

# 冗長性指数によるライフラインシステムの 地震時リスク解析

山本欣弥<sup>1</sup>・星谷 勝<sup>2</sup>・大野春雄<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工修 攻玉社工科短期大学助教授 環境建設学科 (〒141-0031 東京都品川区西五反田 5-14-2)

<sup>2</sup>正会員 Ph.D. 武蔵工業大学教授 工学部土木工学科 (〒158-8557 東京都世田谷区玉堤 1-28-1)

<sup>3</sup>フェロー 工博 攻玉社工科短期大学教授 環境建設学科 (〒141-0031 東京都品川区西五反田 5-14-2)

本研究は、Shannon の情報エントロピーを用いて定義された冗長性指数(redundancy index) $R_E$ を用いてライフラインの冗長性を定量的に評価し、地震時リスクの解析に用いようとするものである。本研究では最初に、 $R_E$ と、Ziha が定義した冗長性指数  $R_L$ との数学的関係を明らかにしている。次に、ライフラインモデルの地震時リスク解析を行い、その結果、 $R_E$ は  $R_L$ に比べ鋭敏性が高く、ライフラインの冗長性をとらえる指数として優れていることがわかった。システムの冗長性を適切なリスク評価の指標として用いることにより、地震に対するライフラインの事前対策の評価基準として有効性の高いものとなると考える。

**Key Words:** lifeline system, redundancy index, reliability, information entropy, seismic risk analysis

## 1. はじめに

1978年宮城県沖地震において、ライフラインの被害による都市機能の停止が大きな問題としてとり上げられるようになって以降、わが国においても、ライフラインに関する研究が盛んに行われるようになった。ライフラインの地震被害に関する研究テーマは非常に幅広く、例えば、地震被害分析<sup>1)</sup>、システム信頼性<sup>2,3)</sup>、地震後の復旧予測<sup>4,5)</sup>、機能的被害の定量化<sup>6,7,8)</sup>、ライフライン系の相互関連<sup>9)</sup>等、多岐にわたり数多くの成果が発表されている。現在、ライフライン研究の新しいテーマとして、地震時リスクマネジメント<sup>10,11)</sup>やライフサイクルコスト<sup>12)</sup>の評価等が注目されている。

しかし、地震時リスクマネジメントにおいても用いられているように、ライフラインの機能被害評価に関する研究は重要である。ライフラインの機能被害の評価を扱っている既存の研究では、ソースとノードとの連結性に基づいているものが多い。また、ネットワークの分離性やネットワークの連結性等についての分析は、計量地理学の分野<sup>13)</sup>で以前からトポロジーの基礎となるグラフ理論を用いて行われている。

しかし、実際のライフラインシステムでは、ソースとノードとがただ単に連結されているからといって、被災

前と同じ機能が得られるとはいえない。また、供給系ライフラインでは、構成要素の一部が破壊した場合でも、被害を受ける前の機能を維持できる場合や、逆にシステム全体の機能が完全に停止してしまう場合もありうる。連結性のみではなく、需要地点で十分な供給を受けられるかという機能面の要素を考慮して、システムの機能被害の評価を試みている研究<sup>14)</sup>もあるが、数は多くない。しかし、その研究の数が少ないことは、連結性以外の要素を含めて評価を行うことに意味がないというわけではなく、単に、解析に要する手間が膨大となるため、多くの研究者が簡易的手法として連結性を用いているためである。

ライフラインのような工学システムは、一般的に多くの要素から構成されており、構成要素が部分的な破壊を受けた後もその機能を維持できることが望ましい。つまり、構造工学的観点からではなくシステム工学的な意味での保有耐力の大きいシステムが望まれる。このシステム工学的な意味での保有耐力は、すなわちシステムの持つ冗長性のことである。システムの冗長性は、システムの形状、構成要素の強度および荷重の確率的不確定性、構成要素の部分的破壊後に起こる荷重の再分配等によって定まるため、確率論を用いたアプローチが必要である。確率論に基づく信頼性および冗長性に関する問題は、

1960年代後半から検討されている<sup>15),16),17),18),19)</sup>。De, Karamchandani and Cornell<sup>20)</sup>は条件付確率を用いて冗長性指数  $R_R$  を定義した。Wen, Wang and Song<sup>21)</sup>は、この  $R_R$  を、確率的に与えられる荷重が構造物に動的に作用する動的問題に用いている。

本研究の目的は、ライフラインシステムの冗長性を数値によって表し、現在まで行われているネットワークの連結性による解析結果とあわせて検討を行うことにより、ライフラインの地震リスクをより詳細に表現しようとするものである。

Hoshiya<sup>22)</sup>は、信頼性の等しい2つのシステムの情報エントロピーが異なる値をとることに注目して、2つのシステムの特徴を考察している。星谷・山本<sup>23)</sup>は、Hoshiya<sup>22)</sup>の研究をもとに、システムの冗長性を測る指標として、冗長性指数  $R_E$  を提案した。冗長性指数  $R_E$  は、Shannonの情報エントロピー<sup>24),25)</sup>を用いて物理的に定義されている。同様に、システムの冗長性を Shannon の情報エントロピーを用いて測る手法を Ziha<sup>26),27)</sup>が提案している。星谷・山本<sup>23)</sup>は、Ziha が提案したシステムの冗長性を冗長性指数  $R_Z$  として  $R_E$  との比較を行い、ほぼ同様な特徴を有していることを示したが、本研究では、両者の数学的関係を明確に示している。

続いて、解析用にライフラインモデルを作成して、Supply Node と Demand Node との連結確率によって定義される信頼性と冗長性指数  $R_E$  によって定量的に表されるシステムの冗長性を用いて、システムの地震リスク解析を行っている。

本研究で用いたライフラインモデルは、市東・星谷<sup>10)</sup>が用いた実際の上水道システムの幹線網モデルを一部修正し簡略化したものである。

## 2. 冗長性指数

### (1) システムの破壊事象

Figure 1 に、 $m$  個の構成要素をもつシステムの破壊事象のベン図を示す。母集合  $U$  は、次式で表される。

$$U = \{D_0, D_1, D_2, \dots, D_{m-1}, D_F\} \quad (1)$$

$$U = O \cup NO = D \cup ND \quad (2)$$

ここで、 $O$  はシステムの機能が保たれている事象の部分集合 (operational),  $NO$  はシステムの機能が破壊した事象の部分集合 (non-operational) で、それぞれ次式で表される。

$$O = \{D_0, D_1, D_2, \dots, D_{m-1}\} \quad (3)$$

$$NO = \{D_F\} \quad (4)$$

また、 $D$  はシステムに何らかの被害が発生する事象の部分集合 (damage),  $ND$  はすべての要素が破壊しない事象の部分集合 (non-damage) で、それぞれ次式で表される。

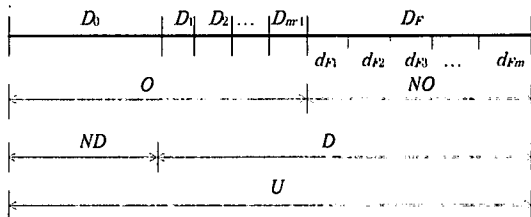


Fig. 1 Venn's Diagram for Sample Space of Redundant System

$$D = \{D_1, D_2, \dots, D_{m-1}, D_F\} \quad (5)$$

$$ND = \{D_0\} \quad (6)$$

ここで、 $D_0$  は、構成要素が1個も破壊しない事象である。 $D_1$  は、構成要素の任意の1個のみが破壊しシステムの機能が維持されている事象、同様に、 $D_{m-1}$  は、1個を残してほかの要素がすべて破壊した状態でシステムの機能が維持されている事象である。 $D_F$  は、システムの機能が破壊した状態の事象である。

ここで、事象  $D_0 \sim D_F$  は、互いに排反で全てを尽くしている。また、 $D_F$  には式(7)で示すように、 $d_{F1}$  から  $d_{Fm}$  の事象が含まれている。

$$D_F = \{d_{F1}, d_{F2}, \dots, d_{Fm-1}, d_{Fm}\} \quad (7)$$

ここで、 $d_{F1}$  は、構成要素の任意の1個のみが破壊してシステムの機能も破壊した事象である。同様に、 $d_{F2}$  は、構成要素の任意の2個のみが破壊してシステムの機能が破壊した事象、 $d_{Fm-1}$  は、1個を残してほかの要素がすべて破壊してシステムの機能が破壊した事象である。 $d_{Fm}$  は、 $m$  個すべての要素が破壊してシステム機能が破壊した事象である。

### (2) 冗長性指数 $R_E$ および $R_Z$

冗長性指数  $R_E$  は、次式で定義される。

$$R_E = H_{D|O} / \log_2(m) = \frac{\{-\sum_{i=1}^{m-1} P_{D_i|O} \log_2 P_{D_i|O} - P_{D_F|O} \log_2 P_{D_F|O}\}}{\log_2(m)} \quad (8)$$

ここで、 $H_{D|O}$  は、システムに何らかの被害が発生する事象  $D$  の条件下で、少なくとも1個以上の要素が破壊する事象の部分集合の条件付エントロピーである。また、 $P_{D_i|O}$  および  $P_{D_F|O}$  は、それぞれシステムに何らかの被害が発生する条件での、事象  $D_i$  と  $D_F$  の条件付確率であり、事象  $D$  の生起確率を  $P_D$  としたとき、次式で表される。

$$P_{D_i|O} = \frac{P(D_i)}{P_D} \quad (9)$$

$$P_{D_F|O} = \frac{P(D_F)}{P_D} \quad (10)$$

最初の要素の被害 (事象  $D_1$ ) からシステムの全ての機能が停止する (事象  $D_F$ ) までには、事象  $D_2$ , 事象  $D_3$ , 事象  $D_4$ ,  $\dots$ , 事象  $D_{m-1}$  が存在する。地震等の発生に

よってシステムの状態は、これらの中のどれか1つの事象になる。時間的経過に伴って事象が推移するわけではないため、事象  $D_1$  から、事象  $D_F$  までの間に、多数の事象が存在していたとしても、時間的な余裕というものは存在しない。しかし、事象  $D_1$  から、事象  $D_F$  まで確実に推移するシステムに比べれば、余裕があるといえる。このシステムの持つ余裕を、概念的な意味合いで、「保有耐力距離」と表現する。この「保有耐力距離」が大きいほどシステムには余裕があり、冗長性が大きいことを示す。式(8)で定義した  $R_E$  は、最初の要素の被害(事象  $D_1$ ) からシステムの全ての機能が停止する(事象  $D_F$ ) までの概念的な「保有耐力距離」を測っている。

Ziha は、Shannon の情報エントロピーを用いてシステムの冗長性を条件付エントロピーとして次式で定義した。

$$H_{0|0} = -\sum_{i=0}^{m-1} P_{D_i|0} \log_2 P_{D_i|0} \quad (11)$$

ここで、 $H_{0|0}$  は、システムの機能が保たれている事象  $O$  の条件下で、事象  $D_0 \sim D_{m-1}$  の部分集合の条件付エントロピーである。本研究では、Ziha の冗長性を冗長性指数  $R_E$  と比較するため、式(11)を0から1の間の値に基準化して冗長性指数  $R_Z$  として次式で定義した。

$$\begin{aligned} R_Z &= H_{0|0} / \log_2(m) \\ &= -\sum_{i=0}^{m-1} P_{D_i|0} \log_2 P_{D_i|0} / \log_2(m) \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)で定義した  $R_Z$  は、システムが無被害である状態(事象  $D_0$ ) からシステムの全ての機能が停止する直前(事象  $D_{m-1}$ ) までの概念的な「保有耐力距離」を測っている。

システムの冗長性が最小あるいは無いという状態は、システムに何らかの被害があったとき、それがシステムの機能停止へ直結する状態のことである。つまり、事象  $D_1$  から  $D_{m-1}$  の生起確率が0である場合を示す。このとき、 $H_{0|0}$  および  $H_{0|0}$  は0となる。逆に、冗長性が最大である状態とは、システムにどのような被害があった場合でも、システム機能を維持できる度合いが大きい状態のことである。つまり、事象  $D_1$  から  $D_{m-1}$  の生起確率が0でなく、かつ全て等しい場合である。ここで、事象  $D_0$  から  $D_{m-1}$  の生起確率が全て等しい場合と、事象  $D_1$  から  $D_F$  の生起確率が全て等しい場合に、それぞれ  $H_{0|0}$  および  $H_{0|0}$  は最大値  $\log_2(m)$  をとる。以上より、冗長性指数  $R_E$  および  $R_Z$  は、ともに0のときシステムの冗長性が最小であることを示し、1のとき最大であることを示す。

また、冗長性指数  $R_E$  および  $R_Z$  は、それぞれ部分集合  $D$  と  $O$  の条件付エントロピーを基準化したものである。そのため、両者ともシステムの冗長性をとらえるとき同様の傾向を示す。しかし、冗長性指数  $R_Z$  は、システムの信頼性をすべての要素が無事である確率、つまり  $P(D_0)$  によって定義する場合に適している。また、冗長性指数  $R_E$  は、要素に破壊が生じた場合であってもシステムの機

能が無事であればよいという確率、つまり  $1-P(D_F)$  を基準にする場合に適している。

### (3) 冗長性指数 $R_E$ と $R_Z$ の数学的關係

式(8)、式(9)および式(10)を用いて、 $-R_E \log_2(m)$  は、次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} -R_E \log_2(m) &= -H_{0|0} \\ &= \sum_{i=1}^{m-1} \frac{P(D_i)}{P_0} \log_2 \frac{P(D_i)}{P_0} + \frac{P(D_F)}{P_0} \log_2 \frac{P(D_F)}{P_0} \\ &= \sum_{i=1}^{m-1} \frac{P(D_i)}{P_0} \log_2 \frac{P(D_i)}{P_0} + \frac{P(D_F)}{P_0} \log_2 \frac{P(D_F)}{P_0} \\ &\quad - \frac{P(D_0)}{P_0} \log_2 \frac{P(D_0)}{P_0} \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、

$$\frac{P(D_F)}{P_0} \log_2 \frac{P(D_F)}{P_0} - \frac{P(D_0)}{P_0} \log_2 \frac{P(D_0)}{P_0} = A \quad \text{とおくと、式(13)は次のようになる。}$$

$$\begin{aligned} -R_E \log_2(m) &= \frac{P_0}{P_0} \left\{ \sum_{i=1}^{m-1} \frac{P(D_i)}{P_0} \log_2 \frac{P(D_i)}{P_0} \frac{P_0}{P_0} \right\} + A \\ &= \frac{P_0}{P_0} \left[ \sum_{i=1}^{m-1} \frac{P(D_i)}{P_0} \left\{ \log_2 \frac{P(D_i)}{P_0} + \log_2 \frac{P_0}{P_0} \right\} \right] + A \\ &= \frac{P_0}{P_0} \left[ \sum_{i=1}^{m-1} \frac{P(D_i)}{P_0} \log_2 \frac{P(D_i)}{P_0} + \sum_{i=1}^{m-1} \frac{P(D_i)}{P_0} \log_2 \frac{P_0}{P_0} \right] + A \end{aligned}$$

ここで、 $\frac{P(D_i)}{P_0} = P_{D_i|0}$  であるので、

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{m-1} \frac{P(D_i)}{P_0} \log_2 \frac{P(D_i)}{P_0} &= \sum_{i=1}^{m-1} P_{D_i|0} \log_2 P_{D_i|0} \\ &= -R_Z \log_2(m) \end{aligned}$$

また、 $\sum_{i=1}^{m-1} \frac{P(D_i)}{P_0} = 1$  であるので、 $\frac{P_0}{P_0} \log_2 \frac{P_0}{P_0} + A = B$

とおくと、式(13)は、 $-\log_2(m) R_E = -\frac{P_0}{P_0} \log_2(m) R_Z + B$  となる。Bは、次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} B &= \frac{P_0}{P_0} \log_2 \frac{P_0}{P_0} + \frac{P(D_F)}{P_0} \log_2 \frac{P(D_F)}{P_0} - \frac{P(D_0)}{P_0} \log_2 \frac{P(D_0)}{P_0} \\ &= \frac{1}{P_0} [P_0 \{ \log_2 P_0 - \log_2 P_0 \} \\ &\quad + P(D_F) \{ \log_2 P(D_F) - \log_2 P_0 \} \\ &\quad - P(D_0) \{ \log_2 P(D_0) - \log_2 P_0 \}] \\ &= \frac{1}{P_0} [P_0 \log_2 P_0 - P_0 \log_2 P_0 + P(D_F) \log_2 P(D_F) \\ &\quad - P(D_F) \log_2 P_0 - P(D_0) \log_2 P(D_0) \\ &\quad - (1 - P_0) \log_2 P_0] \\ &= \frac{1}{P_0} [\{ P_0 \log_2 P_0 + P(D_F) \log_2 P(D_F) \} \\ &\quad - \{ P_0 + P(D_F) \} \log_2 P_0 - \{ P(D_0) \log_2 P(D_0) \\ &\quad + P_0 \log_2 P_0 \} + \log_2 P_0] \end{aligned} \quad (14)$$

式(14)中で、 $P_o + P(D_F) = 1$  であるので、

$$H_{D,ND} = -P(D_o) \log_2 P(D_o) - P_o \log_2 P_o \quad (15)$$

$$H_{o,NO} = -P_o \log_2 P_o - P(D_F) \log_2 P(D_F) \quad (16)$$

とすると、

$B = \frac{1}{P_D} [H_{D,ND} - H_{o,NO}]$  となる。従って、式(13)は、次式で表すことができる。

$$-\log_2(m) R_E = -\frac{P_o}{P_D} \log_2(m) R_Z + \frac{1}{P_D} [H_{D,ND} - H_{o,NO}] \quad (17)$$

ここで、 $H_{D,ND}$ は、事象DとNDの情報エントロピー、 $H_{o,NO}$ は、事象oとNOの情報エントロピーである。

以上より、次式が導かれ、冗長性指数  $R_E$  と  $R_Z$  には、線形関係があることがわかる。

$$P_D \times R_E + H_{D,ND} / \log_2(m) = P_o \times R_Z + H_{o,NO} / \log_2(m) \quad (18)$$

ここで、 $P_D$ は、部分集合Dの発生確率、 $P_o$ は、部分集合Oの発生確率を表す。

式(18)を詳しく見てみると次のことがわかる。

①左辺および右辺の第2項は、事象NDの発生確率  $P_{ND}$ 、あるいは事象NOの発生確率  $P_{NO}$  によってそれぞれの値が確定する。ここで、前述したように、 $P_{ND}$ は、すべての要素が無事である確率を用いて定義したシステムの信頼性である。また、 $P_{NO}$ の排反事象は、要素に破壊が生じた場合であってもシステムの機能が無事であればよいという確率を用いて定義したシステムの信頼性である。これら2つの信頼性が変化せずそれぞれ一定の値をとり、 $P(D_1) \sim P(D_{m-1})$ のみが変化するシステムでは、冗長性指数  $R_E$  と  $R_Z$  は1本の直線関係を示す。

②左辺および右辺の第2項は、 $P(D_o) = P(D_F)$ のとき等しい値をとる。従って、このときの冗長性指数  $R_E$  と  $R_Z$  の関係は、次式で表される。

$$P_D \times R_E = P_o \times R_Z \quad (18b)$$

③左辺および右辺の第2項は、それぞれ、 $H_{D,ND}$  と  $H_{o,NO}$  を、 $\log_2(m)$ で除したものである。そのため、 $m$  が非常に大きな値をとった場合、これらの項は0に近づくことになり、このときの冗長性指数  $R_E$  と  $R_Z$  の関係は、近似的に式(18b)で表される。

### 3. 上水道システムの冗長性の定量化

#### (1) 解析用ネットワークモデル

Figure 2 および Table 1~3 に、解析用の上水道モデルを示す。この上水道モデルは、市東ら<sup>10)</sup>が用いた解析モデルを一部修正したものである。地盤種別は、砂質土を多く含む沖積層(ADS)、粘性土を多く含む沖積層(ADC)、

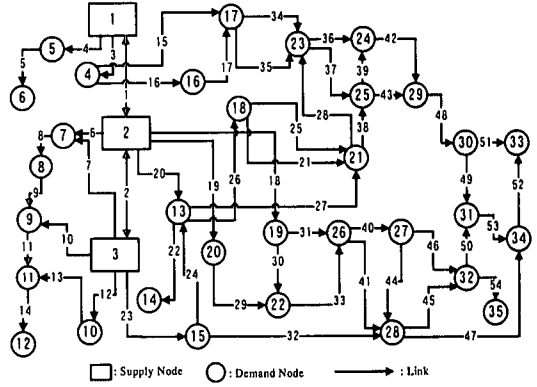


Fig. 2 Network Model

Table 1 Link Data

Link	Node	Diameter (mm)	Length (Km)	Kind of Pipe	Kind of Ground	P <sub>t</sub>
1	1 - 2	1000	2.43	SPRC	DD	0.000
2	2 - 3	1500	1.57	SPRC	ADC	0.000
3	1 - 4	1000	0.36	SP	DD	0.066
4	1 - 5	900	2.89	SPRC	DD	0.424
5	5 - 6	700	1.38	SPRC	DD	0.231
6	2 - 7	600	2.03	SP	DD	0.539
7	3 - 7	800	1.88	SPRC	ADC	0.344
8	7 - 8	500	0.65	SP	ADC	0.252
9	8 - 9	600	0.66	SPRC	ADC	0.138
10	3 - 9	1000	1.71	SPRC	ADC	0.175
11	9 - 11	800	5.52	SPRC	DD	0.651
12	3 - 10	600	3.73	SP	DD	0.759
13	10 - 11	600	6.11	SP	DD	0.903
14	11 - 12	450	1.90	SP	DD	0.517
15	4 - 17	1200	6.60	SP	ADS	0.811
16	4 - 16	1000	4.33	SP	ADS	0.665
17	16 - 17	1500	2.00	SP	ADS	0.397
18	2 - 19	1100	8.84	SP	DD	0.815
19	2 - 20	1300	4.14	SP	DD	0.546
20	2 - 13	1300	4.14	SPRC	DD	0.326
21	18 - 21	600	3.16	SPRC	ADC	0.509
22	13 - 14	700	0.81	SP	DD	0.267
23	3 - 15	2800	4.01	SLD	ADC	0.078
24	13 - 15	1300	2.57	SLD	DD	0.043
25	18 - 21	1300	3.56	SPRC	ADC	0.329
26	13 - 18	600	2.81	SPRC	DD	0.415
27	13 - 21	1300	5.87	SPRC	DD	0.429
28	21 - 23	1300	2.95	SPRC	ADC	0.282
29	20 - 22	1300	0.82	SP	DD	0.145
30	19 - 22	800	1.54	SPRC	ADC	0.292
31	19 - 26	1500	4.08	SPRC	ADC	0.368
32	15 - 28	2800	11.87	SLD	ADC	0.213
33	22 - 26	1100	3.21	SP	DD	0.459
34	17 - 23	1200	6.21	SP	ADC	0.752
35	17 - 23	1000	6.37	SP	ADC	0.761
36	23 - 24	1300	2.01	SPRC	ADC	0.202
37	23 - 25	1000	1.14	SP	ADC	0.226
38	21 - 25	1300	3.88	SPRC	ADS	0.388
39	24 - 25	1100	0.71	SPRC	ADC	0.077
40	26 - 27	1500	2.83	SPRC	ADC	0.272
41	26 - 28	1100	3.95	SP	ADC	0.588
42	24 - 29	1000	3.23	SPRC	ADC	0.304
43	25 - 29	1000	4.06	SP	ADC	0.599
44	27 - 28	1500	1.19	SPRC	ADC	0.125
45	28 - 32	1200	4.09	SPRC	ADC	0.369
46	27 - 32	1700	3.28	SPRC	ADC	0.308
47	28 - 34	1800	10.79	SLD	ADS	0.218
48	29 - 30	1000	2.24	SPRC	ADC	0.222
49	30 - 31	1200	0.54	SLD	ADS	0.012
50	31 - 32	1200	0.43	SPRC	ADS	0.053
51	30 - 33	1000	4.11	SPRC	ADC	0.369
52	33 - 34	1800	1.36	SLD	ADS	0.030
53	31 - 34	800	4.09	SP	ADS	0.873
54	32 - 35	1000	2.24	SPRC	ADS	0.247

洪積層(DD)の3つに分類した。管種は、略号をもちいて、鋼管をSP、RC鋼管をSPRC、シールド管をSLDとそれぞれ表している。3つの浄水施設(Supply Node 1, 2, 3)を起点として送水管・配水本管(Link)を通して配水起点

(Demand Nodes)へ給水が行われるものとする。また、LinkはNo.1およびNo.2を除き矢印の示す一方向へのみ水が流れるものとし、地震によってシステムに被害が発生した後も流れの方向は変わらないものとする。

被害はLinkにのみ発生するものと仮定し、その被害発生確率 $P_f$ はポアソン確率過程に従うものとした。各Linkの平均被害率(個所/km)は、式(19)で表される久保・片山の経験式<sup>28)</sup>を用いて算出した。

$$\nu = p \times k \times G \times \begin{cases} 1.7\alpha^{6.1} \times 10^{-16} & (\alpha < 430 \text{ gal}) \\ 2.0 & (\alpha \geq 430 \text{ gal}) \end{cases} \quad (19)$$

ここで、 $\nu$ :平均被害率、 $p$ :管種係数、 $G$ :地盤係数、 $k$ :管径係数、 $\alpha$ :地表面最大加速度 (gal)。

ただし、過去の被害事例等から判断して、浄水場間を結ぶLink 1とLink 2には被害が発生しないものと仮定した。各種係数は、Table 2および3に示す値を用いた。また、地表面最大加速度 $\alpha$ を350galとし、解析対象モデル全域に等しく作用するものとして計算を行った。本来、各Linkの平均被害率(個所/km)は、解析対象地域を100m×100mから1km×1km程度の大きさのメッシュに分割し、メッシュごとの地盤種、地表面最大加速度、Linkの管種、管径等の諸要素より求める。特に、地表面最大加速度 $\alpha$ は、Hazard Analysisにより、確率地震あるいは、シナリオ地震を想定して、距離減衰等を考慮してメッシュごとに対応する値を求めるべきものである。しかし、本研究の目的は、冗長性指数 $R_E$ によって、ライフラインのようなネットワークを構成するシステムの冗長性を定量化できるかどうかを検討するものである。そのため、本研究では仮にこのようにLinkの被害発生確率 $P_f$ を算出している。

## (2) 解析結果

Table 1に示した各Linkの被害発生確率 $P_f$ を用いて、モンテカルロシミュレーションを行い、2,000,000個のサンプル場を作成した。各サンプル場で、浄水場施設(Supply Node 1, 2, 3)と配水起点であるDemand Nodeとが連結しているかを求めた。シミュレーション結果より求めたNo.4からNo.35の各Demand Nodeが3つの浄水場施設(Supply Node 1, 2, 3)のいずれとも連結しない確率に基づいてシステムの信頼性を定義した。この確率を孤立確率(probability of isolation)と呼ぶ。同様に、サンプル場を用いてFigure 1に示したシステムの $D_0$ から $D_F$ の事象を求め、冗長性指数 $R_E$ および $R_Z$ を計算した。本研究で用いたネットワークモデルにおける事象 $D_0$ はリンクが1本も破壊しない事象である。また、事象 $D_1$ から $D_{m-1}$ は、それぞれ、任意のリンクが1本から $m-1$ 本破壊した状態で、ソースとノードが連結されている事象を表す。さらに、事象 $D_F$ は任意

Table 2 Data of Pipe Factors  $p$  and  $k$

Kind of Pipe	Pipe Material Factor $p$	Pipe Diameter Factor $k$					
		~1000mm	1.0	1000mm~	0.5		
SP	0.20	~1000mm	1.0	1000mm~	0.5		
SPRC	0.10	~1000mm	1.0	1000mm~	0.5		
SLD	0.01	~1000mm	1.1	1000mm~2500mm	0.9	2500mm~	0.4

Table 3 Data of Ground Factor  $G$

kind of Ground	Alluvial Deposits (sandy soil) (ADS)	Alluvial Deposits (cohesive soil) (ADC)	Diluvium Deposits (DD)
Liquifaction is occurred	6.90	6.57	6.42
Liquifaction is not occurred	2.00	0.90	0.40

Table 4 Simulation Results ( $2 \times 10^6$  Trials)

Supply Nodes	Demand Nodes	Ratio of Distance Increment	Minimum Distance (km)	Probability of Isolation	$R_E$	$R_Z$
1,2,3	4	1	0.360	0.066	0.651	0.631
	5	1	2.887	0.423	0.534	0.628
	6	1	4.265	0.556	0.451	0.626
	7	1.016	1.882	0.186	0.633	0.628
	8	1.012	2.530	0.391	0.550	0.626
	9	1.087	1.718	0.083	0.650	0.629
	10	1	3.731	0.759	0.292	0.630
	11	1.037	7.238	0.665	0.371	0.626
	12	1.029	9.142	0.838	0.213	0.622
	13	1.177	4.139	0.039	0.648	0.630
	14	1.148	4.954	0.296	0.595	0.628
	15	1	4.015	0.078	0.651	0.630
	16	1	4.689	0.687	0.354	0.628
	17	1.017	6.689	0.670	0.366	0.625
	18	1.105	6.946	0.438	0.525	0.627
	19	1	8.838	0.815	0.238	0.629
	20	1	4.139	0.545	0.459	0.628
	21	1.079	10.013	0.371	0.560	0.626
	22	1.187	4.962	0.531	0.467	0.626
	23	1.059	12.961	0.538	0.462	0.623
	24	1.059	14.607	0.454	0.513	0.621
	25	1.060	13.896	0.473	0.502	0.622
	26	1.202	8.176	0.681	0.356	0.623
	27	1.150	11.002	0.768	0.281	0.620
	28	1.249	12.124	0.206	0.627	0.627
	29	1.049	17.835	0.552	0.451	0.618
	30	1.044	20.070	0.651	0.378	0.615
	31	1.329	14.715	0.309	0.584	0.619
	32	1.299	14.280	0.437	0.523	0.623
	33	1.306	20.169	0.297	0.591	0.622
	34	1.363	18.807	0.353	0.568	0.624
	35	1.259	16.524	0.576	0.435	0.620

のリンクに破壊が生じた結果、ソースとノードとが連結されなくなる事象である。

ここで、各Demand Nodeが浄水場施設と連結する経路が複数ある場合には、平常時および被災後とも、常にその中の最短経路を使用するものと仮定する。しかし、被災後の代替経路長が平常時に比べて著しく長くなるとシステムの供給機能へ影響を与える場合が考えられる。そのため、代替経路の距離が平常時の最短経路長(minimum distance)と比べてどの程度の比率で増加するのかを距離増加率(ratio of distance increment)として求めた。

結果をTable 4に示す。

## (3) ネットワーク基本モデルの特徴

本研究は、冗長性指数 $R_E$ によってライフラインネット

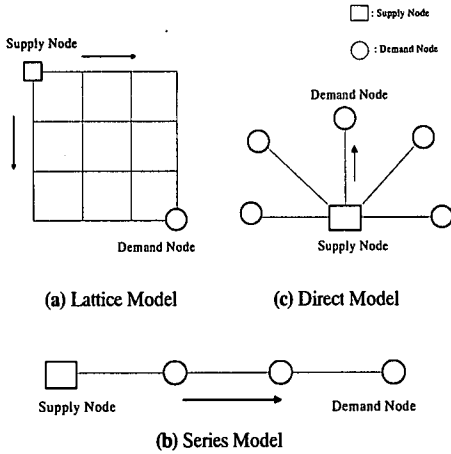


Fig. 3 Basic Models of Lifeline Network

ワークシステムの地震リスクをとらえることができるかを検討するものである。当然ではあるが、システムの信頼性および冗長性は、Linkの破壊確率のみによって決まるものではなく、ネットワークの形状による影響も大きい。Hoshiya and Yamamoto<sup>29)</sup>は、情報エントロピーを用いて、信頼性が等しい並列形と直列形のネットワークモデル間での冗長性の違いを定量的に示している。

上水道システムのような供給系ライフラインを構成する基本モデルは、Figure 3に示すように、①並列形の組合せからなる格子形、②直列形がある。さらに直列形の1種として③ノードに直接つながる直結形がある。一般的には、ネットワークシステムは、格子形、直列形および直結形が複合して構成されている。そのため、まず、解析モデルがどのような特徴をもっているのかを明らかにしておく必要があると考え、まず、Figure 3に示した3つの基本モデルについて、主に、距離増加率によってそれぞれの形状による特徴を考察する。次に、解析モデルの特徴を考察する。

#### a) 格子形(Lattice Model)

格子形は、Supply NodeとDemand Nodeとを結ぶ経路が複数存在するネットワークである。一般的に、供給系ライフラインは格子形を採る場合が多く、冗長性は高い。

Figure 3(a)に簡単な格子形のモデルを示した。ここで示したモデルでは、水平リンクは左から右方向へ、垂直リンクは上から下方向へと、それぞれ一方のみ水が流れるものとした。また、リンクの交差点には全てDemand Nodeが存在しているものとする。

図のように完全な対象形の場合、Supply Nodeから、任意のDemand Nodeまでの経路長は全て等しくなるため、代替経路が存在していても距離増加率は1.0となる。距離増加率が1.0以上となる場合は、非対称形である。

#### b) 直列形(Series Model)

直列形は、Figure 3(b)のようにSupply NodeとDemand Nodeを単独の経路で結んでおり、1本の経路上にDemand Nodeが複数存在する。このモデルは、供給地域の地形的な制約から格子形にできない場合などに多く用いられる。Supply NodeとDemand Nodeを結ぶ代替経路は存在しないため、距離増加率は1.0である。

1本のリンクの破壊により、Figure 3(b)のモデルでは1個から3個のDemand Nodeの機能停止が発生する。各Linkの破壊確率 $P_f$ が等しい場合、Supply Nodeに近いDemand Nodeほど信頼性と冗長性指数 $R_E$ が大きくなる。逆に、Supply Nodeから遠いDemand Nodeの冗長性指数 $R_E$ は小さな値をとる。特殊な場合として、Figure 3(b)のように、1本の経路しか存在しない場合には、最も遠いDemand Nodeの $R_E$ は0となる。

#### c) 直結形(Direct Model)

Figure 3(c)に示すように、直結形は、Supply Nodeと1つのDemand Nodeを単独のLinkで直接結ぶため、同一経路上にはDemand Nodeは1個しか存在しない。Demand NodeがSupply Nodeと近接する場合に用いられるモデルである。距離増加率は、1.0である。1本のリンクの破壊は、1つのDemand Nodeの機能停止となる。

各Linkの破壊確率 $P_f$ が等しい場合、各Demand Nodeの信頼性と冗長性指数 $R_E$ はそれぞれ等しくなる。また、現実にはありえないが、Demand Nodeが1つしかない場合は、冗長性指数 $R_E$ は0となる。

#### (4) 解析モデルの特徴の考察

基本モデルについての考察を踏まえて、解析モデルの特徴を検討する。

Figure 4~6に、孤立確率、距離増加率、最短距離のそれぞれの関係を示す。これらの値は、Table 4に示したものである。

Figure 4は、横軸に距離増加率、縦軸に孤立確率をとり、両者の関係を示したものである。両者の間には、相関関係は読み取ることができない。また、距離増加率の値が1.0のみではないことから、解析モデルには、格子形でかつ非対称のものが複数存在することがわかる。

Figure 5は、Demand Nodeを距離増加率が小さいものから並べ替えて、距離増加率と最短距離との関係を示している。棒グラフで距離増加率を示し、折れ線グラフで最短距離を表している。Supply Nodeから遠い位置にあるDemand Nodeにも距離増加率が小さいものが存在している。棒グラフで表された距離増加率が1.0であるDemand Nodeは8個あり、残りは1.0より大きな値をとっている。このことから、解析モデルは直列形および直結形が少なく、格子形の多いシステムであることがわかる。距離増加率が1.0を超えたもののうち、小さい値をとる5つの

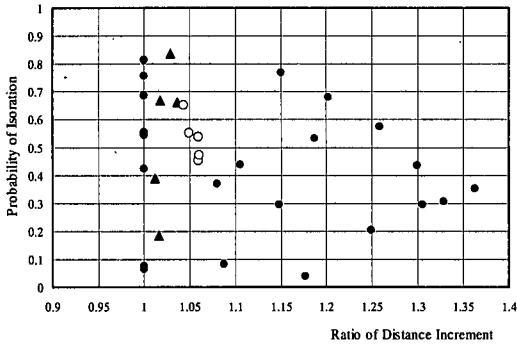


Fig. 4 Relationship between Probability of Isolation and Ratio of Distance Increment

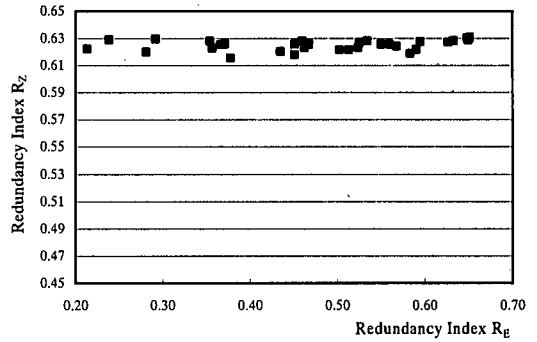


Fig. 7 Redundancy Indices

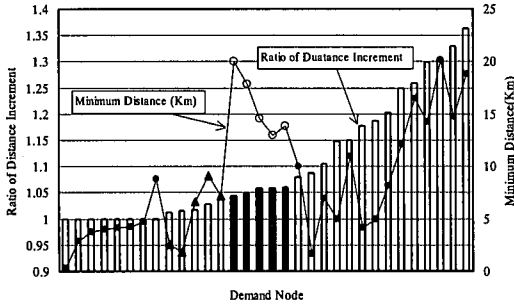


Fig. 5 Relationship between Ratio of Distance Increment and Minimum Distance

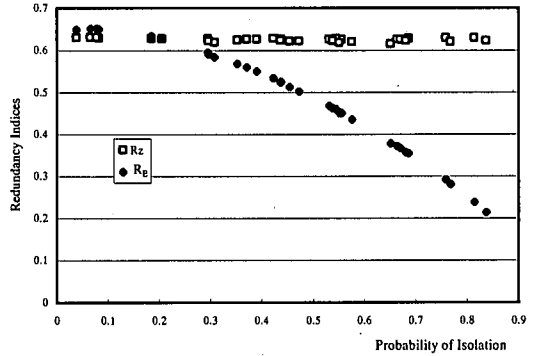


Fig. 8 Probability of Isolation and Redundancy Indices

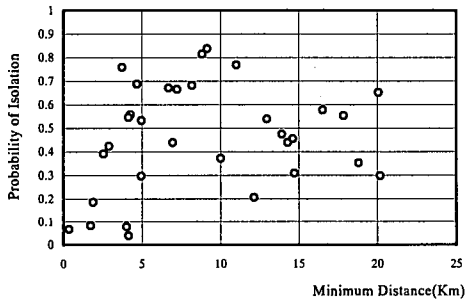


Fig. 6 Relationship between Probability of Isolation and Minimum Distance

Demand Node は、黒三角 (▲) で表された最短距離の値をみると比較的小さく、Supply Node の近くに位置することがわかる。また、距離増加率を黒塗りの棒グラフ (■) で表した 5 つの Demand Node は、距離増加率の値が 1.05 前後と低いが、白丸 (○) で表された最短距離の値は大きく、Supply Node から離れた場所に位置することがわかる。これら 10 個の Demand Node は、Figure 4 においても、それぞれ黒三角 (▲) と白丸 (○) で示されている。Figure 4 より、黒三角 (▲) で表された 5 つの Demand Node の孤立確率は、0.186 から 0.838 までの値をとりばらつきが大きい。また、白丸 (○) で表された 5 つの Demand Node の孤立確率は、最も低いもので 0.454 となっており信頼性

が低い。従って、これら 10 個の Demand Node までの連結経路は格子形であっても直列形に近いものであると考えられる。

Figure 6 は、横軸に最短距離、縦軸に孤立確率をとり、両者の関係を示したものである。Supply Node に近い Demand Node の孤立確率が必ずしも小さいとは限らない。また、Supply Node から遠い Demand Node の孤立確率が必ずしも大きいと限らないことがわかる。従って、両者の間には相関関係は存在しない。

また、Figure 4~6 より、孤立確率、距離増加率および最短距離の間に、相関関係は存在しないことがわかる。

以上より、今回用いた解析モデルは、前述した 3 つの基本モデルが含まれ、現実に近い複雑なシステムを構成していると言える。

#### (5) システムのリスク解析

Figure 7 に、解析結果より得られた冗長性指数  $R_E$  と  $R_Z$  の関係を示す。また、Figure 8 に、同じく解析結果より得られた孤立確率と冗長性指数  $R_E$  および  $R_Z$  の関係を示す。これらの値は、Table 4 に示したものである。

Figure 7 および Figure 8 より、冗長性指数  $R_Z$  は、 $R_E$  と孤立確率の値の変化にかかわらず、0.615 から 0.631 の間

を変化し、ほぼ一定の値をとっている。冗長性指数  $R_E$  および  $R_Z$  は、式(18)で示した関係にあるため、理論的にはどちらの指数を用いてもよいことになるが、 $R_Z$  は、Figure 7 および Figure 8 に示したように、横軸にどのような値をとっても変化に乏しく、つまり鋭敏性が低いいため、各 Demand Node 間の値の差を読み取ることができない。そのためライフラインシステムの冗長性を測る指数としては不適當である。

一方、冗長性指数  $R_E$  は、鋭敏性が高く、孤立確率の変化に対応して、0.213 から 0.651 の間を変化しており、各 Demand Node 間の値の差を読み取ることができる。

Figure 8 より、孤立確率の値が大きくなると、冗長性指数  $R_E$  は小さな値をとることがわかる。ここで、全ての Demand Node において冗長性指数  $R_E$  を計算するとき、式(8)の右辺の分母の値  $\log_2(m)$  は、全て等しい。従って、孤立確率の値が大きくなることにより、式(8)の右辺の分子である条件付エントロピー  $H_{D|D_0}$  が減少することを示している。ここで、孤立確率は式(8)の右辺の分子の第2項であり、この項が影響していることがわかる。このことから、式(5)で定義されている部分集合  $D$  の事象  $D_i$  から  $D_{m-1}$  の発生確率は、あまり大きくなく、かつ、同様な値をとっていることが推測される。このことから、解析モデルでは特定の重要リンクに被害が集中していないことがわかる。また、冗長性指数  $R_E$  が減少する、すなわち冗長性が減少すると、孤立確率が増加することから、ネットワークの形状を一部変更することによって冗長性が高くなると、それに伴ってシステムの信頼性も高くなる可能性があることがわかる。

以上より、本研究で用いたネットワークの場合は、形状的には、直列形のみでなく適度に格子形も含まれた構成となっている。また、破壊確率の高いリンクがシステムの特定の範囲に集中すると、地震が発生した場合、確定的に破壊が発生するシステムの弱点となるが、本研究で用いたネットワークの場合は、そのような弱点は存在していない事がわかった。従って、本研究で用いた上水道ネットワークシステムは、形状のおよび構成要素であるリンクの破壊確率の分布からみて、いわゆるバランスが良いシステムであるといえる。

#### 4. まとめ

(1) 冗長性指数  $R_E$  および Ziha<sup>20,27)</sup> の提案した冗長性指数  $R_Z$  との数学的関係を式(18)によって明確に示した。その結果、両者には線形関係が存在することがわかった。

(2) ライフラインシステムの信頼性は、要素に破壊が生じた場合であってもシステムの機能が無事であればよいという確率で定義することが適當である。このような信頼

性によって定義されるシステムの冗長性を定量的に表現する場合には、式(8)によって定義された冗長性指数  $R_E$  が、式(12)で定義されている冗長性指数  $R_Z$  よりも優れていることが予測されていたが、本研究の例題によって明らかになった。

つまり、ライフラインシステムの冗長性を測る場合には、冗長性指数  $R_Z$  は、鋭敏性が低く、各ノード間における差を読み取ることが困難である。一方、冗長性指数  $R_E$  は鋭敏性が高く、ライフラインシステムのリスク解析への適用に適していることがわかった。

(3) 本研究で用いた解析モデルにおいて、冗長性指数  $R_E$  は、各ノードの信頼性を表す孤立確率に対応して顕著に変化した。冗長性指数  $R_E$  は、孤立確率が低い Demand Node では高い値を示し、孤立確率が高い Demand Node では低い値を示した。

Supply Node と Demand Node との連結確率に基づいた信頼性つまり孤立確率と、冗長性指数  $R_E$  は同傾向の変化を示したことより、冗長性によってライフラインの地震リスクを表現できることがわかった。

(4) 本研究の目的は、ライフラインの冗長性を定量化するものであり、そのための指標として、冗長性指数  $R_E$  を用いている。冗長性指数  $R_E$  がシステムの冗長性を定量化できることは理論的に示しているが、しかし、実際にどの程度の信頼度があるかは不明である。そのため、従来から用いられているソースとノードとの連結されない確率によって定義される非連結確率を孤立確率として求め、比較検討を行っている。今後、冗長性指数  $R_E$  の計算をもっと簡略化して行う方法の開発が一つの課題となる。

#### 5. 今後の展望

ネットワークシステムの地震時の保有耐力は、「ネットワーク形状」、「リンク等の強度」、「地盤条件」、「入力地震の条件」等によって異なるものである。本研究においては、ライフラインシステムの冗長性を数値で表現するための適切な指標 (index) として、冗長性指数  $R_E$  を提案している。冗長性指数  $R_E$  により、ライフラインシステムの現状の冗長性を表すことが可能となれば、確率理論に基づいた信頼性による地震リスク解析方法と同様に、ライフラインの安全性を評価する基準として有効となる。そして、冗長性指数  $R_E$  を用いてライフラインの現状の冗長性を定量化する事により、例えば次の項目等への利用が可能となると考える。

(1) システム内の弱点の評価

システム内に弱点が存在する場合、Figure 1 に示した事象  $D_1$  から  $D_{m-1}$  の生起確率のいずれかに異常が発生し、その結果、 $R_E$  は低い値をとる。従って、信頼性が同程度で



あっても  $R_E$  の値が低いようなシステムは、その内部に弱点を有していると判断できる。

## (2)地震被害軽減のための改善計画の評価

複数の改善計画が存在するとき、それぞれの改善計画の実施によってシステムの冗長性が最も向上する計画が最適であると評価できる。

最後に、本研究は、第1、第2著者が冗長性に関する理論の検討を行い、第1、第3著者が冗長性指数  $R_E$  を用いた例題の考察を行っている。

## 参考文献

- 1)建設省土木研究所：1978年宮城県沖地震災害調査報告，土木研究所資料，第1437号，1979.8.
- 2)磯山龍二，片山恒雄：大規模上水道システムの地震時信頼性評価法，土木学会論文報告集，No.321，pp.37-48，1982.5.
- 3)篠塚正直，小池武：埋設ライフラインシステムの連結性能に関する地震危険度解析，土木学会論文報告集，No.311，pp.13-24，1981.7.
- 4)星谷勝，宮崎正敏：上水道システムの地震災害復旧の戦略と予測，土木学会論文報告集，No.331，pp.45-54，1983.3.
- 5)星谷勝，小池精一：ライフラインの地震災害における復旧予測モデル，土木学会論文報告集，No.308，pp.25-35，1981.4.
- 6)能島暢呂：地震災害における都市ライフライン系のリスク評価に関する研究，京都大学学位論文，1992.9.
- 7)星谷勝，大野春雄：震災時ライフラインの相互影響を考慮した復旧過程の機能評価法，土木学会論文集，No.386/I-8，pp.387-3396，1987.10.
- 8)大野春雄，星谷勝：実務者の経験法則を用いた震災時上水道機能の復旧予測システム，土木学会論文集，No.422/I-14，pp.432-439，1990.10.
- 9)星谷勝，大野春雄，山本欣弥：あいまい理論によるライフライン機能の震災影響波及の構造化，土木学会論文集，No.344/I-1，pp.295-303，1984.4.
- 10)市東哲也，星谷勝：上水道システムの地震リスクマネジメント，土木学会論文集，No.584/I-42，pp.201-213，1998.1.
- 11)朱牟田善治：電力系統の地震リスク評価に基づく変電設備の耐震補強計画法に関する研究，電力中央研究所報告，1998.3.
- 12)Chang, S. E. and Shinozuka, M.: Life-Cycle Cost Analysis with Natural Hazard Risk, *Journal of Infrastructure Systems*, ASCE, pp.118-126, 1996.9.
- 13)奥野隆史：計量地理学の基礎，大明堂，1977.
- 14)篠塚正直，小池武：埋設ライフラインシステムの機能性能に関する地震危険度解析，土木学会論文報告集，No.311，pp.25-35，1981.7.
- 15)Freudenthal, A.M., Garrelts, J.M. and Shinozuka, M.: The Analysis of Structural Safety, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.92, No.ST1, pp.267-326, 1966.
- 16)Yao, J.T.P. and Yeh, H.Y.: Formulation of Structural Reliability, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.95, No.ST12, pp.2611-2620, 1969.
- 17)Moses, F. and Kinser, D. E.: Analysis of Structural Reliability, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.93, No.ST5, pp.147-164, 1967.
- 18)Cornell, C.A.: Bounds on the Reliability of Structural Systems, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.93, No.ST1, pp.171-200, 1967.
- 19)Hoshiya, M.: Reliability of Redundant Cable System, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.97, No.ST11, pp.2773-2776, 1971.
- 20)De, R.S., Karamchandani, A. and Cornell, C.A.: Study of Redundancy in Near-Ideal Parallel Structural Systems, *5th International Conference on Structural Safety and Reliability*, pp.975-982, 1989.
- 21)Wen, Y.K., Wang, C.-H. and Song, S.H.: Structural Redundancy Under Stochastic Loads, *Stochastic Structural Dynamics*, pp.213-220, 1999.
- 22)Hoshiya, M.: Reliability vs. Uncertainty in Structural Safety, *8th International Conference on Application of Probability and Statistics*, Sydney, Australia, pp.1131-1134, 1999.
- 23)星谷勝，山本欣弥：情報エントロピーを用いたシステムの信頼性と冗長性の検討，土木学会論文集，No.654/I-52，pp.355-366，2000.7.
- 24)Shannon, C.E. and Weaver, W.: The Mathematical Theory of Communication, *Univ. of Illinois Press*, 1949.
- 25)Kullback, S.: Information Theory and Statistics, *Dover Publications*, New York, 1959.
- 26)Ziha, K.: Usage of Relative Uncertainty Measures, *21st International Conference Information Technology Interfaces ITI'99*, pp.269-274, 1999.
- 27)Ziha, K.: Event Oriented System Analysis, *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol.15, No.3, pp.261-275, 2000.7.
- 28)東京都防災会議：東京都区部における地震被害の想定に関する報告書，東京都防災会議報告書，1978.6.
- 29)Hoshiya, M. and Yamamoto, K.: Role of Entropy in Safety Evaluation of Structural Systems, *First USA-China-Japan Workshop on Civil Infrastructure Systems*, Shanghai, China, pp.143-146, Nov., 1998.

(2000. 10. 17 受付)

## SEISMIC RISK ANALYSIS OF LIFELINE SYSTEM WITH REDUNDANCY INDEX

Kinya YAMAMOTO, Masaru HOSHIYA and Haruo OHNO

This study investigates a redundancy index  $R_E$  in order to discuss the reserve capacity of a complex lifeline system. This index  $R_E$  is defined by an information entropy of damage modes conditioned on damage occurrence. First, mathematical relationship between  $R_E$  and other index  $R_Z$  proposed by Ziha is established, and it is clarified that  $R_E$  is more sensitive to the probability of disconnectivity, and therefore more useful than  $R_Z$ , though they are linearly related. A model for a water supply network is studied for the reserve capacity by using  $R_E$ .