

時間に依存する位相を考慮して作成した 模擬地震動の非定常性に関する基礎的研究

藤原豪紀¹・中山隆弘²

¹正会員 工修 フクヨシエンジニアリング株式会社 (〒732-0045 広島市東区曙 3-3-19)

²正会員 工博 広島工業大学教授 工学部建設工学科 (〒731-5193 広島市佐伯区三宅 2-1-1)

地震動のフーリエ解析では、解析信号を用いて時間領域で振幅と位相を定義し、時間・周波数両領域における位相と地震動の非定常性との関係が明らかにされている。本研究では、地震動の非定常スペクトルと時間に依存する位相(時間位相)を解析信号によって表現し、非定常スペクトルと時間位相を考慮した地震動のシミュレーションにおける時間位相と地震動の非定常性との関わりをフーリエ解析理論に基づいて考察した。さらに観測波の非定常スペクトルや時間位相を原モデルとして作成した一群の模擬地震動の群遅延時間や弾塑性応答の特性を具体的に調べた。同様の検討を、非定常スペクトルと一様乱数を用いて作成した模擬地震動に対しても行い、二つの方法による模擬地震動の非定常性の違いを明らかにした。

Key Words: *evolutionary spectrum, time-varying phase, simulation, group delay time, instantaneous frequency*

1. 緒言

耐震設計に用いる入力地震動の時刻歴波形の作成においては、地震動の非定常性を的確にモデル化してその特性を波形に反映させることが重要である。非定常スペクトルによるとスペクトルの時間的変化が直接捉えられるので、種々の定義に基づく非定常スペクトルを用いて地震動の非定常性が検討されてきた^{1)~4)}。さらに、地震動のシミュレーション法^{5) 6)}や観測波の解析結果に基づく非定常スペクトルのモデルが提案された^{7) 8)}。

一方、非定常スペクトルによる研究にやや遅れて、フーリエ位相に注目して地震動の非定常性を明らかにする研究が大崎ら⁹⁾や Katukura et al.¹⁰⁾によって行われた。その後、位相差分や位相の傾きである群遅延時間の物理的意味と地震動波形の非定常性との関係が明らかにされた^{11) 12)}。この位相に基づく方法によると、盛川¹³⁾が指摘しているように非定常スペクトルによる方法に比べ、物理的に明快なモデルの作成が可能である。現在では位相に基づく研究が幅広く行われている。例えば、地震動の震源や伝播経路、地盤増幅特性を考

慮した位相モデル^{14) 15)}や観測波に基づく位相の統計モデル^{16) 17)}が提案されている。

ところで、著者¹⁸⁾は複素変調(CD)法による発展スペクトル(evolutionary spectrum¹⁹⁾、以下、非定常スペクトルという)の解析法を提案した。さらに、非定常スペクトルと時間に依存する位相(時間位相)を用いた地震動のシミュレーション法を提案し、非定常スペクトルと一様乱数を用いた方法(従来法)との比較や提案した方法の有効性を、模擬地震動を非定常スペクトル解析することによって検証した²⁰⁾。なお、本論文でも前論文²⁰⁾で提案したシミュレーション法を本法と呼ぶことにする。

今後は非定常スペクトルと時間位相のモデル化が課題であるが、これは前述の位相に基づく研究成果との整合を配慮したものでなければならないと考えている。そのためには、本法や従来法のシミュレーションの方法に対するフーリエ解析理論からの検討に加え、両法による模擬地震動の非定常性を位相に基づいて明らかにしておく必要がある。

そこで本論文では、まず本法と従来法による地震動のシミュレーション式について理論的な考察を加える。

すなわちフーリエ解析理論によると、地震動に対して解析信号²¹⁾ (analytical signal, complex envelope^{11), 23)} を用いて振幅 (包絡線) と位相 (時変位相²³⁾ と呼ぶ) を時間領域でそれぞれ定義することができる。また、時間・周波数両領域における位相と地震動の非定常性との関係は、和泉・勝倉¹¹⁾により明らかにされている。そこで地震動の非定常スペクトルと時間位相を解析信号によって表現し、本法と従来法によるシミュレーション式を、群遅延時間や時変位相の時間に関する微分である瞬時周波数²¹⁾と地震動の非定常性との関係から考察する。なお、解析信号を用いた方法による非定常スペクトルと時間位相がCD法によるそれらとほぼ完全に一致することは別報²⁰⁾で示した。

次に観測波の非定常スペクトルと時間位相を原モデルとし、本法と従来法によってそれぞれ50波ずつ作成した一群の模擬地震動に対して、フーリエ振幅や群遅延時間、波形の包絡線、弾塑性応答の特性を検討する。フーリエ振幅の特性については、前述の理論的な考察に基づいて、同特性に対する時変位相の関わりを検証する。また、模擬地震動の波形の包絡線は周波数特性と異なり、両法による特性の差が小さいことが明らかになる。このため、群遅延時間による検討に加え、地震動のシミュレーションの際に合成される各帯域波とそれらを重ね合わせた、重ね合わせ帯域波の包絡線のばらつき特性も調べる。模擬地震動の弾塑性応答特性については、所要降伏震度スペクトル²⁴⁾によって検討する。

なお、前報²⁵⁾においても一群の模擬地震動のフーリエ振幅や位相、包絡線の特性を示した。これは、震源がほぼ一致する一群の観測波の特性と、本法や従来法による模擬地震動のそれらとの比較のために示したものである。本論文では、模擬地震動の非定常性について前報よりさらに詳細な検討が行われている。

2. 非定常スペクトルと時間位相の解析信号による数学的表現

(1) 確定関数の非定常スペクトルと時間位相²⁰⁾

実関数である非定常確率過程 $X(t)$ が次式で表されるとする。

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega t) dF(t, \omega) \quad (1)$$

発展スペクトル理論によるとオシラトリ過程では、 $dF(t, \omega)$ が変調関数 $A(t, \omega)$ と直交増分過程 $Z(\omega)$ によって、

$$dF(t, \omega) = A(t, \omega) dZ(\omega) \quad (2)$$

のように定義される。ここで、 $A(t, \omega)$ は時間 t と円振

動数 ω に対してともに緩やかに変化する確定関数である。

いま、式(2)で定義した $dF(t, \omega)$ が複素関数であるとして極形式で表すとともに、 $X(t)$ が実関数である条件を用いて式(1)を実部に関してまとめる。さらに式(1)の積分を級数近似すると次式を得る。

$$X(t) \cong 2 \sum_{i=1}^{\infty} \cos\{\omega_i t + \phi(t, \omega_i)\} dF(t, \omega_i) \quad (3)$$

ここで、

$$\phi(t, \omega) = \tan^{-1} \left\{ \frac{dF_I(t, \omega)}{dF_R(t, \omega)} \right\} \quad (4)$$

を時間位相と定義する。なお、 R と I の添字はそれぞれ変数の実部と虚部を表す。同様に $A(t, \omega)$ と $dZ(\omega)$ がそれぞれ複素関数であるとして位相角を定義すると、次の関係式が得られる。

$$\phi(t, \omega) = \beta(t, \omega) + \theta(\omega) + 2m_1\pi \quad (5)$$

ただし、 m_1 は任意の整数であり、 $\beta(t, \omega)$ と $\theta(\omega)$ はそれぞれ式(6)と式(7)により定義される。

$$\beta(t, \omega) = \tan^{-1} \left\{ \frac{A_I(t, \omega)}{A_R(t, \omega)} \right\} \quad (6)$$

$$\theta(\omega) = \tan^{-1} \left\{ \frac{dZ_I(\omega)}{dZ_R(\omega)} \right\} \quad (7)$$

さらに、 $X(t)$ を中心円振動数 ω_i の狭帯域フィルターに通し、得られた狭帯域波 (以下、 $X(t)$ の帯域波という言い方をする) を $x_i(t)$ と表せば、 $x_i(t)$ は次のように近似的に与えられる。

$$x_i(t) \cong 2 |dF(t, \omega_i)| \cos\{\omega_i t + \phi(t, \omega_i)\} \quad (8)$$

さて、非定常確率過程における一つの標本関数 $x(t)$ の帯域波 $x_i(t)$ についても式(8)と同様の表現が可能である。この場合、 $x_i(t)$ に対する非定常スペクトル $f(t, \omega_i)$ は次式で与えられる。

$$f(t, \omega_i) = \frac{2 |dF(t, \omega_i)|^2}{\Delta\omega_i} \quad (9)$$

ただし、 $\Delta\omega_i$ は狭帯域フィルターの帯域幅である。

(2) 非定常スペクトルと時間位相の解析信号による表現²³⁾

Papoulis²⁶⁾によると、 $x_i(t)$ の解析信号 $\bar{x}_i(t)$ は、式(10)の極形式によって表すことができる。

$$\bar{x}_i(t) = x_i(t) + i\hat{x}_i(t) = |\bar{x}_i(t)| \exp\{i\zeta_i(t)\} \quad (10)$$

$$x_i(t) = |\bar{x}_i(t)| \cos \zeta_i(t) \quad (11)$$

$$\zeta_i(t) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\hat{x}_i(t)}{x_i(t)} \right\} \quad (12)$$

ここで、 $\hat{x}_i(t)$ は $x_i(t)$ のヒルベルト変換であり、 $\hat{x}_i(t) \leftrightarrow \bar{X}_i(\omega)$ (\leftrightarrow はフーリエ変換の関係を表す) とする。

いま、 $\bar{y}_i(t) \leftrightarrow \bar{X}_i(\omega + \omega_i)$ とすると、 $\bar{x}_i(t)$ は、変調によって次のように表すことができる。

$$\bar{x}_i(t) = \bar{y}_i(t) \exp\{i\omega_i t\} = \{y_i(t) + i\hat{y}_i(t)\} \exp\{i\omega_i t\} \quad (13)$$

上式の実部をとると次式を得る。

$$\begin{aligned} x_i(t) &= y_i(t) \cos \omega_i t - \hat{y}_i(t) \sin \omega_i t \\ &= P(t) \cos\{\omega_i t + \varphi(t)\} \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、 $P(t) = |\bar{y}_i(t)|$ 、 $\varphi(t) = \tan^{-1}\{\hat{y}_i(t)/y_i(t)\}$ であり、前者を包絡線と、後者を時変位相と呼ぶ。

式(11)と式(14)は式(8)と完全な対応関係をもつ。したがって、確定関数の非定常スペクトルと時間位相は解析信号により、それぞれ次のように与えられる。

$$f(t, \omega_i) = \frac{|\bar{x}_i(t)|^2}{2\Delta\omega_i} \quad (15)$$

$$\phi(t, \omega_i) = \zeta_i(t) - \omega_i t + 2m_2\pi \quad (16)$$

ここで、 m_2 は任意の整数である。

3. 地震動のシミュレーションに用いた時間位相と地震動の非定常性の関係

(1) 地震動のシミュレーション²⁰⁾

いま、 $x(t)$ をある一つの地震動とする。 $m_1 = 0$ とした式(5)と式(9)を式(3)に代入すると、 $x(t)$ の非定常スペクトルと時間位相を有する模擬地震動が次式で与えられる。

$$x_s(t) = \sum_{i=1}^n \sqrt{2f(t, \omega_i)\Delta\omega_i} \cos\{\omega_i t + \beta(t, \omega_i) + \theta(\omega_i)\} \quad (17)$$

ここで、 n は帯域波の個数であり、 ω_n 以上の円振動数で非定常スペクトルが十分小さい値となるように設定する。また、 $\theta(\omega_i)$ は i に無関係に $-\pi \sim \pi$ の一様乱数と仮定する。

さて、式(17)の右辺を算定するためには、変調関数の位相 $\beta(t, \omega)$ を具体的に決定する必要がある。ここでは地震動 $x(t)$ の $dZ(\omega)$ がそのフーリエ係数によって与えられると仮定して、 $\beta(t, \omega) = \phi(t, \omega) - \theta(\omega)$ とす

る。ただし、 $\theta(\omega)$ は $x(t)$ のフーリエ位相である。その結果、本法による地震動のシミュレーション式は次のように与えられる。

$$x_s(t) = \sum_{i=1}^n \sqrt{2f(t, \omega_i)\Delta\omega_i} \cdot \cos\{\omega_i t + \phi(t, \omega_i) - \theta(\omega_i) + \theta(\omega_i)\} \quad (18)$$

式(15)、(16)から、非定常スペクトル理論による地震動のシミュレーションでは、モデルとした地震動の各帯域波の包絡線と時変位相がそれぞれ非定常スペクトルと変調関数の位相として関与していることがわかる。

次に従来法のシミュレーション式を誘導する。従来法では、変調関数を実関数と仮定する。すなわち、 $A(t, \omega) = A_R(t, \omega)$ とおくと $\beta(t, \omega) = 0$ となり、式(17)は次のようになる。

$$x_s(t) = \sum_{i=1}^n \sqrt{2f(t, \omega_i)\Delta\omega_i} \cos\{\omega_i t + \theta(\omega_i)\} \quad (19)$$

このように従来法では、変調関数の位相が無視されていることがわかる。

(2) シミュレーションに用いた時間位相と地震動の非定常性との関係

まず、地震動の帯域波 $x_i(t)$ における時間位相について考察してみよう。 $x_i(t)$ に対して式(20)、(21)が成立する。これらは、和泉・勝倉¹¹⁾が地震動に対して示した式を帯域波に置き換えており、 ω_0 と $\sigma_{\omega_i}^2$ は、帯域波の $|\bar{X}_i(\omega)|^2$ のそれぞれ重心と広がりを表している。

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{2\pi E_i} \int_{-\infty}^{\infty} \omega |\bar{X}_i(\omega)|^2 d\omega \\ &= \frac{2\pi}{E_i} \int_{-\infty}^{\infty} |\bar{x}_i(t)|^2 f_{gr}(t) dt \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\omega_i}^2 &= \frac{1}{2\pi E_i} \int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \omega_0)^2 |\bar{X}_i(\omega)|^2 d\omega \\ &= \frac{1}{E_i} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \left(\frac{d|\bar{x}_i(t)|}{dt} \right)^2 + |\bar{x}_i(t)|^2 (2\pi f_{gr}(t) - \omega_0)^2 \right\} dt \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、

$$E_i = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\bar{X}_i(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |\bar{x}_i(t)|^2 dt \quad (22)$$

$$2\pi f_{gr}(t) = \frac{d\zeta_i(t)}{dt} = \omega_i + \frac{\partial\phi(t, \omega_i)}{\partial t} \quad (23)$$

ただし、 $f_{gr}(t)$ は i 番目の帯域波の瞬時周波数であり、また $x_i(t)$ のフーリエ振幅を $A_i(\omega)$ とすると、 $|\bar{X}_i(\omega)| = 2A_i(\omega)$ が成立する。

これらの式から、時間位相の時間に関する微分であ

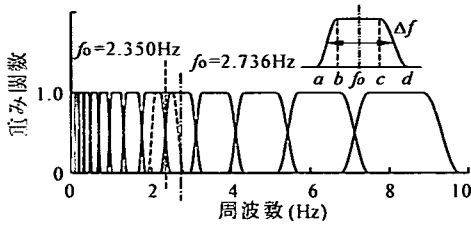


図-1 本法のモデルとなる非定常スペクトルと時間位相の算出に用いた狭帯域フィルター

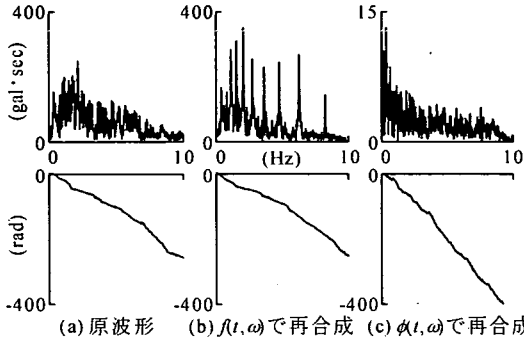


図-2 再合成波形のフーリエ振幅と位相(EL Centro NS)

る瞬時周波数が帯域波のフーリエ振幅に関係することがわかる。また本法では、重み関数が1である一組の狭帯域フィルター(図-1)を原波形の帯域通過処理に用いており、着目周波数域において次式が成立する。

$$|\bar{X}(\omega)| = \sum_i W_i(\omega) |\bar{X}_i(\omega)| \quad (24)$$

ここで、 $W_i(\omega)$ は図に示した*i*番目の狭帯域フィルターの重み関数であり、 $\bar{x}(t)$ を $x(t)$ の解析信号とし、 $\bar{x}(t) \leftrightarrow \bar{X}(\omega)$ としている。

次に、本法による模擬地震動について考察してみよう。地震動のシミュレーションでは各帯域波を時間領域において重ね合わせているが、本法の場合、周波数領域では式(24)と同じ構成になっている。いま、式(18)における*i*番目の帯域波に注目すると、式(15)から非定常スペクトルが $|\bar{x}_i(t)|$ に、また式(16)から瞬時周波数が式(23)と一致する。したがって、*i*番目の帯域波に対して式(20)、(21)のそれぞれ第2式が、地震動の帯域波の場合と同様に成立する。つまり、 ω_0 と $\sigma\omega^2$ には $\theta(\omega_i)$ と $\theta(\omega_i)$ が関与しない。このようなことから、本法では模擬地震動のフーリエ振幅が着目周波数域において、シミュレーションのモデルとした原波形のそれによく一致すると考えられる。

ところで、前報²⁰⁾では本法の近似法として、次式による簡易法²⁷⁾のシミュレーションの結果を示した。式(18)と式(25)を比較すると、両法における帯域波の瞬時周波数が一致する。これが両法によるシミュレ

表-1 本研究で用いた地震動

地震	地点	成分	最大加速度 (gal)	継続時間 (sec)
Imperial valley 1940.5.18	El Centro	NS	331.7	22.0
十勝沖 1968.5.16	八戸 Hachinohe	NS	232.7	119.0
兵庫県南部 1995.1.17	神戸 Kobe	EW	620.1	150.0

シヨンの結果がよく一致した理由と考えられる。

$$x_i(t) = \sum_{\omega=1}^n \sqrt{2f(t, \omega)\Delta\omega} \cos\{\omega t + \phi(t, \omega) + \theta(\omega_i)\} \quad (25)$$

さて、式(26)、(27)は、和泉・勝倉による地震動の群遅延時間 $t_{gr}(\omega)$ の平均値 t_0 と分散 σ^2 の関係式である。

$$t_0 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} t |\bar{x}(t)|^2 dt$$

$$= \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} |\bar{X}(\omega)|^2 t_{gr}(\omega) d\omega \quad (26)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (t - t_0)^2 |\bar{x}(t)|^2 dt$$

$$= \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \left(\frac{d|\bar{X}(\omega)|}{d\omega} \right)^2 + |\bar{X}(\omega)|^2 (t_{gr}(\omega) - t_0)^2 \right\} d\omega \quad (27)$$

ただし、 E は次式による。

$$E = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\bar{X}(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |\bar{x}(t)|^2 dt \quad (28)$$

これまでの考察は模擬地震動のフーリエ振幅に関するものであったが、位相(群遅延時間)も原波形のそれと一致する場合には、模擬地震動の経時特性を表す t_0 と σ^2 が原波形のそれらによく一致すると考えられる。

(3) 非定常スペクトルまたは時間位相と波形の周波数特性との関係

前節では、フーリエ振幅と位相から本法による模擬地震動の特性を考察した。ここでは、非定常スペクトルや時間位相がフーリエ振幅や位相にどの程度、関係しているのか具体的に検討する。そのために、式(17)において $\beta(t, \omega_i) + \theta(\omega_i) = 0$ として非定常スペクトル

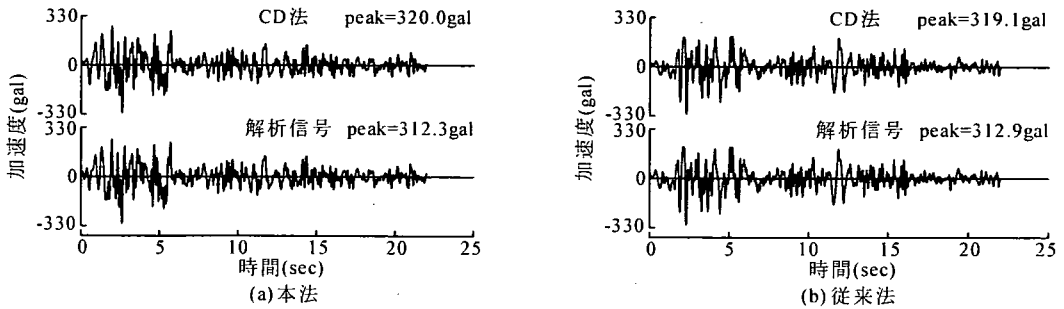


図-3 本法と従来法による模擬地震動の一例(El Centro NS, 非定常スペクトルと時間位相はそれぞれCD法と解析信号を用いた方法による)

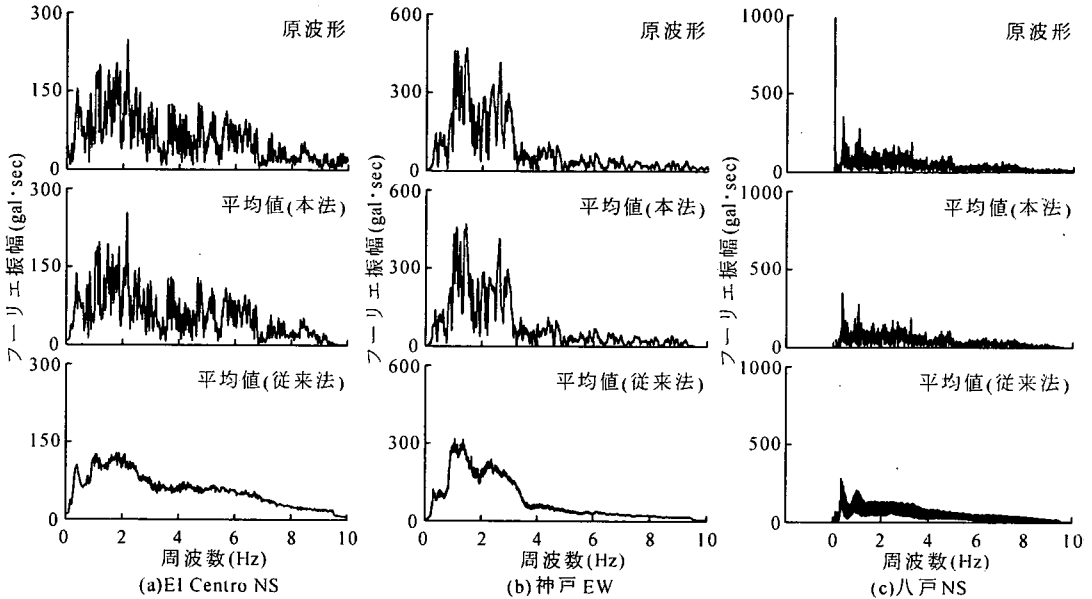


図-4 本法と従来法による模擬地震動各50波のフーリエスペクトルの平均値

のみで再合成した波形と、ルート部を 1 とおいて $\phi(t, \omega_i) = \beta(t, \omega_i) + \theta(\omega_i)$, すなわち時間位相のみで再合成した波形の周波数特性を調べた. 図-2 の(b)が前者の, (c)が後者の結果を示している. なお, 本研究では表-1 に示した三つの地震動を原波形として用いた. 地震動記録のサンプリング時間間隔 Δt は, El Centro と八戸記録が 0.01 秒, 神戸記録が 0.02 秒である. 図-2 は El Centro 波に対する結果である. 位相は, $|\theta(\omega + \Delta\omega) - \theta(\omega)| \leq \pi$ となるように, 位相差分の絶対値が π を超える場合にアンラップ操作を行っている. ただし $\Delta\omega$ は, FFT におけるデータ数と地震動のサンプリング時間間隔から決定される円振動数間隔である. 図の(c)では帯域波の包絡線を 1 としているので(b)の結果と単純な比較ができないが, 周波数成分に関する情報は, 時間位相に含まれているようである. また, 位相は非定常スペクトルによってほぼ決定されている.

ところで, 本法では前節の考察と図-2 の結果から模擬地震動のフーリエ振幅と位相の両特性が原波形のそれらとよく一致すると考えられるので, 式(26), (27)のそれぞれ第 2 式を用いて模擬地震動の経時特性を想定できる. しかし従来法の場合, 事前に周波数特性から経時特性を予想することは難しい. 例えば, 両特性は本法の場合ほど原波形のそれらに一致しないが, t_0 と σ^2 はよく一致するケースも考えられるからである.

4. 本法と従来法による模擬地震動の非定常性の検討

(1) 模擬地震動の作成

本法と従来法による模擬地震動の作成は前報²⁰⁾に示す方法によった. すなわち, 表-1 に示した地震動

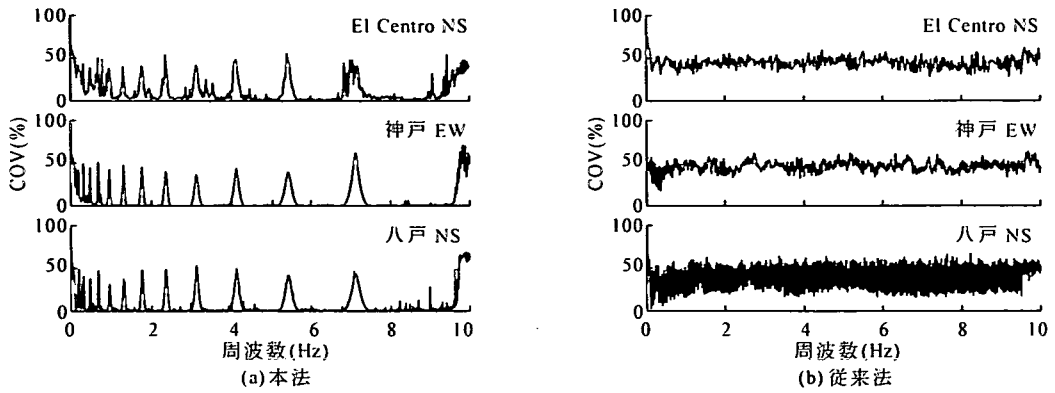


図-5 本法と従来法による模擬地震動各50波のフーリエスペクトルの変動係数 (COV)

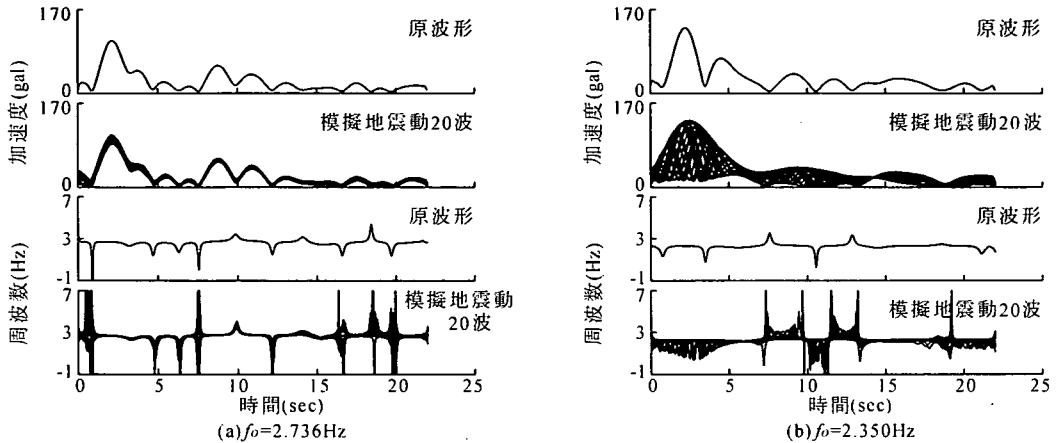


図-6 本法による模擬地震動の帯域波の包絡線と瞬時周波数 (El Centro NS)

に対して CD 法による非正常スペクトル解析を行い、地震動の非正常スペクトルと時間位相を求めた。CD 法に用いた帯域および低域フィルターも前報のとおりである。本法では非正常スペクトルと時間位相が、従来法では非正常スペクトルが原モデルである。これらの原モデルを用いて式(18)と式(19)により、各地震動に対し、それぞれ 50 波ずつ模擬地震動を作成した。両法とも 0.1~9.5Hz を着目周波数域としている。次節以降では、これら 50 波の模擬地震動に対する数値計算結果を示している。

このように、ここでは前報との関連を考慮して非正常スペクトル解析に CD 法を用いた。緒言で述べたように、CD 法と解析信号を用いた方法による非正常スペクトル解析の結果はほぼ完全に一致する²³⁾。確認のため、両解析法による非正常スペクトルと時間位相を用いて模擬地震動を作成した(図-3)。波形の初動部とピーク値に差が少しあるが、両解析法に基づく模擬地震動は良好な一致を示している。

(2) 模擬地震動のフーリエ振幅と帯域波の包絡線および瞬時周波数

図-4 にそれぞれ本法と従来法による模擬地震動のフーリエスペクトルの平均値を、図-5 に同スペクトルの変動係数を示す。本法の場合、平均値が原波形のスペクトルに一致しているが、従来法では原波形のそれを均したような形状を示している。これはある周波数に注目すると、そのスペクトルがかなりばらついていることを意味しており、変動係数はそのような結果を示している。本法では、変動係数が特定の周波数を除くと非常に小さい値を示し、前章で考察したとおりの結果となっている。なお、変動係数の各ピーク位置は、図-1 の各狭帯域フィルターの重ね合わせ部と一致している。

次に模擬地震動の時間位相を具体的に調べた。図-5 の本法では、変動係数が前述のような特徴的な変化を示しているため、変動係数が小さい値を示す場合の一例として中心周波数 $f_0=2.736\text{Hz}$ (図-1 に示す一点鎖線) の時間位相に、ピーク的な変動係数を示す一例と

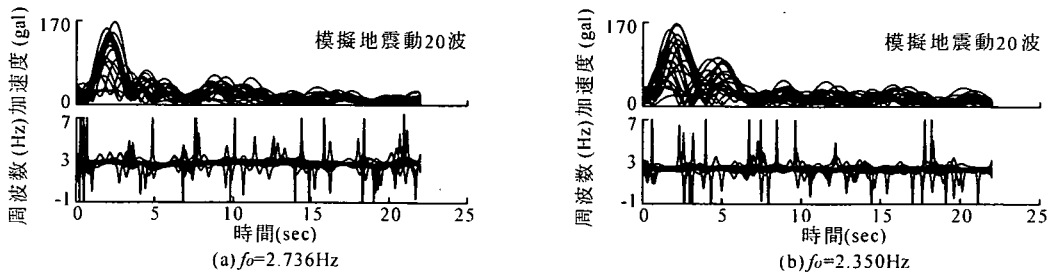


図-7 従来法による模擬地震動の帯域波の包絡線と瞬時周波数(EI Centro NS)

表-2 本法と従来法による模擬地震動 (EI Centro NS) に対する
帯域波の f_{o_i} と σ_{f_i} のそれぞれ平均値と標準偏差

中心周波数(Hz)	(Hz)	原波形	模擬地震動(本法 50 波)		模擬地震動(従来法 50 波)	
			平均値	標準偏差	平均値	標準偏差
2.736	f_{o_i}	2.68	2.67	0.014	2.69	0.060
	σ_{f_i}	0.22	0.21	0.008	0.20	0.018
2.350	f_{o_i}	2.27	2.28	0.011	2.31	0.041
	σ_{f_i}	0.18	0.19	0.005	0.18	0.020

して同 2.350Hz (同図破線) のそれに注目した。なお前者は、本法のモデルとなる非定常スペクトルと時間位相の算出に用いた狭帯域フィルターの中心周波数と一致し、後者は、同フィルターの重ね合わせ部の周波数に相当している。

図-6 には、EI Centro の模擬地震動に CD 法を適用して求めたこれらの中心周波数に対する帯域波の包絡線と瞬時周波数を示している。また、図には本法による模擬地震動 50 波の中から任意の 20 波の結果を示している。なお、瞬時周波数は次のように求めた²³⁾。すなわち、時間位相 $(-\pi \sim \pi)$ の時間に関する差分の絶対値が $|\phi(t+\Delta t, \omega_i) - \phi(t, \omega_i)| \leq \pi$ となるように、同絶対値が π を超える場合にアンラップ操作を行った。操作を行った時間位相に対し、次式によって瞬時周波数を算定した。

$$f_{\sigma_i}(t) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \omega_i + \frac{\phi(t+\Delta t, \omega_i) - \phi(t, \omega_i)}{\Delta t} \right\} \quad (29)$$

中心周波数 2.736Hz の場合、模擬地震動の帯域波の包絡線は、原波形のそれによく一致している。瞬時周波数は、その急変部において変化の方向がばらついているが、その他の時刻では原波形のそれによく一致している。一方、狭帯域フィルターの重ね合わせ周波数域に対応する中心周波数 2.350Hz では、包絡線と瞬時周波数のいずれもばらつきが大きくなっている。ただし、これらのばらつきはランダムではなく、いずれも時間軸上で前後にずれたような性状を示している。

図-7 に従来法に対するやはり 20 波の結果を示す。従来法では、シミュレーションのモデルとして時間位

相を用いていない。したがって、模擬地震動の帯域波の瞬時周波数は包絡線 (非定常スペクトル) の情報に基づいている。瞬時周波数は、包絡線と同様にかなりばらついている。瞬時周波数はある時刻における支配的な周波数成分を表しており、この結果は周波数の時間的変化がかなりばらついていることを意味している。

表-2 には、図-6, 7 に示した包絡線と瞬時周波数を用い、式(20), (21)によってそれぞれ算定した f_{o_i} と σ_{f_i} (ω_{o_i} と $\sigma_{\omega_{o_i}}$ をそれぞれ周波数に換算) を示している。ただし、平均値と標準偏差は模擬地震動 50 波に対する結果である。

f_{o_i} と σ_{f_i} の平均値は、両法とも原波形のそれらによく一致している。標準偏差については、従来法が本法の場合に比べて大きい値を示しており、従来法の場合の包絡線と瞬時周波数が本法によるそれらに比べてばらつく状況とよく整合している。ただし、標準偏差の値は従来法の場合においてもかなり小さく、図-4 に示したスペクトルの平均値を見てもわかるように、原波形のスペクトル特性は、同法による模擬地震動においても工学的に十分な精度で反映されていると考えられる。

ところで本法の場合、両中心周波数に対する標準偏差は同程度の値となっており、図-5 の変動係数のピークを必ずしも説明できていない。これは狭帯域フィルターの重ね合わせ周波数域では、スペクトルがばらつくが、その周波数の範囲が局部的であり、スペクトルの重心や広がりを与える影響が小さいものと推察される。

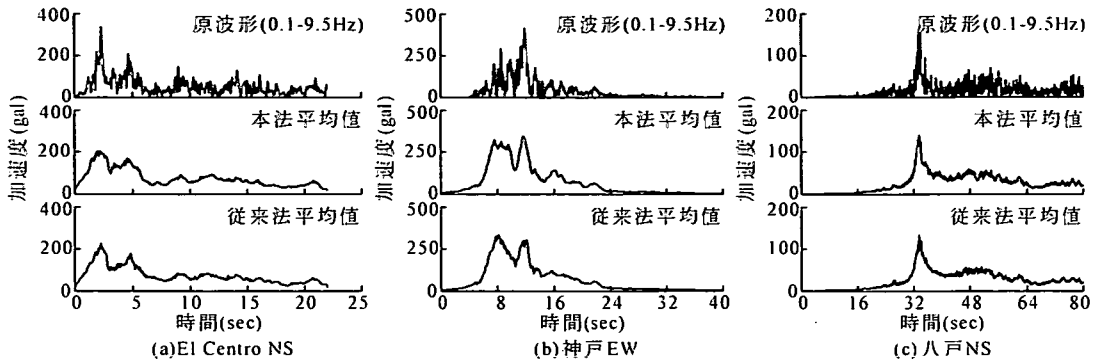


図-8 本法と従来法による模擬地震動各50波の包絡線の平均値

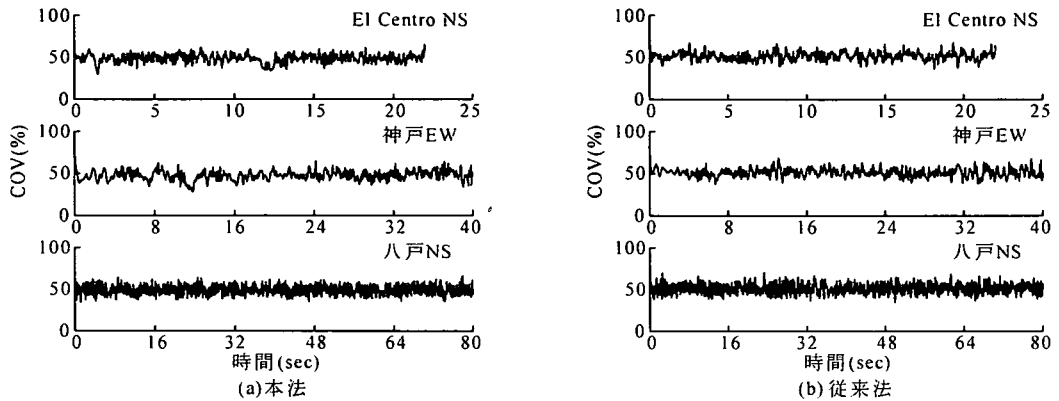


図-9 本法と従来法による模擬地震動各50波の包絡線の変動係数

(3) 模擬地震動の波形の包絡線と群遅延時間

図-8, 9 に模擬地震動波形の包絡線のそれぞれ平均値と変動係数を示す。これらの包絡線は解析信号を用いた方法²⁸⁾によって求めた。なお原波形の結果は、0.1~9.5Hzに帯域制限した波形に対するものである。波形の包絡線の平均値については、両法による差は小さく、いずれも原波形の包絡線を均したような時間的变化を示している。また、変動係数の平均値は本法が49~51%に、従来法が51~52%と、変動係数に関しても両法による差は小さい。

そこで、式(18)や式(19)によって実際にシミュレートされた帯域波と、 $i=1 \sim j$ の各帯域波を重ね合わせた、重ね合わせ帯域波の包絡線について調べた。なお、三つの地震動に対する包絡線の結果は、同様の傾向を示しているため、ここでは El Centro 波について検討を行った。

図-10 には、帯域波の包絡線に関する変動係数の平均値を、各中心周波数 f_j ($\omega_j=2\pi f_j$) に対してプロットしている。本法では $n=13$ すべての結果を、従来法では $n=189$ の中から 17 個の結果を図示している。両法とも重ね合わせ回数の増加に伴って波形の包絡線のばらつきが増加するが、これには特に約 0.5Hz 以下の重

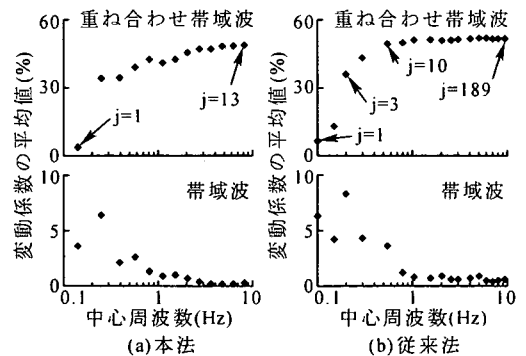


図-10 包絡線の変動係数の平均値(帯域波と重ね合わせ帯域波、各50波、El Centro NS)

表-3 本法と従来法による模擬地震動各50波の全エネルギーの変動係数(%)

方法	El Centro NS	神戸 EW	八戸 NS
本法	2.5	2.5	2.0
従来法	13.9	23.8	8.9

ね合わせ帯域波のばらつきが大きく影響している。これは、いくつかの周波数帯域に分割した帯域波の重ね

表-4 本法と従来法による模擬地震動各 50 波の群遅延時間 (0.1~9.5Hz, フーリエ振幅の重みあり) の平均値と標準偏差

項目	統計値 (sec)	原波形 (0.1-9.5Hz)	模擬地震動(本法 50 波)		模擬地震動(従来法 50 波)	
			平均値	標準偏差	平均値	標準偏差
El Centro NS	t_0	6.05	6.13	0.09	6.19	0.70
	σ_t	5.39	5.37	0.07	5.43	0.36
神戸 EW	t_0	10.54	10.51	0.12	10.59	0.54
	σ_t	3.48	3.61	0.06	3.65	0.31
八戸 NS	t_0	48.34	48.16	0.13	48.38	1.30
	σ_t	26.50	20.12	0.17	19.47	0.63

表-5 本法と従来法による模擬地震動各 50 波の群遅延時間 (0.1~9.5Hz, フーリエ振幅の重みなし) の平均値と標準偏差

項目	統計値 (sec)	原波形 (0.1-9.5Hz)	模擬地震動(本法 50 波)		模擬地震動(従来法 50 波)	
			平均値	標準偏差	平均値	標準偏差
El Centro NS	μ_{gr}	6.58	6.53	0.16	7.18	0.64
	σ_{gr}	8.73	8.74	0.14	8.26	0.44
神戸 EW	μ_{gr}	10.75	10.78	0.11	10.95	0.38
	σ_{gr}	8.34	8.53	0.16	8.24	0.83
八戸 NS	μ_{gr}	48.95	48.83	0.15	44.06	1.23
	σ_{gr}	34.56	34.71	0.22	32.14	1.48

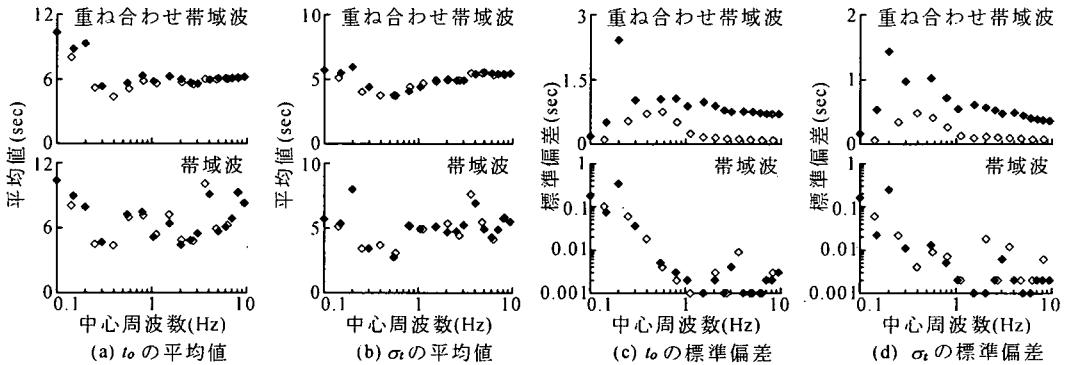


図-11 帯域波と重ね合わせ帯域波の t_0 と σ_t の平均値と標準偏差
 本法：白印，従来法：黒印，各50波，El Centro NS

合わせによって地震動を合成するシミュレーションの方法による特徴ともいえよう。

また、式(30)による地震動波形の全エネルギーについても調べた。表-3 には、三つの模擬地震動に関する全エネルギーの変動係数を示している。

$$E_g = \sum_{i=1}^N x(i\Delta t)^2 \Delta t \quad (30)$$

ただし、 N は地震動波形のデータ数である。

ある時刻に注目した模擬地震動波形の包絡線には両法による顕著な差が見られなかったが、振幅から求めた全エネルギーでは、両法における差が明白である。すなわち本法による模擬地震動では、従来法の場合と異なり、全エネルギーがほぼ一定に保たれている。こ

れは、フーリエ振幅の特性 (図-5) とも整合する結果となっている。

次に、模擬地震動のフーリエ振幅の重みを考慮した群遅延時間の平均値 t_0 と標準偏差 σ_t を求めた。佐藤ら¹⁶⁾は、地震動の経時特性を正しく評価するためには、フーリエ振幅による重みを考慮した t_0 と σ_t を算定する必要があると述べている。なお、群遅延時間の算定は、式(31)を用い、波形の前に 0 をつけて FFT を行う佐藤ら¹⁶⁾の方法によった。また、算定方法については、和泉・勝倉¹¹⁾や澤田ら¹⁴⁾の方法も含めた 3 手法の比較を行った (付録)。

$$t_{gr}(\omega) = -\frac{\theta(\omega + \Delta\omega) - \theta(\omega)}{\Delta\omega} \quad (31)$$

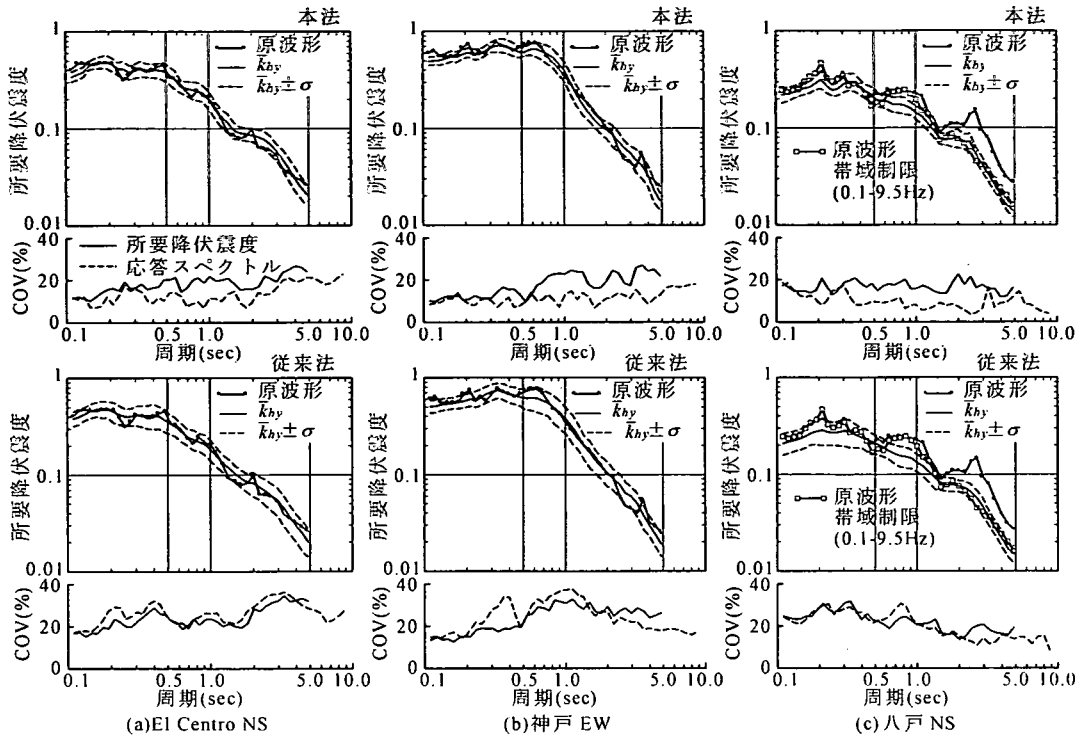


図-12 本法と従来法による模擬地震動各50波の所要降伏震度スペクトル
 復元力特性：バイリニア第二勾配比=0.05, $h=0.05$, $\mu=2$

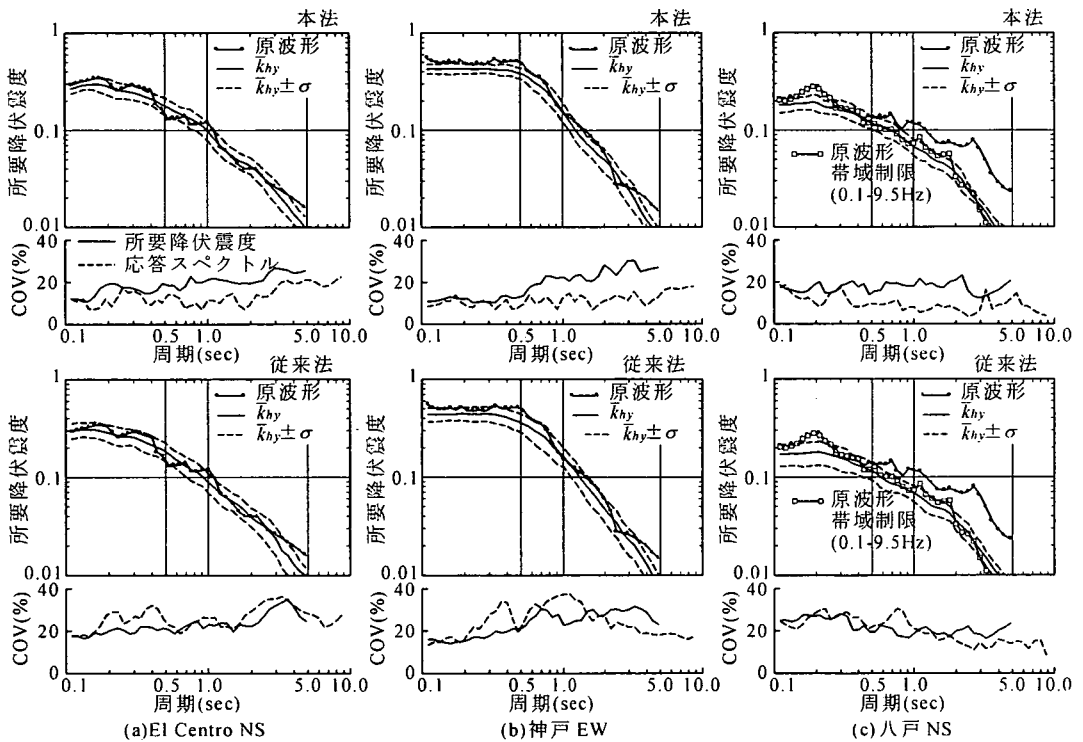


図-13 本法と従来法による模擬地震動各50波の所要降伏震度スペクトル
 復元力特性：バイリニア第二勾配比=0.05, $h=0.05$, $\mu=4$

表-4 には両法による模擬地震動の t_0 と σ_t のそれぞれ平均値と標準偏差をまとめている。 t_0 と σ_t のそれぞれの標準偏差は、従来法が本法の場合よりかなり大きくなっている。一方、 t_0 と σ_t の各平均値は、両法とも原波形の値とよく一致しており、図-8 に示した包絡線の平均値と整合する結果となっている。

表-5 には、フーリエ振幅の重みを考慮しない群遅延時間の平均値と標準偏差を示している。これは、0.1~9.5Hz の平均値 μ_{gr} と標準偏差 σ_{gr} を求めたものである。模擬地震動の場合には、各波形の μ_{gr} と σ_{gr} を求め、さらに 50 波に対するそれぞれの平均値と標準偏差を算定している。表-5 のこれらの結果および図-4, 5 の結果よると、従来法では個々に評価した模擬地震動のフーリエ振幅や位相（群遅延時間）は本法の場合ほど原波形の特性に一致していないが、両者を評価した t_0 と σ_t は原波形の値とよく一致していることがわかる。

そこで、式(18), (19)によって実際にシミュレートされた帯域波と重ね合わせ帯域波に対する t_0 と σ_t のそれぞれ平均値と標準偏差を調べた（図-11）。帯域波と重ね合わせ帯域波に対するこれらの平均値も両法においてよく一致している。これは、各帯域の t_0 と σ_t に対応する非正常スペクトルのモデルが作成できれば、地震動の経時特性をシミュレートできる可能性を示している。さらに模擬地震動のフーリエ振幅を制御するためには、非正常スペクトルに加え、時間位相のモデル化が必要である。

(4) 模擬地震動の所要降伏震度スペクトル

両法による模擬地震動が構造物の弾塑性応答に及ぼす影響を所要降伏震度スペクトル²⁴⁾によって検討した。復元力特性はバイリニアで、第二勾配比 5%、減衰定数 $h=5\%$ とし、塑性率 μ を 2 と 4 にした場合の模擬地震動 50 波に対する所要降伏震度の平均値 \bar{K}_{hv} と標準偏差 σ を算定した。図-12, 13 には、これらの数値計算結果を示している。

所要降伏震度のばらつきは周期によって異なるが、本法の方が従来法の結果より総じて小さいことがわかる。一例を数値で示すと、El Centro 波の周期 0.4 秒に対し、 $\mu=2$ の場合、本法の変動係数が 16.6%に、従来法のそれが 28.9%である。 $\mu=4$ では前者が 15.0%、後者が 21.8%である。このように弾塑性応答では両法による差が小さく、前節で述べた波形の包絡線の特性と比較的調和する結果となっている。

両図には、構造物の塑性化による応答のばらつきの変化を見るために、加速度応答スペクトルの変動係数を併せて示している。本法の場合における弾塑性応答のばらつきは、地震動によって周期に対する変化のし

かたに差があるものの、弾性応答のそれに比べて増加している。これに対し従来法の場合、弾塑性応答の変動係数は弾性応答のそれらとほぼ同程度か、周期によっては図-13 の El Centro や神戸波のように小さい値を示すこともあり、ばらつきの変化のしかたが明らかに本法の場合と異なっている。

ところで八戸波では、 $\mu=2$ の場合、周期約 1.5 秒以上で、 $\mu=4$ では周期約 0.5 秒以上で、両法による結果がいずれも原波形の所要降伏震度よりかなり小さい値を示している。両図には、原波形を帯域通過処理（0.1~9.5Hz）した波形に対する結果も与えている。前述の周期では、両法による模擬地震動の結果はこの帯域制限した波形のそれと比較的よく一致している。八戸の原波形には、0.1Hz 以下に大きなパワーを有する成分がある（図-4）。この成分の有無によって弾塑性応答に差が生じている。

5. 結言

本研究では、地震動の非正常スペクトルと時間位相を解析信号によって表現し、本法や従来法による地震動のシミュレーション式を、フーリエ解析理論に基づく位相と地震動の非正常性との関係から考察した。これにより、本法における時間位相と地震動の非正常性との関わりを明らかにした。さらに観測波の非正常スペクトルや時間位相を原モデルとして、本法と従来法によってそれぞれシミュレートした一群の模擬地震動の非正常性を調べた。得られた結果をまとめると以下のようなになる。

(1) 時間位相はフーリエ振幅の周波数成分と、非正常スペクトルは位相と主に関係する。時間位相は瞬時周波数として波形の周波数の時間的変化を表しており、また地震動の経時特性にはフーリエ振幅の重みとして関与する。時間位相を考慮した本法では、模擬地震動のフーリエ振幅と群遅延時間が従来法の場合に比較していずれも原波形の値とよく一致し、またばらつきも小さい。

(2) 模擬地震動波形の包絡線の平均値については、両法とも原波形を帯域制限した波形の包絡線と比較的よく一致する。また、変動係数に関する両法の差も小さい。両法ともシミュレーションにおける帯域波の重ね合わせ回数の増加に伴って、波形の包絡線のばらつきが増加するが、これには特に約 0.5Hz 以下の重ね合わせ帯域波のばらつきが大きく影響している。ただし、波形の全エネルギーに対するばらつきは、従来法が本法の場合よりかなり大きくなる。

表-A1 三つの手法による群遅延時間の平均値と分散

項目	統計値	時間領域	和泉勝倉	澤田ら	佐藤ら
El Centro NS	t_0	6.27	8.56	5.87	6.12
	σ^2	27.53	91.76	30.41	29.36
神戸 EW	t_0	10.58	10.88	10.52	10.54
	σ^2	12.19	60.42	11.85	12.07
八戸 NS	t_0	51.43	51.78	50.11	50.68
	σ^2	437.3	502.6	443.9	449.7

(3) フーリエ振幅の重みを考慮した t_0 と σ の平均値は、両法とも原波形の値とよく一致する。また、これら両法に関する結果は波形の包絡線の特性とよく整合する。地震動のシミュレーションに非正常スペクトルしか用いていない従来法でも、ばらつきは大きいものの、原波形の経時特性をよく再現できる。

(4) 模擬地震動の所要降伏震度スペクトルについては、本法によるばらつきが従来法の場合より小さいが、平均値に関する両法の差は比較的小さい。これらは波形の包絡線の結果と調和的である。ただし、弾性応答と弾塑性応答におけるばらつきの変化のしかたは、明らかに両法で異なっている。なお、これが地震動のどのような特性によるものなのかは、今後の課題である。

付録

群遅延時間の算定方法を次のように選定した。まず、式(26)、(27)により、地震動の群遅延時間の平均値 t_0 と分散 σ^2 を時間領域で算定した。次に周波数領域で和泉・勝倉¹¹⁾、澤田ら¹⁴⁾、佐藤ら¹⁶⁾の方法により、 t_0 と σ^2 を求めた。時間領域で算定した t_0 と σ^2 にもっともよく一致する結果を与える方法を3手法の中から選定した。

表-A1 は、三つの観測波に対する数値計算結果を示している。八戸波の t_0 (和泉・勝倉) と σ^2 (澤田ら) を除いて、佐藤らの方法による結果が時間領域で算定した値によく一致している。和泉・勝倉の方法では、リンク効果による影響が指摘されている¹⁶⁾が、この影響は t_0 より σ^2 に強く現れている。なお、澤田らの方法では、ヒストグラムの区間分割数を 50, 100, 150, 200 にして数値計算を行った。区間分割数の影響は小さく、表には 100 等分の結果を示している。また佐藤らの方法では、群遅延時間がデータ数に依存する欠点が指摘されている¹⁷⁾。和泉・勝倉、澤田らの方法では、FFT におけるデータ数をそれぞれ 4096 (El Centro NS)、8192 (神戸 EW)、16384 (八戸 NS) に、佐藤らの方法では同数の 0 を波形の前につけて、データ数をこれらの2倍にした。

参考文献

- 1) Liu, S.C.: Evolutionary power spectral density of strong-motion earthquakes, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.60, No.3, pp.891-900, 1970.
- 2) 亀田弘行: 強震地震動の非正常パワースペクトルの算出法に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第 235 号, pp.55~62, 1975.
- 3) 星谷勝, 千葉利晃, 草野直幹: 地震加速度波の非正常特性とシミュレーション, 土木学会論文報告集, 第 245 号, pp.51~58, 1976.
- 4) 神山真: 強震地震動の非正常スペクトル特性とその波動論的考察, 土木学会論文報告集, 第 284 号, pp.35~48, 1979.
- 5) Shinozuka, M. and Jan, C.-M.: Digital simulation of random processes and its applications, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.25, No.1, pp.111-128, 1972.
- 6) Yang, J.-N.: Simulation of random envelope processes, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.21, No.1, pp.73-85, 1972.
- 7) 後藤尚男, 北浦勝: 地震動の非正常スペクトル密度とその模式化, 土木学会論文報告集, 第 236 号, pp.47~58, 1975.
- 8) 後藤尚男, 亀田弘行, 杉戸真太: 非正常強震地震動の統計的予測モデル, 土木学会論文報告集, 第 286 号, pp.37~51, 1979.
- 9) 大崎順彦, 岩崎良二, 大川出, 政尾亨: 地震波の位相特性とその応用に関する研究, 第 5 回地震工学シンポジウム講演集, pp.201~207, 1978.
- 10) Katukura, H., Watanabe, T. and Izumi, M.: A study on the phase properties of seismic waves, *Proc. of 5th Japan Earthq. Engr. Symp.*, pp.209-216, 1978.
- 11) 和泉正哲, 勝倉裕: 地震動の位相情報に関する基礎的研究, 日本建築学会論文報告集, 第 327 号, pp.20~28, 1983.
- 12) 沢田勉: 位相差分による地震動の非正常性の解析, 土木学会論文集, No.344/I-1, pp.175~183, 1984.
- 13) 盛川仁: 位相特性を考慮した非正常条件付確率場の推定法, 第 4 回構造物の安全性および信頼性に関する国内シンポジウム論文集, pp.157~164, 2000.
- 14) 澤田純男, 盛川仁, 土岐憲三, 横山圭樹: 地震動の位相スペクトルにおける伝播特性・サイト特性の分離, 第 10 回日本地震工学シンポジウム, pp.915~921, 1998.
- 15) 佐藤忠信, 室野剛隆, 西村昭彦: 震源・伝播・地点特性を考慮した地震動の位相スペクトルのモデル化, 土木学会論文集, No.612/I-46, pp.201~213, 1999.
- 16) 佐藤智美, 佐藤俊明, 植竹富一, 菅原良次: 群遅延時間を用いたやや長周期地震動の経時特性評価のための基礎的研究, 日本建築学会構造系論文集, 第 480 号, pp.57~65, 1996.

- 17) 佐藤忠信, 室野剛隆, 西村昭彦: 観測波に基づく地震動の位相スペクトルのモデル化, 土木学会論文集, No.640/I-50, pp.119~130, 2000.
- 18) 小松定夫, 藤原豪紀, 中山隆弘: コンプレックス・ディモデュレーション法による地震動の非定常スペクトル解析, 土木学会論文集, No.368/I-5, pp.311~318, 1986.
- 19) Priestley, M.B.: Evolutionary spectra and non-stationary processes, *Journal of Royal Statistical Society*, Vol.27. pp.204-237, 1965.
- 20) 藤原豪紀, 中山隆弘: 位相の非定常性を考慮した地震動シミュレーション法の開発, 土木学会論文集, No.661/I-53, pp.119~132, 2000.
- 21) Hsu, H.P. (佐藤平八訳): フーリエ解析, 森北出版, 7章, 9章, 1979.
- 22) Farnbach, J. S.: The complex envelope in seismic signal analysis. *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.65, No.4, pp.951-962, 1975.
- 23) 藤原豪紀, 中山隆弘: 非定常スペクトル解析によって算定した地震動の時間に依存する位相に関する基礎的研究, 構造工学論文集, Vol.47A, pp.507~515, 2001.
- 24) 西村昭彦, 室野剛隆: 所要降伏震度スペクトルによる応答値の算定, 鉄道総研報告, 第13巻, 第2号, 1999.
- 25) 藤原豪紀, 中山隆弘: 非定常スペクトルと時間に依存する位相によって作成した一群の模擬地震動の特性に関する一考察, 第4回構造物の安全性および信頼性に関する国内シンポジウム論文集, pp.165~172, 2000.
- 26) Papoulis, A. (町田東一, 村田忠夫訳監修): アナログとデジタルの信号解析, 現代工学社, 4章, 1982.
- 27) 中山隆弘, 浅野照雄: 非分離型非定常不規則変動外力を受ける線形システムの信頼性評価, *Proc. of JCOSSAR '91*, pp.547~550, 1991.
- 28) 理論地震動研究会: 地震動 その合成と波形処理, 鹿島出版会, 4章, 6章, 7章, 1994.

(2001. 4. 2 受付)

A FUNDAMENTAL STUDY ON NONSTATIONARY PROPERTIES OF SEISMIC MOTIONS SIMULATED BY TAKING TIME-VARYING PHASE INTO ACCOUNT

Hidetoshi FUJIWARA and Takahiro NAKAYAMA

It has already been shown that phases defined in time and frequency domain are closely related with nonstationary properties of seismic motions by introducing complex envelope to Fourier analysis of seismic motions. In this paper, descriptions of evolutionary spectrum and time-varying phase based on complex envelope are given so that nonstationary properties of seismic motions simulated by using those are discussed on the basis of above-mentioned relations. Furthermore, such properties of simulated seismic motions modeled on an observed motion are revealed by means of instantaneous frequency, group delay time and strength demanded spectrum. Those of seismic motions simulated by a conventional method are also examined in detail.