

水～土連成計算を用いた砂杭拡径による 砂地盤の締固めメカニズムの一考察

野田 利弘¹・高稲 敏浩²・高木 健次³・野津 光夫⁴

¹正会員 工博 名古屋大学大学院助教授 工学研究科地圏環境工学専攻 (〒464-8603 名古屋市中種区不老町)

²正会員 工博 株式会社浅沼組 技術研究所 (〒569-0034 大阪府高槻市大塚町3-24-1)

³正会員 東邦ガス株式会社 知多緑浜工場建設部 (〒478-0000 愛知県知多市緑浜町1)

⁴正会員 工博 不動建設株式会社 ジョ・エン지니어リング事業本部 (〒110-0016 東京都台東区台東1-2-1)

砂質地盤の液状化対策には、「振動」を使う締固め工法の他、「振動」を与えることなく、砂杭拡径のみによって地盤を締固める工法が開発され、現場ではその有効性が確認されている。しかし、側圧一定三軸圧縮試験での密な砂の吸水挙動のように、砂を静かに締固めることは困難であると考えられる。そこで本研究では、水～土連成有限変形計算により、砂杭造成過程も考慮しながら比較的締まった砂地盤の円筒拡径による締固めのメカニズムと特性について調べた。その結果、主に次のメカニズムが明らかになった。(1)拡径に対し、拡径近傍の砂要素は有効応力径路が総じて限界状態線下側で上昇し、負のダイレイタンスによって締まる。(2)砂杭およびケーシングパイプが地盤から受ける鉛直上向き摩擦力は、段階的な造成により発生が小さく抑えられ、しかもケーシングの引抜きに伴う除荷によって蓄積されない。

Key Words: *cam-clay model, finite element method, liquefaction, comparatively dense sand, soil improvement, sand compaction pile, soil-water coupled system, subloading yield surface concept*

1. 序論

砂質地盤の液状化対策には、従来から締固め工法がもっとも多く用いられ、なかでもサンドコンパクションパイル(以下SCPと呼ぶ)工法が多く採用されている。SCP工法では、パイプロハンマを用いて「振動」を与えながら、ケーシングパイプを所定の深度まで鉛直に貫入し、その後、引抜き・打戻しを地表面まで順次繰り返す。これによって、周辺地盤を押し広げ、ケーシング径よりも大きな砂杭を造成する。しかし近年、市街地や重要構造物が隣接する臨海地域では、振動・騒音を避けるため、SCP工法に替わって、砂杭拡径のみを行い、砂質地盤を静的に締める工法が開発されている¹⁾。この工法では、まずパイプロハンマを用いずに、静かに所定の位置までケーシングパイプを回転させながら鉛直に挿入する。その後ケーシングパイプを引き抜きつつ、地盤下部から砂を排出し、ケーシングパイプを打ち戻して拡径しながら、地表面まで砂杭を造成する。この工法はSCP工法に比べ砂杭造成に時間がかかるが、実際にやってみ

ると、砂杭周辺の半径1～2mの局所的には大変よく効果がある一方、少し離れた隣接地には、変位その他の影響が小さい。このことも隣接構造物を伴う都市土木に歓迎される理由となっている。

ところで、通常程度あるいは比較的締まった砂質地盤は、過圧密の状態にあると言える。初期状態が超過圧密な土を側圧一定で排水三軸圧縮試験を行うと、図-1のように、過圧密土はせん断変形によって正のダイレイタンスを伴って、限界状態線の上側で膨張を伴う軟化²⁾を示す。このため、上で述べた「砂杭拡径」は周辺土に大きなせん断変形を与えるので、「締固めでは、周辺の砂は圧縮せずに膨張し、すなわち弛むのではないか」と考えられがちである。しかしせん断変形によって弛むのは、あくまでも側圧一定の三軸圧縮試験のような限界状態線の上側を有効応力径路が走る場合であって、地盤内に円筒拡径の境界条件を与えるとき、土の有効応力径路が限界状態線の上側を行くか下側を行くかは分からない。また、実務で編み出されたこの工法では、1本当たりの砂杭造成に要する時間が25～40分程度であるが、なぜこの拡径

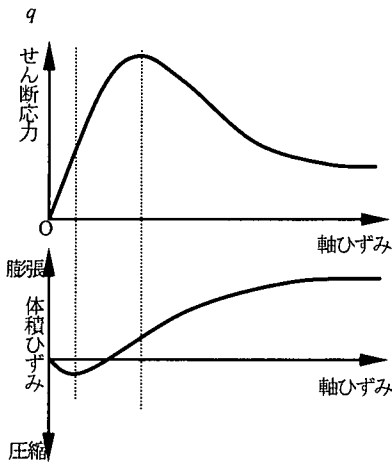


図-1 排水三軸圧縮試験時の密な砂の挙動

速度が適切であるのか、そのメカニズムも分からない。
 そこで、本論文では、密な砂などの過圧密土のダイレイタンシー挙動を記述する、下負荷面^{3),4)}カムクレイモデル^{5),6),7)}を構成式に用いた水→土連成計算^{2),7)}で、地盤に円筒拡張の境界条件を与える^{8),9),10)}。これにより、ある程度締まっている砂質地盤でも、なおも締固め効果が得られるメカニズムについて調べる。このとき、締固めのメカニズムを理解し易くするために、地盤の円筒拡張には、側方から一様な強制水平変位を与える場合¹¹⁾と、下からの段階的な円筒拡張・除荷により実際の砂杭造成過程を考慮した場合の比較を行う。また、拡張速度・杭間が地盤の締固め特性に与える影響についても言及する。

2. 「一様拡張」による密な砂質地盤の締固めメカニズムの検討

(1) 計算方法

本章では、まず極めて簡単な円筒拡張の境界条件を考え、密な砂質地盤の締固めメカニズムを検討する。

図-2 に示すような拡張による締固め工法の施工実績を考慮して、半径 20cm のケーシングを用いて層厚 12m の砂地盤を砂杭で半径 20cm から半径 35cm まで拡張し、杭間隔 2m (置換率 12%) で長さ 12m の砂杭を 15 分で造成する場合を想定する。実施工では隣り合う砂杭が同時に造成されることはないが、ここでは同時に行われるとし、図-3 に示すように、軸対称条件で円筒拡張を与えた。なお、要素数は縦 30 要素、横 10 要素である。また、実施工では砂杭拡張が地盤深部より地表面に向かって順次行われるが、本章の計算では、まず円筒拡張の境界条件に起因する締固めメカニズムを明らかにするため、一様な強制水平変位によって円筒拡張を行う。以下では、単

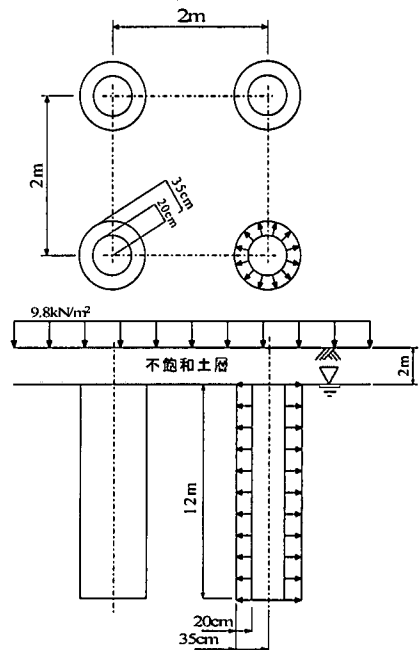


図-2 拡張による砂杭造成

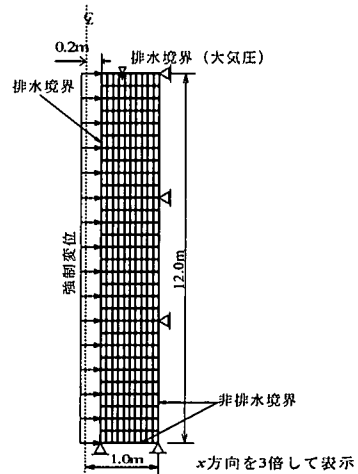


図-3 有限要素メッシュと境界条件

に「一様拡張」と呼ぶことにする。このとき、15cm の拡張時間が 15 分となるように拡張速度を 0.01m/min とした。また、拡張がなされる面の鉛直変位では砂杭と地盤の相互作用を考慮していない。水に関する境界条件は、地表面で水圧がゼロ、砂杭と砂地盤の境界部に相当する部分で静水圧が作用しているものとした。

(2) 砂地盤の初期条件

序論で述べたように通常程度に締まった砂を過圧密土とみなし、過圧密土のダイレイタンシー挙動をうまく表

表-1 土質定数

圧縮指数 $\tilde{\lambda}$	0.101
膨潤指数 $\tilde{\kappa}$	0.0065
限界状態定数 M	1.40
ポアソン比 ν	0.30
透水係数 $k(\text{m}/\text{sec})$	1.32×10^{-5}
土粒子の密度 (g/cm^3)	2.65
$p=98(\text{kN}/\text{m}^2)$ の比体積 N	1.88
正規圧密土化係数 ν_2	10.0
初期過圧密比	4.2

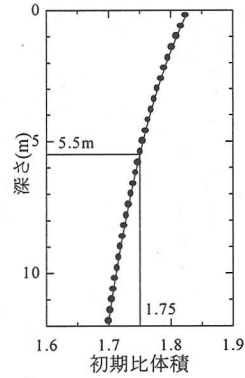


図-4 初期比体積分布

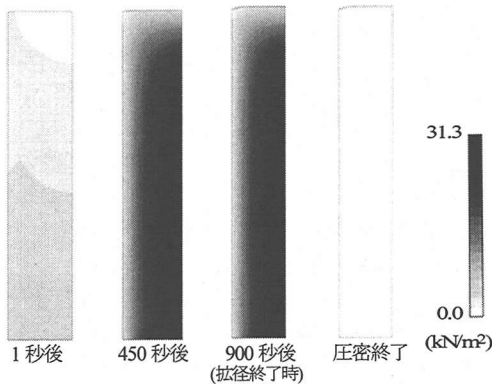


図-5 過剰間隙水圧分布

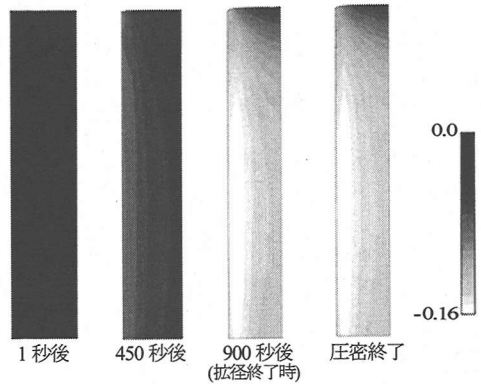


図-6 比体積変化分布

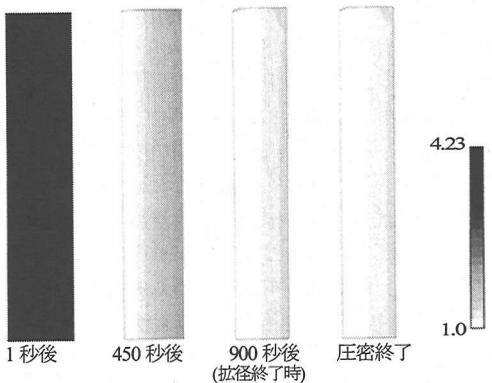


図-7 過圧密比分布

この上載圧と砂の自重から地盤内の応力、比体積などを決定している¹²⁾(付録2参照)。なお、側方応力の鉛直応力に対する初期側圧係数は1.0を仮定している。また過圧密比は、地表面から7.5m深さにおいて比体積1.75となるように過圧密比を4.2と決定し、地盤内全域で様に与えている。その結果、初期の地盤は深さ方向に、図-4に示す比体積分布をしている。また、初期間隙水圧は静水圧分布をしている。

(3) 締固めのメカニズム

以下に計算結果を示しながら、締固めメカニズムを検討する。まず、一定間隔で造成される砂杭と砂杭の間の地盤で得られた初期状態からの平均的な比体積変化について述べる。拡張速度0.01m/minで拡張したときの、地盤全体の比体積の減少は0.13で、地表面の最大隆起(盤ぶくれ)量は12.5cmとなり実際の施工実績(例えば、文献13))と比較してみても同程度の値を示している。

次に過剰間隙水圧分布、地盤の初期状態からの比体積変化分布ならびに過圧密比分布の推移をそれぞれ図-5~図-7に示す。この拡張速度の場合は、拡張終了時に過剰間隙水圧はまだ残っているものの、450秒以降拡張中にもかかわらず、過剰間隙水圧にほとんど変化はなく、地

現する下負荷面カムクレイモデル(付録1)²⁾を密あるいは比較的締まった砂の構成式として用いる。計算に用いた砂の土質定数は表-1に示すが、野間砂の圧縮指数 $\tilde{\lambda}$ 、膨潤指数 $\tilde{\kappa}$ と、ポアソン比 ν を0.3と仮定し、これらの弾塑性パラメータから決定される静止土圧係数 K_0 ¹²⁾が1.0となるように限界状態定数Mの値を決定した。地盤の初期状態は、図-3の上端に不飽和土層2m分相当の32.4kN/m²とサンドマット0.5m分相当の9.8kN/m²合計42.2kN/m²の等分布荷重が鉛直に作用しているとして、

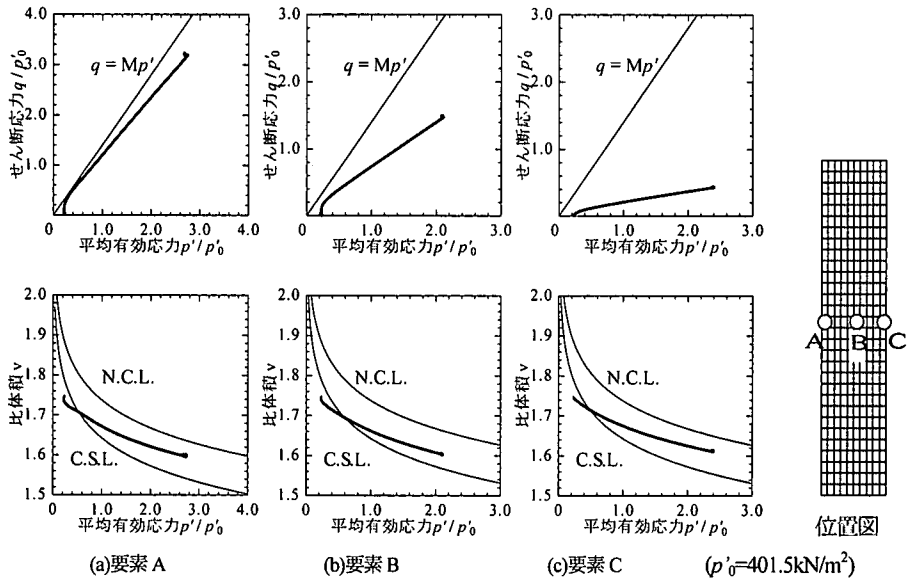


図-8 代表的な砂要素の挙動

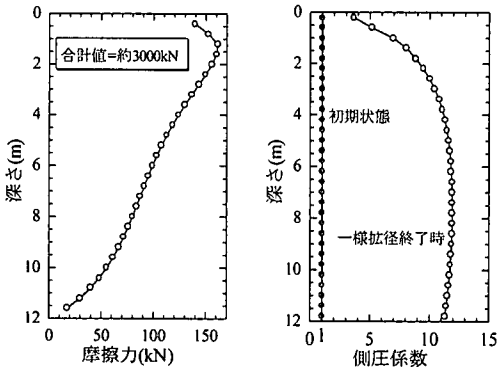


図-9 深さ～摩擦力分布 図-10 深さ～側圧係数分布

盤が深部ほど密になって締まっている。過圧密比は拡張終了時にすでに全域で1となっており正規圧密土化している。

このときの代表的な土要素の有効応力径路を図-8(a)～(c)に示す。地盤の上部や砂杭周面の一部ではせん断初期に有効応力径路が限界状態線の上側を走る場合があるが、これらの砂要素のように、ほとんどの砂要素は限界状態線の下側でせん断応力、平均有効応力が上昇し、このため砂質地盤は拡張変位に対し、圧縮硬化している(せん断に伴う負のダイレイタンス)。序論でも述べたが、一般に密な砂の排水三軸試験でみられる挙動とは大きく異なっていて、砂質地盤の拡張による締固めの実施工では、うまい具合に以上のような有効応力径路を地盤に与えることで締固め効果を得ていることが予想される。

(4) 砂杭が地盤から受ける摩擦力和側圧係数の変化

図-9に、一様拡張終了時での、砂杭が地盤から受ける周面摩擦力分布を各有限要素節点の等価節点力で示す。摩擦力は有効拘束圧の小さい地盤上部で大きく、深部で小さくなっている。また、周面摩擦力の合計は約3000kNと膨大な大きさで、その摩擦力の反力となりうる施工機械の重量は最大でも1000～1200kN前後のものを使用することを考えれば、この値は大き過ぎることがわかる。

図-10に、隣り合う杭と杭の中間に相当する位置、すなわち、図-3の右端境界における深さ方向の側圧係数の分布を示す。拡張による締固めによって、側圧係数の初期値1から増大して最大で約12となっていて、現場で約2程度と観測されることに比べて極めて大きく、現実的でないことがわかる。

以上から、次章では杭周面摩擦力和側圧係数に特に着目しながら、実際の拡張過程により近づけて計算を行う。

3. 「順次拡張」による密な砂質地盤の締固めメカニズムの検討

(1) 計算方法

実施工においては、地盤の深部より地表面に向かうケーシングの引き抜き～打ち戻し過程によって、砂杭拡張が順次行われる。また、拡張によって地盤は盛り上がるため、地盤と砂杭あるいはケーシングパイプとの間に摩擦力が発生するが、ケーシングパイプが回転しながら引き抜かれる際に、発生した摩擦力は低減される

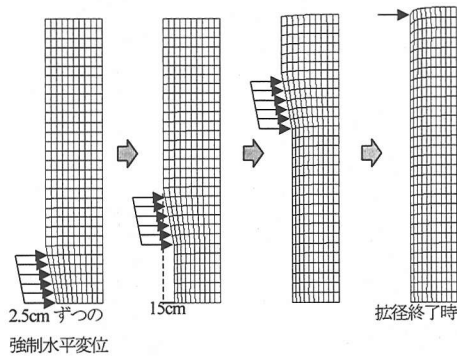


図-11 順次拡張の方法

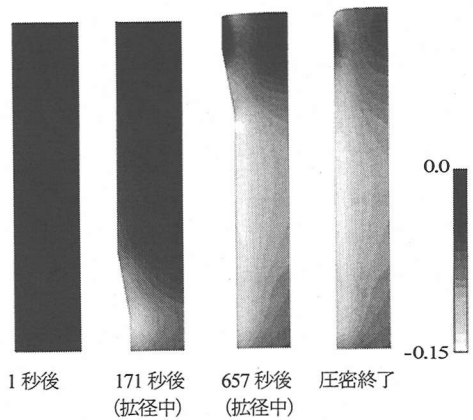


図-12 比体積変化分布

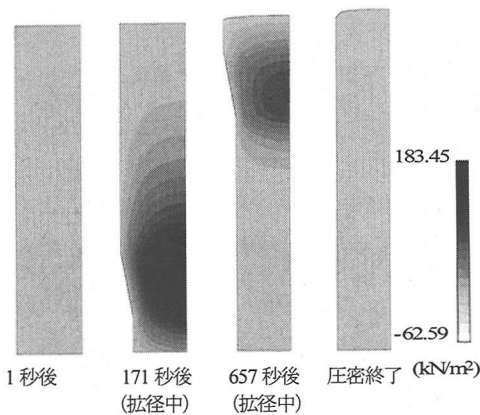


図-13 過剰間隙水圧分布

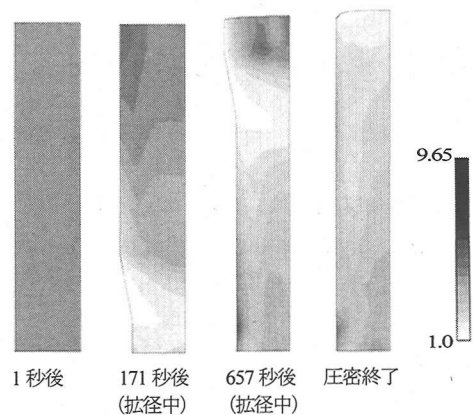


図-14 過圧密比分布

と考えられる。そこで、本章では順次拡張とケーシングパイプの引き抜きでは、拡張中に発生した摩擦力が除荷されるものと考え、次に示す境界条件を与え計算を行う(図-11)。以下ではこの拡張を単に「順次拡張」と呼ぶことにする。なお、有限要素メッシュ図は図-3と同じである。

- 1) 地盤最深部の左側下端の節点を、一定時間で右側水平に2.5cmの強制変位を与える。このときその節点以外の左端全節点の鉛直変位と拡張部の側方変位は固定のままである。次に、この節点と1つ上の節点とを同時に水平に強制変位させる。この方法で、上の節点へ順に6回の強制変位を定率で与えると、下から6節点分が側方に移動し、一番下の節点が側方に15cm (=2.5cm×6回) 拡張することになる。これを1段階の拡張とする。
- 2) 1)によって、1段階の拡張終了後、ケーシング引抜きを想定して、拡張により砂杭及びケーシングと地盤間に生じる(鉛直方向の)摩擦力を「除荷」する。すなわち、鉛直方向は、1)での変位境界条件から荷重境界条件にすると同時に、地盤が受けていた鉛直方向の力

を逆向きに作用させる。以後、1)で各節点が15cm拡張される段間毎に毎回除荷計算を行う。

- 3) 1), 2)の過程を地盤上部(地表面)まで繰り返せば(計36段階)、拡張が終了となるが、拡張中には地盤内部で過剰間隙水圧が発生するので、最後に地盤内に残留する過剰間隙水圧が消散するまで圧密放置させる。

また、ここでも下から上まで15cm拡張して砂杭1本造成するのに必要な総時間で除したものを、拡張速度とすることができる。本章では、2章と同様、1本造成するのに15分とし、1)の1段階当たりの拡張時間を15秒、2)の除荷には12秒とした。これによりある部分が15cm拡張するのに必要な時間は90秒となる。

(2) 締固めのメカニズム

順次拡張ではこの拡張速度での地盤全体の比体積減少が0.09で、地表面の最大隆起量は46cmとなり、全域一様拡張の場合の比体積減少0.13、あるいは最大隆起量12.5cmと比べると、やや締固め効果は小さくなり隆起量

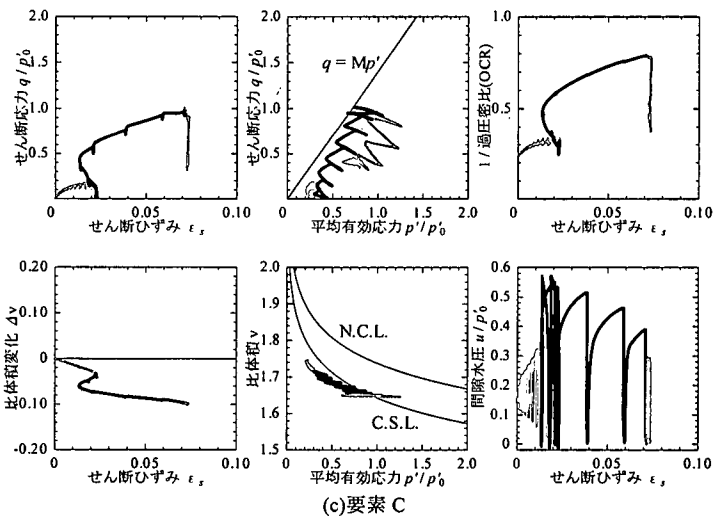
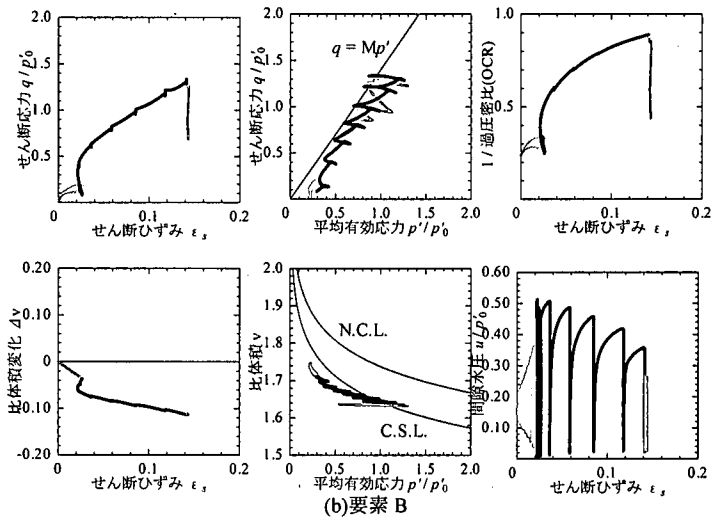
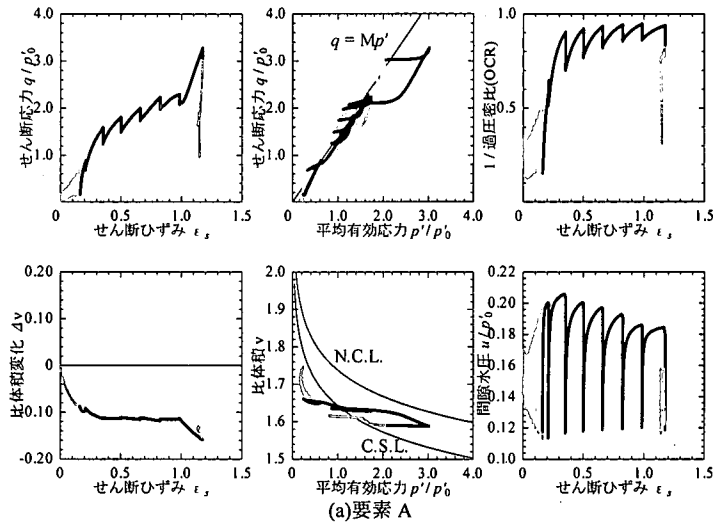


図-15 代表的な砂要素の挙動

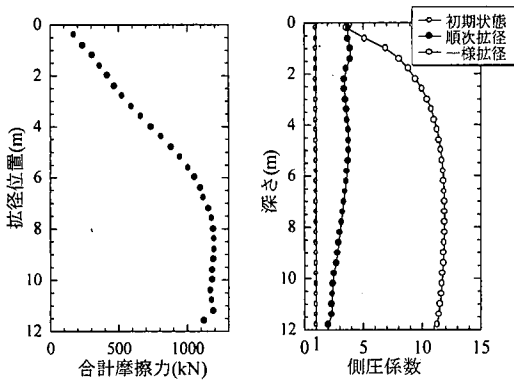


図-16 拡張位置～合計摩擦力

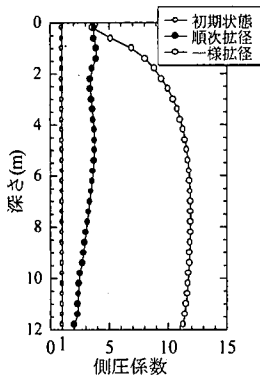


図-17 深さ～側圧係数

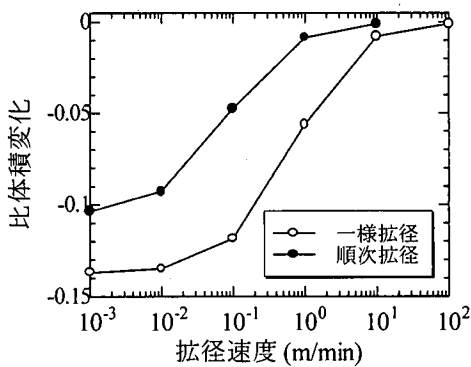


図-18 比体積変化～拡張速度

が大きくなった。これは、「除荷」によるものである。

次に、地盤の初期状態からの比体積変化分布、過剰間隙水圧分布ならびに過圧密比分布の推移をそれぞれ図-12～図-14に示す。図-5～図-7と同様の傾向にあるが、いずれの分布も、下から拡張するにつれて、変化が地盤深部から現れ、上部へと広がっているが、各段階の拡張時と除荷時、あるいは拡張終了直後とその圧密放置後ではほとんど変化がない。比体積変化分布は、拡張終了時、地盤中央部の左端の比体積は約0.15も減少しており、砂杭拡張によって砂杭周辺で比体積が大きく減少してより地盤が締固められたことがうかがえる。次に、過剰間隙水圧分布であるが、強制変位を与えている地点の右端の部分で、拡張時に最大過剰間隙水圧が約184kN/m²発生し、一方、除荷時には負の過剰間隙水圧が約-63 kN/m²発生している。そして、拡張が上部へ移るにしたがって、拡張部分周辺の過剰間隙水圧は小さくなる。最後に過圧密比分布は、地盤は初期にあった過圧密比4.2が、拡張部周辺の地盤が拡張によって減少し、正規圧密土化(過圧密比が1)している。しかし、除荷により拡張部の上方で過圧密比が増加する。拡張終了時には、上部が正規圧密土化しているが、深部が除荷により若干過圧密状態になっている。

このときの代表的な土要素の有効応力径路を図-15(a)～(c)に示す。なお、図中の濃い線は当該砂要素もしくは同じ深さにある砂要素が強制変位を受けている間の挙動を示す。地盤の拡張過程でみると、砂要素が強制変位を受けていない間は、せん断応力、平均有効応力、せん断ひずみ、比体積、過圧密比にさほど変化はなく、間隙水圧は徐々に振幅が大きくなっていることが分かる。一方、強制変位を受ける間は急激な応答が現れる。有効応力径路を見ると、主に限界状態線より下側において挙動し、最初の拡張でせん断応力が増加するが、次の除荷によって減少する。この除荷時に過剰間隙水圧は消散する。

そして、再拡張ではせん断応力が前の拡張時より増加

する。この拡張・除荷を繰り返しながら、砂地盤は圧縮硬化により比体積は大きく減少する。さらに、拡張が過ぎ去ると、せん断応力、平均有効応力は小さくなって総じて限界状態線の下側に位置し、比体積は砂杭に近い要素Aで若干増え、過圧密比が大きくなるが、要素B、Cではほとんど変化しない。間隙水圧は最終的には初期状態に戻る。

これらの典型的な砂要素の応答のように、また一樣拡張時と同様、ほとんどの砂要素が限界状態線の下側に有効応力径路が上昇し、深部付近では、特に大きく圧縮硬化するため比体積が減少する。そして、除荷時すなわち、ケーシング引抜き時には、弾性膨潤のため、うまい具合に体積がほとんど変化しない。実施工では比較的締まった砂地盤にこのような有効応力径路が与えられるため、締固めが期待できるものと考えられる。

(3) 砂杭とケーシングが地盤から受ける摩擦力と側圧係数の変化

図-16に順次拡張の合計摩擦力～拡張位置の関係を示す。ここに、拡張位置は側方から強制変位を受けている位置を指し、合計摩擦力はその位置での拡張時に砂杭(拡張部も含む)とケーシング部が地盤から上向きに受ける周面摩擦力の合計値を表す。順次拡張では最大1200kNで、図-9に示した一樣拡張の場合の約3分の1となっていて、その反力になりうる施工機械の重量1000～1200kNに近づく。このことから、一度に拡張する砂杭の造成交量(一回の引抜き～打戻しの高さ)を小さくすると、押し込み力も小さくすむことが分かる。また、一樣拡張の場合と異なり、深部の拡張ほど力が要することも分かる。

次に図-17に、一樣拡張時の結果(図-10)と合わせて、3)の段階後の、杭芯から最も遠い位置(杭間中央部)における側圧係数と地盤の深さ方向の関係図を示す。これを見ると、初期に等方応力状態 $K_0=1$ であったものが、一樣拡張の場合と比べて、順次拡張では、地盤全体で2

表-2 拡径速度と最大地盤の隆起量

拡径速度(m/min)	最大隆起量(m)	比体積変化
0.001	0.358	-0.104
0.010	0.457	-0.093
0.100	0.813	-0.047
1.000	1.129	-0.008
10.00	1.199	-0.0008

～4 となり、これも現場での計測データ¹⁴⁾に近くなる。

以上から、実施工においては、①砂杭を地盤深部より段階的に、そして細かく（約 20cm 毎）造成するのは、拡径時に上向きに作用する摩擦力を施工機械の押し込み力以下にしているからであり、また、②この摩擦力が蓄積されていないのは、拡径後のケーシングの引抜きに伴う「除荷」によるものであると考えられる。

4. 砂質地盤の締固め特性

(1) 拡径（載荷）速度効果

砂質地盤であっても間隙が水で飽和している場合を考えているので、砂要素が受ける有効応力径路は、載荷速度と透水係数に応じて変化する。つまり、必ずしも拡径によって前節と同じような応力径路を地盤に与えることができるとは限らない。そこで、透水係数を一定のまま、拡径速度を変えてその影響を調べた。なお、地盤の初期条件・境界条件など、拡径速度以外の条件はこれまでと同様である。図-18 に拡径後に過剰間隙水圧がすべて消散したときの最終的な地盤の比体積変化を、横軸に拡径速度を取って示す。なお、順次拡径に加えて一様拡径の場合も併せて示している。また表-2 に、順次拡径の場合の載荷速度とそのときの地盤の最大隆起量を示す。この図と表から砂杭間隔が2mで、拡径を半径20cmから35cmまで行うときは、拡径速度が0.1m/min から10m/minの間で締固め効果が急変し、「水～土連成の効果」が表われている。この図から、本論文で設定したような地盤であれば、実施工で用いられるような拡径速度 0.01m/min では締固め効果が得られやすく、これよりも拡径が速すぎるときは、砂といえども非排水挙動に近づき、拡径中の締固め効果が得られないだけでなく、大きな正の過剰間隙水圧の発生と地盤地表面の1mを越える隆起が生じてしまう。以上のことは、施工機械の技術革新により施工速度が上昇すると、かえって地盤の締固め効果は若干減少する場合があることも表している。

また、一様拡径との比較では、順次拡径時の締固め効果のS字型カーブがより左上に移動する。これは各段階

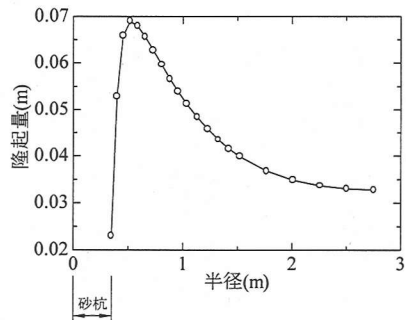


図-19 拡径終了時の地表隆起量

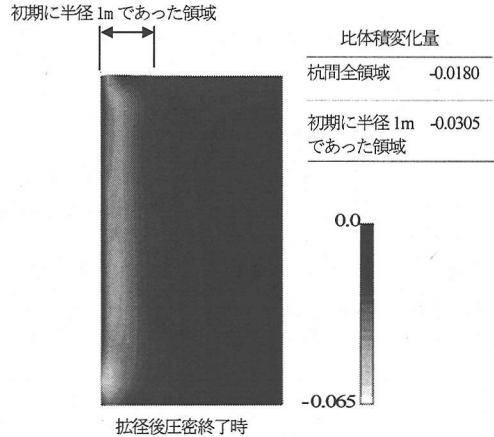


図-20 比体積変化分布

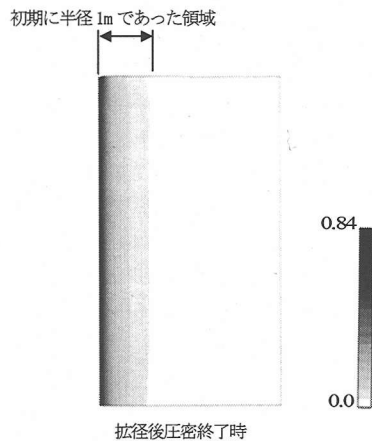


図-21 せん断ひずみ分布

で除荷時の僅かな間隙比増加が蓄積されたことに加え、一様拡径と順次拡径とが仕上がりに要する時間は同じでも、順次拡径の各拡径は、一様拡径の場合よりも速いため左にS字型カーブが移動した。

(2) 杭間隔・改良率と締固め効果

ここでは、杭間を6mに変えて、砂地盤の締固め効果

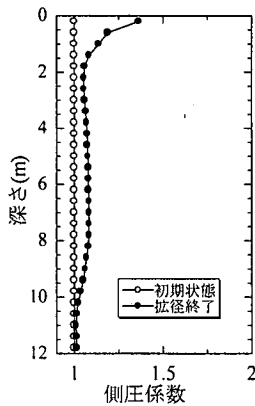


図-22 深さ～側圧関係

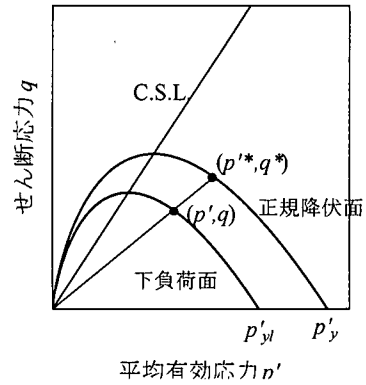


図-A1 下負荷面と正規降伏面

の違いを調べる。拡張量、拡張速度(0.01m/min)とも前節までと同じである。この計算では、図-3に示した有限要素メッシュに要素を横方向に追加している。計算結果として、図-19に拡張終了時の地表隆起量を、図-20と図-21にそれぞれ比体積とせん断ひずみ分布を示す。図-20中には、杭間全域で拡張終了時の比体積変化を計算したものと杭芯から半径1mの領域のみの比体積変化を計算したものを表示している。杭間が広がると地盤全体では比体積減少が0.018と締固め効果はなくなってしまう。しかし、初期に半径1mであった領域だけの比体積をみると0.03の減少が生じ、一方で、最も杭芯から離れた半径2m～3mの領域では0.006である。つまり、杭間隔を大きくすると、充分な改良効果を得ることができず、それは、たとえ杭周辺1m部分であってもほとんど同じである。しかし、このことは、逆に半径1m以遠への影響が少なく、杭芯を隣地境界から3mも離せば、隣地に影響をあたえることがなく施工が可能で、都市部での改良工法として有効であることがわかる。このことは、図-20と図-21から明らかである。

また、このときの杭間隔と、杭間中央(すなわち、図-3における右端)の深さ方向に対する側圧係数の関係を図-22に示す。杭間隔が広がると、側圧係数の増加が見られなくなることが分かる。

以上から、砂杭間隔、砂注入量、拡張速度には一連の関係があり、経済的で迅速な施工のために最適な組み合わせが存在することがわかる。つまり、現場と対応を計りながらさらに研究を進めれば、合理的な設計に繋がるものと考えられる。

5. 結論

比較的締まったあるいは密な砂を過圧密土と捉え、下

負荷面カムクレイモデルを用いた水～土連成有限変形計算を行うことにより、飽和した密な砂質地盤における砂杭拡張による締固めのメカニズムと諸特性について調べた。ここでは、最も簡単な締固めの境界条件を砂質地盤に設定した。以下に得られた知見を示す。

- (1) 拡張により砂杭を造成する砂質地盤の改良では、砂は密であっても正のダイレイタンスーによって膨張することなく、負のダイレイタンスー(有効応力径路が限界状態線の下側を走って圧縮硬化すること)によって、地盤は締まる。
- (2) 本解析によって、実施工で砂杭を地盤深部より高さ約20cmずつ細かく造成することが、拡張時に砂杭(拡張部も含む)とケーシング部が地盤から上向きに受ける合計摩擦力を小さく抑え、さらには拡張後のケーシングの引抜きに伴う「除荷」により摩擦力を蓄積させないことが分かった。
- (3) 地盤の拡張速度と比体積変化との間には載荷速度効果が存在し、砂質地盤の締固めに有効な拡張速度が存在する。
- (4) また、その載荷速度効果は、一度の拡張で打設する砂杭高さ、砂杭間隔や置換率などの諸条件によって変化する。

なお、本論文で想定した地盤の状態・解析条件では、砂杭間隔2m、砂杭径70cm、拡張速度0.01m/minの地盤改良が、経済的かつ迅速な施工を行うことができる組み合わせの一つであった。現場では、透水性、「構造」が発達したゆるい砂の状態あるいは粘土と砂の互層状態など地盤の諸条件も考慮に入れながら、さらに経験を積み重ね、砂の種類に応じて最適な拡張速度と砂杭間隔を把握しておくことが重要である。

謝辞：今回の論文作成に当たり、貴重なご助言・ご意見をいただいた名古屋大学浅岡顕教授に対し、感謝の意を表します。

付録1. 下負荷面カムクレイモデル

(1) 降伏関数

降伏曲面内部を弾性体として仮定するオリジナルのカムクレイモデル^{5),6),7)}に、降伏曲面内部においても弾塑性状態を許容した橋口による下負荷面モデルを導入したものを下負荷面カムクレイモデルと呼ぶ。

図-A1 に示すように、下負荷面カムクレイモデルは、正規降伏曲面(カムクレイモデルで定義された降伏曲面)とそれに $q \sim p'$ 座標の原点に関して相似な降伏面(下負荷面)の2つの降伏面を考える。現在の応力は常に下負荷面上にあるとして、下負荷面上の現応力点(p', q)を正規降伏面に原点から正規降伏面上へ投影した点を(p'', q'')とする。

オリジナルのカムクレイモデルの降伏関数 F' は次式で表される。

$$\begin{aligned} F' &= f(q'', p'', p_0'') + \int_0^t J \text{tr} D^p d\tau \\ &= \text{MD} \ln \frac{p''}{p_0''} + D \frac{q''}{p''} + \int_0^t J \text{tr} D^p d\tau = 0 \end{aligned} \quad (\text{A1-1})$$

ここに、 $D = \frac{\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}}{M(1 + e_0)}$ はダイレイタンシー係数で、

$M, \tilde{\lambda}, \tilde{\kappa}$ および e_0 は限界状態定数、圧縮指数、膨潤指数および計算開始時刻 ($t=0$) における間隙比である。また、 D^p はストレッチング D の塑性成分 ($D = D^e + D^p$, D^e : 弾性成分)、 $J = \det F = \frac{1+e}{1+e_0}$ (F : 変形勾配) で、

$-\int_0^t J \text{tr} D^p d\tau$ は塑性体積ひずみに相当し硬化・軟化の履歴パラメータを表す。さらに、 p' と q は、次式で示す平均有効応力と一般化された偏差応力であり、 p_0' は計算開始時刻 ($t=0$) における正規降伏曲面と p' 軸との交点の p' の値である。

$$p' = -\frac{1}{3} \text{tr} T', \quad q = \sqrt{\frac{3}{2}} S \cdot S, \quad S = T' + p' I \quad (\text{A1-2})$$

ここで、正規降伏曲面と下負荷面の比 R は、いわゆる過圧密比 (OCR) の逆数に相当するが、

$$R = \frac{p'}{p''} = \frac{q}{q''} \quad (0 < R \leq 1) \quad (\text{A1-3})$$

と表すことが出来るので、式(A1-1)から下負荷面に対する降伏関数 F は次式で表される。

$$\begin{aligned} F &= f(q, p', p_0') + \int_0^t J \text{tr} D^p d\tau - \text{MD} \ln R \\ &= \text{MD} \ln \frac{p'}{p_0'} + D \frac{q}{p'} - \left(-\int_0^t J \text{tr} D^p d\tau + \text{MD} \ln R \right) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A1-4})$$

なお正規圧密状態では、式(A1-3)より $R=1$ となつて、オリジナルのカムクレイモデルと同一になる。

(2) 構成式

$\dot{T}' \sim D^e$ 関係には等方弾性フック則、 D^p は関連流れ則を仮定し、次式で表す。

$$\dot{T}' = E D^e = \left(\tilde{K} - \frac{2}{3} \tilde{G} \right) \text{tr} D^e I + 2 \tilde{G} D^e \quad (\text{A1-5})$$

$$D^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial T'} \quad (\lambda > 0) \quad (\text{A1-6})$$

ここに、 $\tilde{K} = \frac{J(1+e_0)}{\tilde{\kappa}}$, $\tilde{G} = \tilde{N} \tilde{K}$, $\tilde{N} = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)}$ (ν : ポアソン比)、また、 λ は塑性定数であり、式(A1-4)の物質時間微分をとることにより得られる (適応条件)。

しかし、このとき R の発展則が必要となる。ここでは、橋口に従い次式を採用する。

$$\dot{R} = U \|D^p\| \quad (D^p \neq 0 \text{ の時}), \quad U = -\nu_2 \ln R \quad (> 0) \quad (\text{A1-7})$$

ここに $\| \cdot \|$ はノルムを示し、 ν_2 は正の定数で正規圧密土化係数と呼ぶ。式(A1-6)は R の増加と塑性変形の発生とが1対1に対応していることを示す。また、 R がゼロ近傍では U が ∞ となるため弾性的応答が支配的なことを、逆に、 R が1近傍では U がゼロとなるため、正規降伏面と下負荷面が一致する条件を満足している。

したがって、適応条件と式(A1-5) ~ 式(A1-7)から、塑性定数 λ は次式で表される。

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}'}{-J \text{tr} \frac{\partial f}{\partial T'} + \text{MD} \frac{U \| \frac{\partial f}{\partial T'} \|}{R}} \quad (\text{A1-8})$$

$$\Lambda (= \lambda) = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot E D}{-J \text{tr} \frac{\partial f}{\partial T'} + \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot E \frac{\partial f}{\partial T'} + \text{MD} \frac{U \| \frac{\partial f}{\partial T'} \|}{R}} \quad (\text{A1-9})$$

以上から、下負荷面カムクレイモデルの構成式は、 Λ を使って次式となる。

$$\dot{T}' = ED - \Lambda E \frac{\partial f}{\partial T'} \quad (A1-10)$$

(3) 負荷基準

負荷基準は Λ の正負によって与えられる。

$$\begin{aligned} \Lambda > 0 \text{ の時, 負荷状態 } (D^p \neq 0) \\ \Lambda < 0 \text{ の時, 非負荷状態 } (D^p = 0) \end{aligned} \quad (A1-11)$$

Λ の分母の最初の2項は正⁷⁾であり第3項も正であるので、 Λ の分子によって負荷基準は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED > 0 \text{ の時, 負荷状態 } (D^p \neq 0) \\ \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED < 0 \text{ の時, 非負荷状態 } (D^p = 0) \end{aligned} \quad (A1-12)$$

この負荷状態を詳しく調べるために、塑性定数 λ (A1-8) と塑性体積変化を次式のように書き改める。

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}'}{-J \frac{D}{p'^2} (q - Mp') + MD - \frac{U \left\| \frac{\partial f}{\partial T'} \right\|}{R}} \quad (A1-13)$$

$$-\text{tr} D^p = -\lambda \text{tr} \frac{\partial f}{\partial T'} = -\lambda \frac{D}{p'^2} (q - Mp') \quad (A1-14)$$

U がゼロの時、すなわち土が正規圧密状態 ($R=1$) の時はカムクレイモデルと全く同じ挙動⁷⁾を示す。すなわち、正規圧密粘土の負荷状態 ($\lambda > 0$) では、以下の3つの状態が可能である。

$$\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' > 0, \quad q < Mp' \quad \text{の時: 硬化, 塑性圧縮}$$

$$\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' = 0, \quad q = Mp' \quad \text{の時: 完全塑性,}$$

塑性体積変化なし

$$\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' < 0, \quad q > Mp' \quad \text{の時: 硬化, 塑性圧縮}$$

(A1-15)

しかし、過圧密粘土 ($0 < R < 1$) では、 λ の分母の U を含む項が正であるため、たとえ $q = Mp'$ であっても λ の分母は正で、分子も正となることが可能である。すなわち、下負荷面カムクレイモデルは、限界状態線の上側で塑性膨張を伴う硬化が可能で、過圧密粘土の典型的な

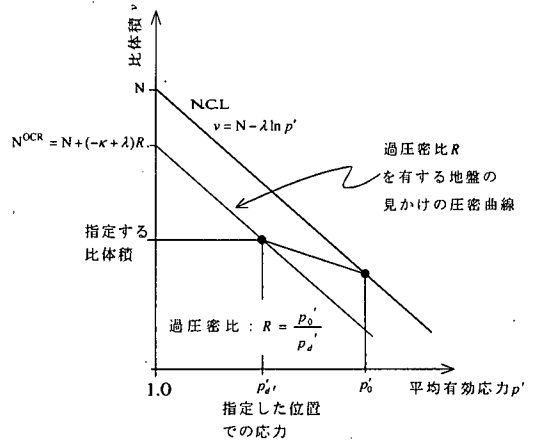


図-A2 過圧密状態にある地盤の初期状態の設定

挙動を表現できるモデルである。

付録2. 所定の過圧密比を有する地盤の初期状態

正規 K_0 圧密状態にある地盤の地表面に、 δ の荷重が載荷されている時の深さ h_i における比体積は、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} N - \tilde{\lambda} \ln \frac{1+2K_0}{3} [\delta \\ + \int_0^{h_i} \left\{ \gamma_s \frac{1}{1+e(z)} + \gamma_w \frac{e(z)}{1+e(z)} - \gamma_w \right\} dz] = 1 + e(h_i) \end{aligned} \quad (A2-1)$$

ここに、 γ_s : 土粒子の単位体積重量、 γ_w : 水の単位体積重量、 z : 地表面を $z=0$ として鉛直下向きに正值をとる座標、 $e(z)$: $z=z$ での間隙比、 N : 平均有効応力 $p' = 1$ のときの比体積である。地盤が K_0 状態にある場合は、この式とこの式の h_i に関する微分した式を用いて、深さ方向に少しずつ Newton 法を用いて繰り返し計算を行って、深さ h_i にある Gauss 点の $e(h_i)$ を決定している¹²⁾。

一方、地盤が初期に一樣な過圧密比を有する過圧密状態にある場合は図-A2 に示すように、 p'_d の状態から等方除荷されていると仮定して、式(A2-1)中で N を

$$N^{OCR} = N + (-\tilde{\kappa} + \tilde{\lambda})R \quad (A2-2)$$

に置き換えることで、比体積分布と応力状態を設定している。ここに、過圧密比 R は p'_0 / p'_d である。

なお、所定の間隙比になるように過圧密比を決める場合は、地盤地表面から深さ方向に(土被り圧に応じて)地盤内の比体積、有効応力を算定しているため、所定の間隙比になるような過圧密比を一度で求めることができない。この場合、過圧密比の大きさを試行錯誤的に変えながら、上記の一連の操作を繰り返して決定する。

参考文献

- 1) Nozu, M., Matsunaga, Y. and Ohbayashi, J. : Application of the static sand compaction pile method to loose sandy soil, IS-TOHOKU, 1998.
- 2) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behavior of heavily overconsolidated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, Vol.37, No.1, pp.13-28, 1997.
- 3) Hashiguchi, K. and Ueno, M.: Elasto-plastic constitutive laws of granular materials, Constitutive equations of soils, *Proc. Spec. Session 9 of 9th Int. ICSMFE*, Murayama, S. and Schofield, A.N. (eds.), Tokyo, JSSMFE, pp.73-82, 1977.
- 4) Hashiguchi, K.: Fundamental requirements and formulation of elastoplastic constitutive equations with tangential plasticity, *International Jour. of Plasticity*, Vol.9, pp.525-549, 1993.
- 5) Roscoe, K.H., Schofield, A.N. and Thurairajah, A.: Yielding of clays in state wetter than critical, *Geotechnique*, Vol.13, pp.211-240, 1963.
- 6) Schofield, A.N. and Wroth, C. P.: *Critical State Soil Mechanics*, McGRAW-HILL, 1968.
- 7) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behavior of saturated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, Vol.34, No.1, pp.91-106, 1994.
- 8) Asaoka, A., Kodaka, T. and Nozu, M.: Undrained shear strength of clay improved with sand compaction piles, *Soils and Foundations*, Vol.34, No.4, pp.23-32, 1994.
- 9) 松尾稔, 木村稔, 西尾良治, 安藤裕: 建設発生土類を活用した軟弱地盤改良工法の開発, *土木学会論文集*, No.567/VI-35, pp.237-248, 1997.
- 10) Randolph, M.F. and Wroth, C. P.: An analytical solution for the consolidation around a driven pile, *International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.3, pp.217-229, 1979.
- 11) 浅岡頭, 高稲敏浩, 野津光夫: 各種構造物の実例にみる地盤改良工法の選定と設計—地盤改良と土質力学 (その2), *土と基礎*, Vol.47, No.2, Ser.No.492, pp.49-54, 1999.
- 12) 野田利弘, 高稲敏浩, 浅岡頭: 水～土連成計算による土留めに作用する力の時間依存性挙動の解析, *土木学会論文集*, No.617/III-46, pp.125-138, 1999.
- 13) 山本 実, 原田健二, 野津光夫: 締固め砂杭工法を用いた緩い砂質地盤の液状化対策の新しい設計方法, *土と基礎*, Vol.48, No.11, Ser.No.514, pp.17-20, 2000.
- 14) 山本 実, 野津光夫, 山田 隆, 小飼喜弘: 静的締固め砂杭工法の改良効果, 第 32 回地盤工学研究発表会, pp.2317-2318, 1997.

(2000. 5. 8 受付)

A DISCUSSION ON THE MECHANISM OF IMPROVEMENT OF A SANDY GROUND BY CYLINDRICAL CAVITY EXPANSION THOROUGH SOIL-WATER COUPLED ANALYSIS

Toshihiro NODA, Toshihiro TAKAINE, Kenji TAKAGI and Mitsuo NOZU

As a countermeasure against possible liquefaction in sandy grounds, a new sand compaction method is developed recently, in which gradual cylindrical cavity expansion of sand is done with least vibration and noise in driving a pile into sand. In the present study, the mechanism and some characteristics of the compaction method are investigated by the soil-water coupled elasto-plastic analysis. The numerical results mainly indicate that even the comparatively dense sandy ground is improved not only because most of sand elements near/at the expanded area show hardening with compression below the C.S.L. in $p' \sim q$ stress space, but also because the sequential operation of expansion followed by pulling the casing pipe makes the frictional resistance between soil and casing to controllable limits.