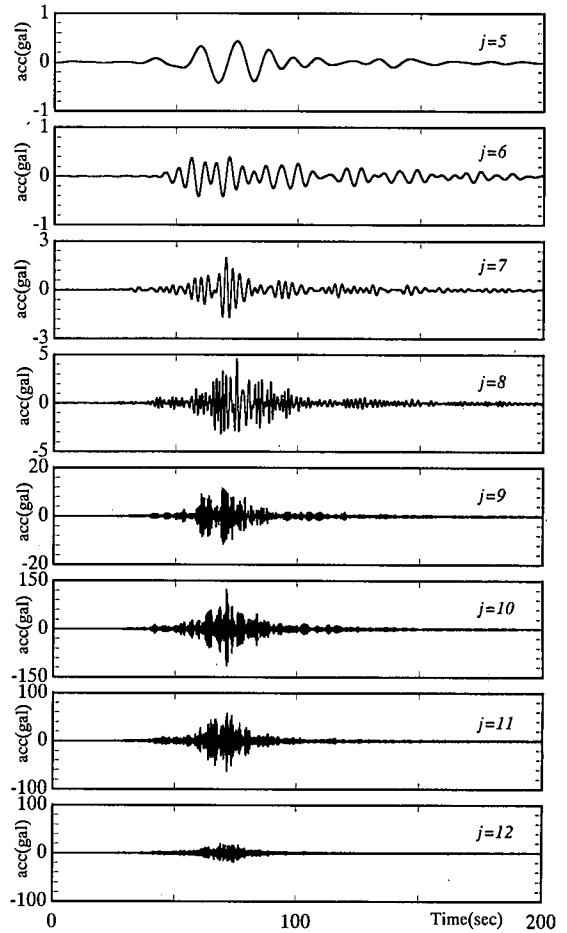


Fig.2 Wavelet decomposed wave for each scale factor  $j$  ( $j=5\sim 12$ )

$$\lambda_j^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |F_j(\omega)|^2 d\omega \quad (24)$$

とおくと、式(22)は、

$$\begin{aligned} a_{j0} &= \lambda_j / \sqrt{2\pi \left( \sum_{k=1}^{n-1} \bar{a}_{jk}^2 + 1.0 \right)} \\ &= \lambda_j / \sqrt{2\pi \sum_{k=0}^{n-1} \bar{a}_{jk}^2} \end{aligned} \quad (25)$$

したがって、スケールファクター  $j$  でのパワーに関する情報が得られれば、式(25)より  $a_{j0}$  が決定できる。これにより、位相  $\phi_j(\omega)$  に準拠したウェーブレット係数  $a_{jk}$  を全て算定することが可能になる。さらに、式(2)により各成分波  $f_j(t)$  を求めることができる。

## (2) 振幅準拠の波形

(1)節では、位相スペクトルからウェーブレット係数を決定し、波形を合成できることを示した。同様に、

フーリエ振幅  $A_j(\omega)$  からウェーブレット係数が決定できることを示す。

式(5)において、インパルス列  $a(t)$  のフーリエ振幅スペクトルを  $A^p(\omega)$  とすると、 $A_j(\omega)$  の振幅は、式(5)(6)より、

$$A_j(\omega) = A^p(\omega) \cdot |\Psi_j(\omega)| \quad (26)$$

となる。インパルス列  $a(t)$  のフーリエ振幅スペクトル  $A^p(\omega)$  は、

$$A^p(\omega) = \sqrt{\left\{ \sum_{k=0}^{N-1} a_{jk} \sin(\omega t_{jk}) \right\}^2 + \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} a_{jk} \cos(\omega t_{jk}) \right\}^2} \quad (27)$$

であるから、式(26)と(27)から、

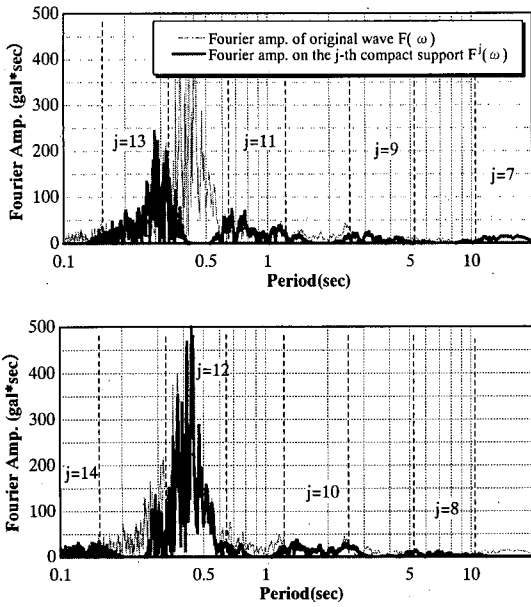


Fig.3 Fourier amplitude of wavelet decomposed wave for each compact support

$$A_j^2(\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} a_{jk}^2 |\Psi_j(\omega)|^2 + 2 \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=k+1}^{N-1} a_{jk} |\Psi_j(\omega)| \cdot a_{jl} |\Psi_j(\omega)| \cdot \cos\{\omega(t_{jl} - t_{jk})\} \quad (28)$$

となる。フーリエ振幅スペクトル  $A_j(\omega)$  が既知であれば、この式に基づいて、振幅スペクトル準拠のウェーブレット係数  $a_{jk}$  を決定できる。

しかし、式(28)は  $a_{jk}$  について非線形方程式であり、式(28)を解くアルゴリズムを構成するのは簡単ではない。したがって、以下では(1)節の方法により地震動を合成する。

### 3. 計算例による理論の検証

ここでは、簡単な例を用いて、本手法の精度を検証する。例題に用いた波形は、三陸はるか沖地震(1994)で盛岡で観測された波形である。

Fig.1 は、観測波形にウェーブレット変換を施し、 $j=5 \sim 12$  までの各ウェーブレット係数  $a_{jk}$  を求めたものである。Fig.2 は、各成分波の時刻歴波形  $f_j(t)$ 、Fig.3 がそのフーリエ振幅スペクトル  $F_j(\omega)$  である。Meyer ウェーブレットを用いているので、そのコンパクトサポート区間は

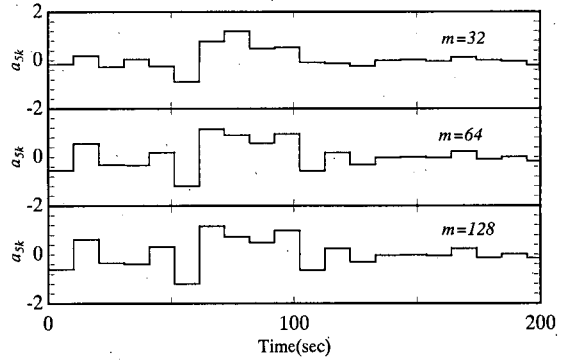


Fig.4 Simulated wavelet coefficients for  $j=5$

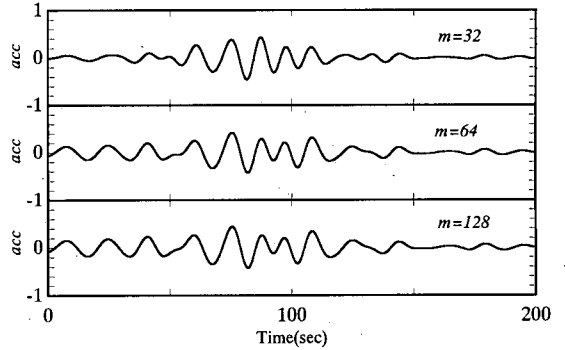


Fig.5 Simulated decomposed waves for  $j=5$

$$\{f | 2^j/3T \leq f \leq 2^{j+2}/3T\} \quad (29)$$

で表される。ここに、 $T$  は地震波の継続時間である。よって、多くの範囲でお互いのサポートが重なり合っていることが、Fig.3 から分かる。しかし、各サポートの主な範囲は、

$$\{f | 2^{j-1}/T \leq f \leq 2^j/T\} \quad (30)$$

となっている<sup>22)</sup>。図中の点線は式(30)の範囲を示したものである。式(30)の振動数範囲はスケールファクター  $j$  におけるコンパクトサポートの中心振動数領域であり、ウェーブレット係数  $a_{jk}$  はこの振動数領域における位相スペクトルを精度良く表現できるように決定するものとする。つまり、式(30)で示された振動数範囲内から  $m$  個の離散点を選択し、この振動数に対応する位相  $\phi_j(\omega)$  を満足するウェーブレット係数  $a_{jk}$  を2章の方法により算定する。なお、後述するように波形を実際にシミュレーションするには、群遅延時間の回帰モデル<sup>22)</sup>を本研究でも用いることを前提としている。このモデルでは、式(30)の振動数範囲をサポート範囲として作成されている。そこで本研究でも式(30)を対象とする振動数範囲とした。

まず、 $j=5$  の場合について着目する。Fig.4 はウェ

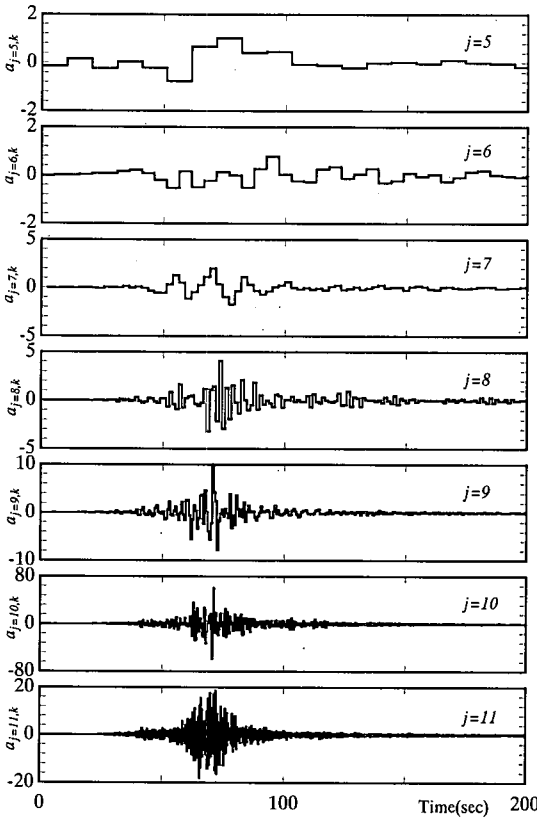


Fig. 6 Simulated wavelet coefficients for each scale factor  $j$  ( $j=5\sim 11$ )

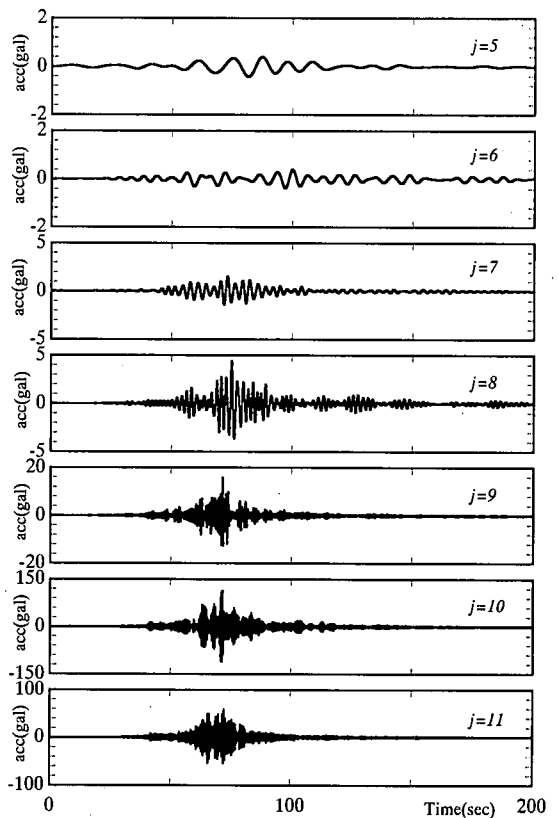


Fig. 7 Simulated decomposed waves for each scale  $j$  ( $j=5\sim 11$ )

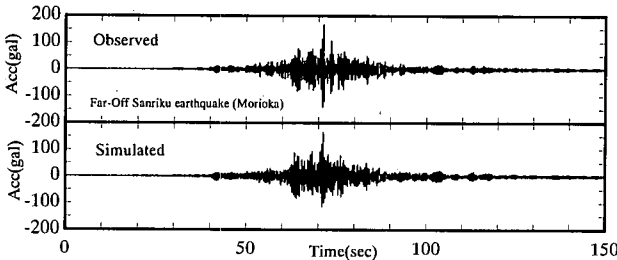


Fig.8 Comparison between observed seismogram and simulated seismogram

ーレット係数  $a_{j=5,k}$ , Fig.5 が合成波  $f_{j=5}(t)$  である。選択する離散点数  $m$  による影響を見るために、ここでは3ケースの  $m$  を考えた。  $m=32$  は  $2^{(U=5)}$  に相当する値であり、未知数  $\bar{a}_{j=5,k}$  ( $k=1, \dots, 31$ ) の個数より1個多い数値である。この程度の数を選択すると、選択する振動数の個数  $m$  による影響は小さいことが分かる。いずれの場合も、観測波の特性を良好に捉えていることが確認できる。

次に、  $j=5\sim 12$  についてシミュレートしたウェーブレット係数  $a_{j,k}$  と波形  $f_j(t)$  を Fig.6 と Fig.7 に示す。

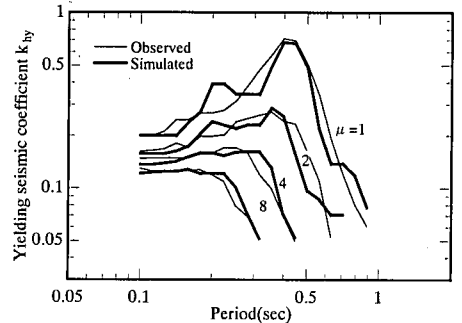


Fig.9 Comparison of non-linear response spectrum calculated from observed and simulated seismogram

Fig.2 および Fig.3 と比べても分かるように、全  $j$  について原波形の特性を概ね再現できていると言える。さらに、  $j=5\sim 12$  について重ね合わせた波形が Fig.8 である。その波形を用いて算出した非線形スペクトル(必要靱性能を一定とした時の降伏震度スペクトル)を Fig.9 に示した。比較のために観測波を用いて計算した非線形スペクトルも図中に示されている。なお、観測波については、考慮した  $j$  の範囲を考慮してバンドパスフィルターを通してている。波形の形状のみならず、

Table1 Results of regression analyses

j	$\alpha_1^{(j)}$	$\alpha_2^{(j)}$	$\alpha_3^{(j)}$	$\beta_1^{(j)}$	$\beta_2^{(j)}$	$\beta_3^{(j)}$	$\gamma_1^{(j)}$	$\gamma_2^{(j)}$	$\gamma_3^{(j)}$	the correlation coefficients		
										$\mu_{igr}^{(j)}$	$\sigma_{igr}^{(j)}$	$\lambda^{(j)}$
7	1.011	27.71	5.20E+1	0.0	0.0	0.0185	0.864	0.203	-0.219	0.86	0.41	0.14
8	0.830	14.58	8.53e-4	0.040	0.0	1.200	0.790	0.337	-1.779	0.94	0.71	0.59
9	0.543	17.97	1.90e-5	0.086	-0.030	1.626	0.700	0.344	-2.187	0.85	0.75	0.68
10	0.806	8.45	1.41e-2	0.060	-0.005	1.270	0.686	0.321	-1.990	0.97	0.73	0.64
11	0.850	2.97	3.78e+0	0.026	0.016	0.993	0.764	0.366	-1.908	0.98	0.77	0.69
12	0.511	0.39	1.66e-1	0.058	0.143	1.244	0.744	0.295	-2.023	0.99	0.83	0.69
13	0.367	0.08	1.76e-1	0.077	0.267	1.254	0.739	0.201	-2.117	0.99	0.87	0.65
14	0.330	0.06	8.77e+1	0.081	0.287	0.850	0.742	0.239	-2.280	0.99	0.81	0.68

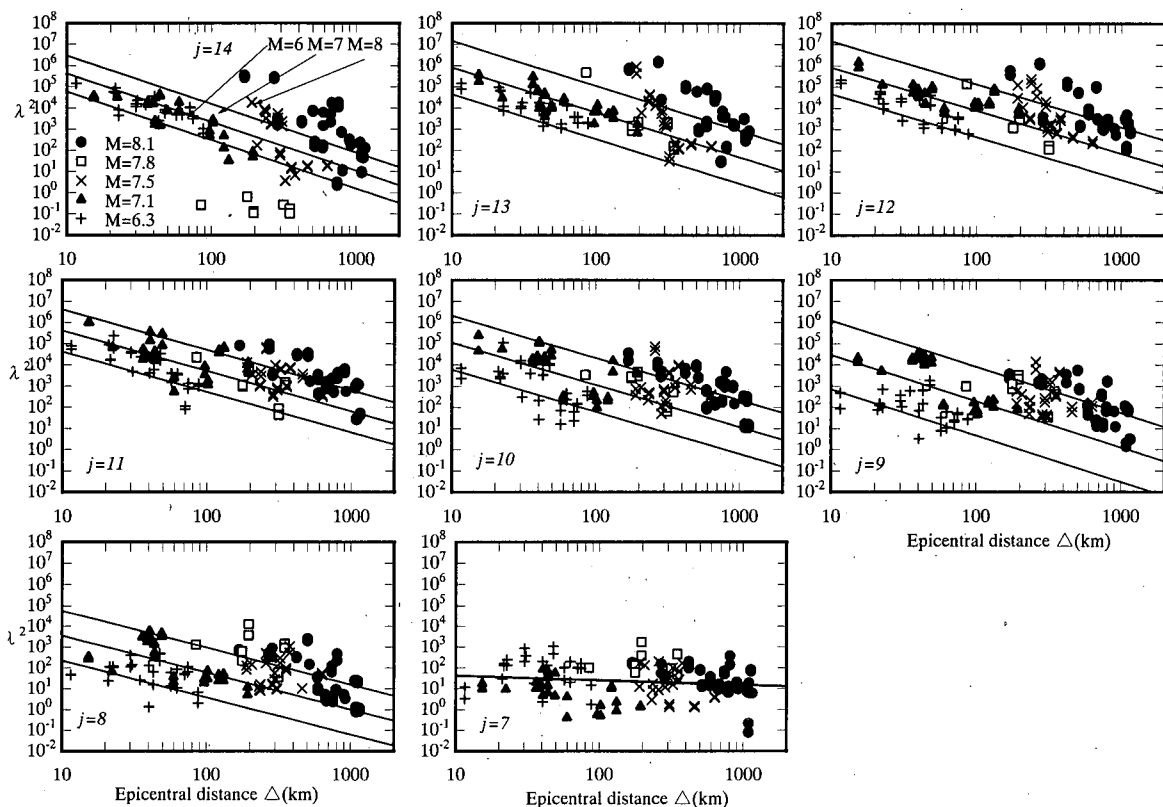


Fig.10 Attenuation relationships for the power of earthquake motion on the  $j$ th compact support

構造物の非線形応答も十分な精度で再現されていることが確認できる。

#### 4. 回帰モデルの作成

前章の検討からも分かるように、地震動の位相スペクトル  $\phi_j(\omega)$  が適切に得られれば、位相スペクトル準

拠の地震波形を合成することが可能となる。

著者らはこれまでに、北海道南西沖地震(1993, M7.8), 北海道東方沖地震(1994, M8.1), 三陸はるか沖地震(1994, M7.5), 兵庫県南部地震(1995, M7.2), 鹿児島県北西部地震(1997, M6.3)の記録をもとに、群遅延時間の平均値  $\mu_{igr}^{(j)}$  と標準偏差  $\sigma_{igr}^{(j)}$  をマグニチュード  $M$  と震央距離  $\Delta$  の関数とした重回帰モデルを作成している<sup>22)</sup>。

$$\mu_{igr}^{(j)} = \alpha_1^{(j)} \times 10^{\beta_1^{(j)} M} \times \Delta^{\gamma_1^{(j)}} \quad (31)$$

$$\sigma_{igr}^{(j)} = \alpha_2^{(j)} \times 10^{\beta_2^{(j)} M} \times \Delta^{\gamma_2^{(j)}} \quad (32)$$

一方、 $j$  次成分のパワー  $\lambda^{(j)^2}$  についても、適切にモデル化する必要がある。そこで、群遅延時間のモデル化の場合と同様に、上記の 5 地震の記録を用いて、式(33)に示すように  $M$  と  $\Delta$  を説明変数として重回帰分析を行った。

$$\lambda^{(j)^2} = \alpha_3^{(j)} \times 10^{\beta_3^{(j)} M} \times \Delta^{\gamma_3^{(j)}} \quad (33)$$

回帰分析の結果を **Table1** と **Fig.10** に示す。  $j=7$  の場合を除き、 $M$  が大きくなるとともに  $\lambda_j^2$  も大きくなり、距離に応じて減衰していることが分かる。なお、 $j$  が小さくなると相関係数が小さくなるが、これは文献(22)でも指摘されているように、次数  $j$  が小さいとコンパクトサポート区間内に存在するデータ数が小さくなるためにばらつきが大きくなったものと思われる。

$\lambda^{(j)^2}$  はマグニチュードや震央距離以外にも多くの影響を受ける。例えば、サイト依存性も大きな影響要因である。よって、サイト毎に定数項  $\alpha_3^{(j)}$  を決めて分類したり<sup>12)</sup>など、地盤種別毎に分類<sup>10)</sup>などしたりするのが望ましいと考えられる。これにより、精度は向上すると思われるが、本研究ではこれまでの検討<sup>22)</sup>と整合性をとるためにその影響は含めなかった。

また、震源近傍では最大加速度などが飽和することが既往の研究でも指摘されており、式(33)の距離  $\Delta$  に付加距離  $\Delta_0$  を加えたモデルも提案されている。しかし、本研究では単純な回帰式を用いているので、**Fig.10** をみても分かるように震源近傍域での飽和傾向は現れていない。

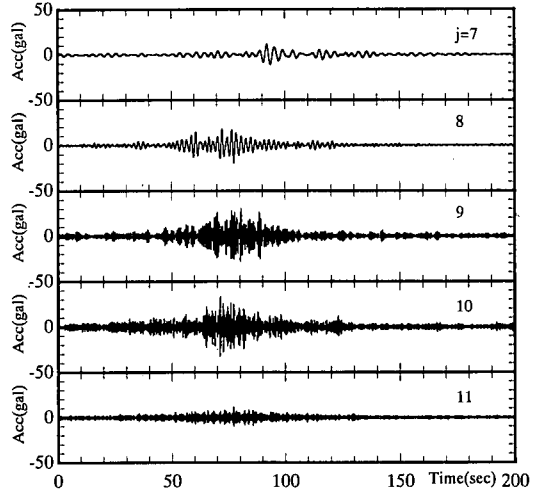
## 5. 地震波の合成例

3 章で示した理論および 4 章で示した回帰モデルを用いれば、想定する地震動のマグニチュード  $M$  と震央距離  $\Delta$  を与えれば地震動が得られる。その手順およびシミュレーションの例を以下に示す。

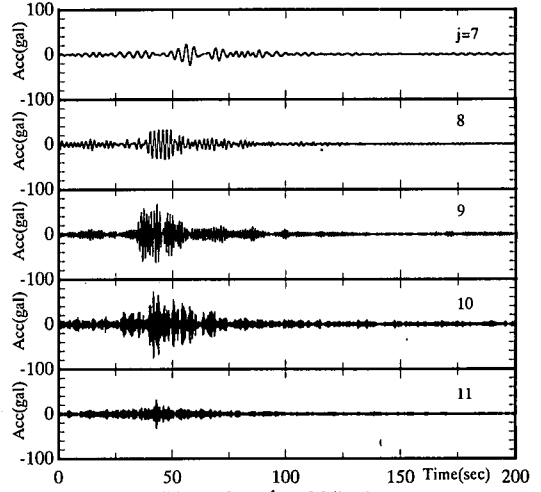
### (1) 方法

地震動の合成は以下の手順で行なわれる。

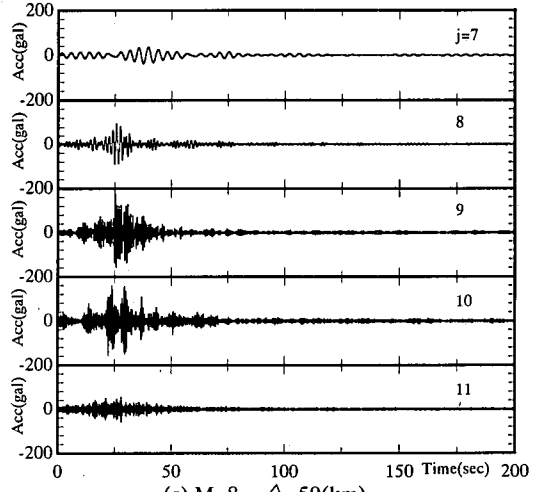
- ① マグニチュード  $M$  と震央距離  $\Delta$  を決定する。
- ② 回帰式を用いて、 $\mu_{igr}^{(j)}(\omega)$  と  $\sigma_{igr}^{(j)}(\omega)$  を決定する。
- ③ 正規乱数  $N(\mu_{igr}^{(j)}, \sigma_{igr}^{(j)})$  に従う乱数を発生させ、 $t_{igr}^{(j)}(\omega)$  を決定する。これを積分すると位相スペクトル  $\phi_j(\omega)$  が得られる。



(a)  $M=8, \Delta=200(\text{km})$



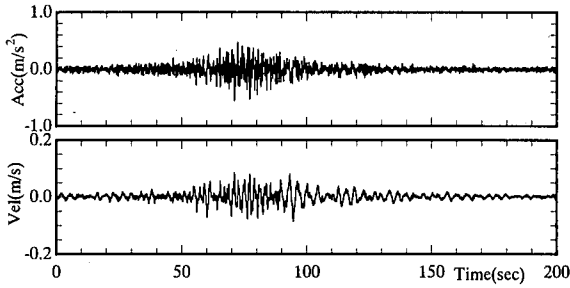
(b)  $M=8, \Delta=100(\text{km})$



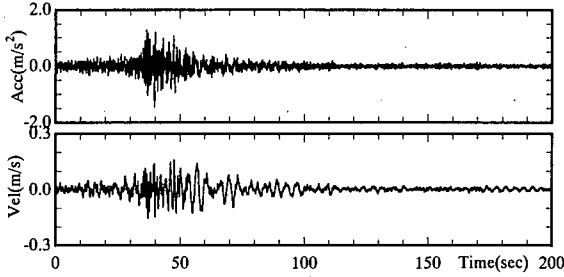
(c)  $M=8, \Delta=50(\text{km})$

**Fig.11** Simulated wave for each scale factor  $j$  using the attenuation relationships ( $M=8$ )

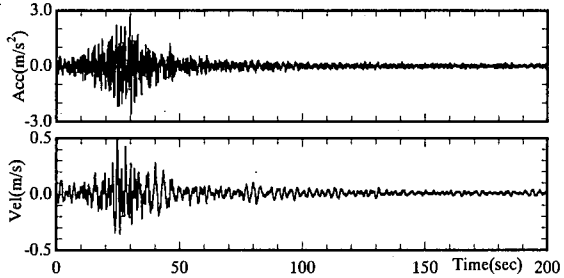




(a) M8,  $\Delta=200\text{km}$



(b) M8,  $\Delta=100\text{km}$

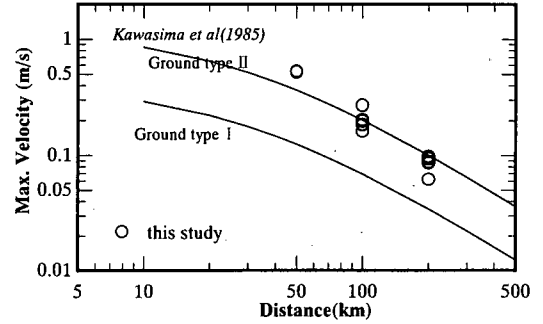
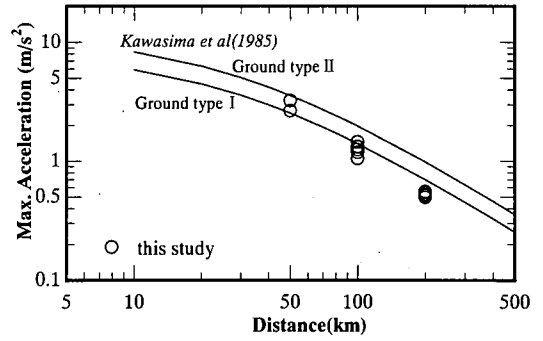


(c) M8,  $\Delta=50\text{km}$

**Fig.12** Simulated wave for each scale factor  $j$  using the attenuation relationships (M8)

- ④ 振動数領域  $\{f | 2^{j-1}/T \leq f \leq 2^j/T\}$  で振幅 1 それ以外で 0 となるような振幅  $F_j(\omega)$  と上で計算された  $\phi_j(\omega)$  をもちいて波形  $f_j'(t)$  を合成する。
- ⑤  $f_j'(t)$  の逆 FFT により、位相  $\phi_j'(\omega)$  を求める
- ⑥ この位相スペクトル  $\phi_j'(\omega)$  を用いて提案理論によりウェーブレット係数  $\bar{a}_{jk}$  を算定する。
- ⑦ パワー  $\lambda^{(j)}$  の回帰式を用いて  $a_{j0}$  を求め、⑥ で求めたウェーブレット係数  $\bar{a}_{jk}$  を補正して、 $a_{jk}$  とする。
- ⑧ 逆ウェーブレット変換により波形  $f_j(t)$  を合成
- ⑨ 必要な振動数領域に対する  $j$  について波形  $f_j(t)$  を重ね合わせて最終的な地震波形を得る。

2章で展開した理論を用いれば、位相スペクトルが与えられると、ただちにウェーブレット係数  $a_{jk}$  が求められるはずである。したがって、上記のステップでは④と⑤のステップは余分のように見える。しかしな



**Fig.13** Maximum value of acceleration and velocity of simulated waves compared with M- $\Delta$  relation (Kawashima *et al*)

がら、このステップを入れておかないと波形のシミュレーションがうまく行かない。これは、振動数領域  $\{2/3T < f < 2^{j-1}/T\}$  と  $\{2^j/T < f < 2^{j+1}/3T\}$  において、隣合うスケールファクターの間でフーリエ振幅も位相も重なり合っているからである。ステップ④と⑤の操作は、これらの振動数領域でのフーリエ振幅をゼロとすることにより、重なり合う現象を避けている。

## (2) 合成例

提案する方法を用いて、以下の条件の地震動波形を合成する。

- M=8,  $\Delta=50(\text{km})$
- M=8,  $\Delta=100(\text{km})$
- M=8,  $\Delta=200(\text{km})$

乱数を用いるので乱数セットにより結果は異なるが、**Fig.11** と **Fig.12** に結果の一例を示す。**Fig.11** は耐震設計上、重要と思われる振動数帯域について各成分波を図示したもので、**Fig.12** は各  $j$  の波形を重ね合わせたものである。

**Fig.11(a)** を見ると、長周期成分になるほど、波群の重心的位置が遅れる傾向があることが分かる。さらに、継続時間(分散)も大きくなっている。これは、群遅延時間の平均値  $\mu_{igr}^{(j)}(\omega)$  と標準偏差  $\sigma_{igr}^{(j)}(\omega)$  が長周期成分ほど大きい<sup>22)</sup> ことを反映した結果である。長周期成

分ほど分散性を持つ表面波成分の影響が卓越し、その特性が現れたものであると考えられる。これは(b)(c)に共通である。また、同じスケールファクター $j$ でも、距離 $\Delta$ が大きいほどその重心的位置が遅れている。これは $\mu_{gr}^{(j)}(\omega)$ が距離 $\Delta$ とともに大きくなるという特性を反映した結果であり、伝播経路特性が長くなると波群の到達時間が遅れることを表している。Fig.12を見ると、震央距離が増加するに伴って加速度振幅が減衰するとともに、波形の重心的な位置が遅れ、継続時間も伸びている。さらに、表面波などの影響を含むと考えられる長周期成分が主要動よりも遅れて出現する傾向が分かる。

### (3) 考察

上記の合成波形の有効性を検証するために、Fig.13に本手法で得られた地震波形の最大加速度と最大速度の距離減衰特性を、既往の結果と比較しながら図示する。ここでは川島らの結果<sup>10)</sup>と比較する。距離減衰式としては、等価震源距離<sup>11)</sup>や最短距離<sup>12)</sup>などを用いたものも提案されているが、本研究で用いている距離は震央距離であるので、川島らの結果<sup>10)</sup>と比較している。なお、同じマグニチュード $M$ と距離 $\Delta$ の条件でプロットが複数あるのは、乱数セットを変化させたからである。各ケースとも5個の乱数セットを用いている( $\Delta=50\text{km}$ の場合のみ2ケース)。最大加速度は距離の長い領域で川島らの結果よりも過小に評価し、最大速度は過大に評価する傾向があるが、概ね調和的な結果が得られている。

ただし、本研究では、震源域での飽和項を式(33)で取り入れていないので、距離が非常に短い場合には過大に評価する可能性はある<sup>11), 12)</sup>。

## 6. まとめ

本論文では、ウェーブレット変換の考え方を利用して、位相スペクトルに準拠した模擬地震動をシミュレーションするための方法論を示した。得られた成果をまとめると以下のようである。

- (1) Mayerのウェーブレットを用いると、分解された地震は振動数領域のコンパクトサポート上で定義できるので(分解波のフーリエスペクトルがある特定の振動数帯域でのみ値を持つ)、分解波のウェーブレット係数の相対的な値がこのコンパクトサポート上での位相スペクトルから一義的に決定できることを明らかにした。
- (2)コンパクトサポート上で分解波の2乗積分値が与えられれば、ウェーブレット係数の絶対的な大きさが

決定できるので、ウェーブレット逆変換を用いて分解波を再合成できることを示した。さらに、再合成された分解波を重ね合わせるにより観測波が再合成できることも明らかにした。

- (3)三陸はるか沖地震(1995)での実観測波形を例にして、この考え方の精度を検証した。
- (4)分解波の群遅延時間の平均値と標準偏差、ならびに2乗積分値を地震のマグニチュードと震央距離の関数とする回帰式を作成した。
- (5)この回帰式を用いて分解波の群遅延時間をシミュレートし、それを振動数で積分することにより位相スペクトルを求め、位相準拠の模擬地震波形を合成できることを示した。
- (6)既往の最大加速度や速度の距離減衰特性と比較することにより、模擬地震波形の妥当性を検証した。

## 参考文献

- 1) 土木学会：土木構造物の耐震基準等に関する提言(第2次提言)，1996。
- 2) 鉄道施設耐震構造検討委員会：新しい耐震構造のあり方に関する基本的な考え方，1998。
- 3) 大阪府土木部：大阪府土木構造物耐震対策検討委員会報告書，1997。
- 4) 土岐憲三：地震動のシミュレーションとその応用，京大大学防災研究所年報第11号A，pp.291-303，1968。
- 5) 亀田弘行：強震地震動の非定常パワースペクトルの算出法に関する一考察，土木学会論文報告集，第235号，pp.55-62，1977。
- 6) 後藤尚男，亀田弘行，杉戸真太：非定常強震地震動の統計的予測モデル，土木学会論文報告集，第286号，pp.37-51，1979。
- 7) Jennings, P. C., Housner, G. W. and Tsai, N. C. : Simulated earthquake motions, E.E.R.L., Pasadena, 1968。
- 8) 大崎順彦：原子力発電所設計用の基準地震動評価に関するガイドライン、主として大崎スペクトルについて、ORI研究報告 84-01, 1984。
- 9) 小林啓美，長橋純男：地表で観測された地動の周期特性から求めた地盤の増幅特性と地震基盤における地震動，日本建築学会論文報告集，Vol.240, pp.79-91, 1976。
- 10) 川島一彦，相沢興，高橋和之：最大地震動および地震応答スペクトルの距離減衰式，土木研究所報告，第166号，1985。
- 11) 武村雅之，池浦友則，大野 晋，太田外気晴：距離減衰式を用いた震源近傍での強震動の評価法，第21回地震工学研究発表会，pp.25-28, 1991。
- 12) 福島美光：地震波の発生・伝播の理論を背景とした入力地震動の経験的予測，ORI研究報告，93-07, 1993。

- 13) Joyner, W. and Boore, D. M. : Peak horizontal acceleration and velocity from strong-motion records including records from 1979 Imperial Valley, California, earthquake, *Bulletin of Seismological Society of America*, Vol.71, pp.2011-2038, 1981.
- 14) 大野 晋, 武村雅之, 小林義尚: 観測記録から求めた震源近傍における強震動の方向性, 第 10 回日本地震工学シンポジウム, pp.133-138, 1998.
- 15) 大崎順彦: 原子力発電所設計用の基準地震動評価に関するガイドライン, 主として大崎スペクトルについて, ORI 研究報告 84-01, 1984.
- 16) 荒川直士, 川島一彦, 相沢興: 応答スペクトル特性を調整した時刻歴地震応答解析用入力地震動波形, 土木技術資料, 第 26 巻, 第 7 号, 1984.
- 17) 大崎順彦, 岩崎良二, 大川 出, 雅尾 享: 地震波の位相特性とその応用に関する研究, 第 5 回日本地震工学シンポジウム, pp.201-208, 1978.
- 18) 和泉正哲, 勝倉 裕: 地震動の位相情報に関する基礎的研究, 日本建築学会構造系論文集, 第 327 号, pp.20-26, 1983.
- 19) 沢田 勉, 永江正広, 平尾 潔: 位相差分による地震動継続時間の定義とその統計解析, 土木学会論文集, 第 368 号/I-5, pp.373-382, 1986.
- 20) 石井 透, 渡辺孝英: 地震動の位相特性と地震のマグニチュード・震源距離・深さの関係, 日本建築学会学術講演会梗概集, pp.385-386, 1987.
- 21) 佐藤智美, 植竹富一, 菅原良次: 群遅延時間を用いた長周期地震動の経験的経時特性モデルに関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第 493 号, pp.31-39, 1997.
- 22) 佐藤忠信, 室野剛隆, 西村昭彦: 観測波を用いた地震動の位相スペクトルのモデル化, 土木学会論文集, No.640/I-50, pp.119-130, 2000.
- 23) 佐藤忠信, 室野剛隆, 西村昭彦: 震源・伝播・地点特性を考慮した地震動の位相スペクトルのモデル化, 土木学会論文集, No.612/I-46, pp.201-213, 1999.
- 24) 佐々木文夫, 前田達哉, 山田道夫: ウェーブレット変換を用いた時系列データの解析, 構造工学論文集, Vol.38B, 1992.
- 25) Meyer, Y. *Orthonormal Wavelets in Wavelets*, Springer, pp.21-27, 1989.

(2000.2.21 受付)

## SIMULATION OF EARTHQUAKE MOTION USING PHASE INFORMATION OF EARTHQUAKE MOTION

Tadanobu SATO and Yoshitaka MURONO

To simulate earthquake motions not only amplitude but phase information is essential. We developed the method that can simulate earthquake ground motions using phase information of earthquake motions. For the case of using Mayer's analyzing wavelet, we show that wavelet coefficients can be determined directly from a phase spectrum of earthquake motion. The efficiency of developed method to simulate phase spectrum compatible earthquake motion is demonstrated by using an observed earthquake motion at Morioka station during the 1994 Off-Sanriku earthquake. An empirical model to simulate phase spectra is also introduced and the developed method is applied to simulate stochastic earthquake motions using simulated phase spectra.