【土木計画学研究・論文集 No. 17 2000年9月】

不確実性を考慮した家屋の更新に関する意思決定過程のモデル分析*

Model Analysis of Decision Making Process on House Renewal with Uncertainty*

榊原 弘之**，土屋 哲***，岡田 憲夫****，多々納 裕一*****

By Hiroyuki Sakakibara**, Satoshi Tsuchiya***, Norio Okada ****, and Hirokazu Tatano *****

1. はじめに

阪神・淡路大震災による被害は様々な方面にまで及んだが，そのうちでも家屋の倒壊とそれに伴う火災による被害は最も顕著な例のひとつであろう．阪神地域における倒壊家屋の数は10万戸以上に及び，火災による焼失家屋数も7千戸以上とされる．

家屋の建替えは数十年という長い時間単位でなされるため，耐震基準が改正されても旧基準の下で建てられた家屋が長期間残存することになる．そこで，旧基準に準拠した家屋についても安全性を調査し，必要ならば更新等の措置をとることが必要となる．

老朽家屋の集中する地域の災害に対する脆弱性と，改善の必要性に関する指摘は多い．理論的な分析例としては，上田ら[1)]が，投資タイミングモデルに基づき，災害脆弱地区において開発が進行しないメカニズムを記述する完全情報下のモデルを提示している．また同時に，このような地区の整備を促進する施策の効果についても分析している．一方 Vorst[2)]は，将来時点における所有家屋の質が不確実性を伴う場合の，維持管理に関する意思決定を最適制御問題として定式化している．一方 Dubin[3)]は，近隣の家屋の質（外部効果）が不確実な状況における意思決定をモデル化している．いずれのモデルにおいても，意思決定時点における自らの家屋の質に関しては正確な情報を得ることができることを前提としている．

一方，実際に所有者が家屋の更新に関する意思決定を行う際には，自らの所有する家屋が現時点において安全であるか，危険な状態にあるかを知ることが困難な場合が多い．家屋の状態を正確に知るためには，専門家の知識が必要であり，本論文ではこれを安全性診断と呼ぶ．

阪神・淡路大震災以降，各地の自治体が安全性診断に対する補助制度を整備している．しかしこれらの制度が都市全体の安全性の向上にどの程度寄与しているかは明らかではない．

本論文では，安全性診断が提供する情報の価値に着目し，更新の是非や安全性診断情報の利用に関して家屋の所有者が合理的な意思決定をする状況を想定し，その意思決定の行動メカニズムを数学的にモデル化する．次に政府によって実施される可能性のあるいくつかの補助政策の妥当性を比較検討することにより，社会全体の厚生を高めるためにとるべき政策について基礎的な知見を得ることを目的とする．

2. 家屋の質の時間的遷移

本論文では，家屋の質を居住性と安全性の2種類の要素から定義する．ここで，居住性とは平常時における所有者の効用を決定する要因を指す．一方，安全性は，災害発生後の家屋の状態（倒壊・非倒壊）を決定づける要因を意味する．

居住性，安全性はともに時間の経過とともに劣化する．本論文では，所有者は任意の時点における居住性に関して事前に完全な情報を有しているが，安全性に関しては確率的にしか知ることができないものとする．

次に，時間軸に関する変数の定義を行う．時刻を t で表し，意思決定時点を $t=0$ とする．$t=0$ における所有者の余命を T とする．また，家屋の履歴（完成後の経過時間）を h とする．つまり，当該家屋は $t=-h$ において建設されたことになる．

時刻 t における居住性 $q(t)$ を次式により定義する．

$$q(t)=e^{-\alpha(t+h)} \tag{1}$$

ここで，α はそれぞれ居住性の低下パラメータである．

安全性に関しては，平常時において「良」，「不良」の2種類の状態のみが存在し，時間の経過とともに次第に

* キーワーズ：防災計画，計画基礎論

** 正員，修（工），山口大学工学部社会建設工学科
(山口県宇部市常盤台2-16-1, Tel. 0836-85-9328,
Fax 0836-85-9301)
*** 学生員，京都大学大学院工学研究科
(京都市左京区吉田本町，Tel. 075-753-5070)
**** 正員，工博，京都大学防災研究所
(京都府宇治市五ヶ庄，Tel. 0774-38-4035, Fax 0774-38-4044)
***** 正員，博（工），京都大学防災研究所
(京都府宇治市五ヶ庄，Tel. 0774-38-4308, Fax 0774-38-4044)

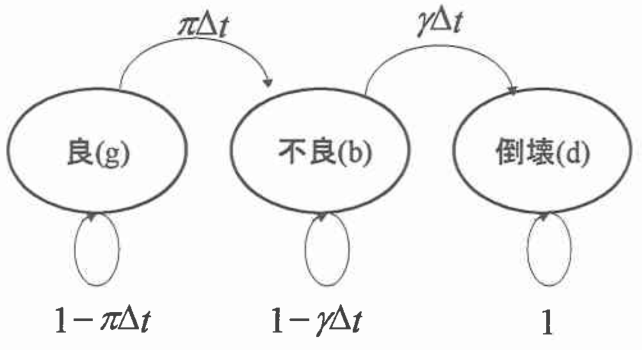

図１　安全性の状態遷移図

「良」から「不良」へと遷移するものとする（**図１**参照）．平常時においては安全性の「良」，「不良」の違いが居住性に影響を及ぼすことはないが，地震発生時に「不良」であった家屋は必ず倒壊してしまうものとする．また微小時間経過後に「良」から「不良」へと遷移する確率をπとし，地震が平均再帰時間$1/\gamma$の指数分布に従うとする．tにおいて家屋の状態が「良」，「不良」及び「倒壊」である確率をそれぞれ$P_g(t),P_b(t),P_d(t)$とすると，以下の微分方程式が成立する．

$$\frac{dP_g(t)}{dt} = -\pi P_g(t)\,,\quad \frac{dP_b(t)}{dt} = \pi P_g(t) - \gamma P_b(t)$$
$$\frac{dP_d(t)}{dt} = \gamma P_b(t) \tag{2}$$

家屋の状態が「良」であることが明らかな時点から時間sが経過した時点における家屋の状態が「良」，「不良」及び「倒壊」である確率$P_{gg}(s),P_{gb}(s),P_{gd}(s)$は，微分方程式(2)を解くことにより以下のように導かれる．

$$P_{gg}(s) = e^{-\pi s}\,,\quad P_{gb}(s) = \frac{\pi(e^{-\gamma s} - e^{-\pi s})}{\pi - \gamma}$$
$$P_{gd}(s) = 1 - \frac{\pi e^{-\gamma s} - \gamma e^{-\pi s}}{\pi - \gamma} \tag{3}$$

また，家屋の状態が「不良」であることが明らかな時点から時間 s 経過した時点における家屋の状態に関する確率$P_{bg}(s),P_{bb}(s),P_{bd}(s)$も同様に

$$P_{bg}(s) = 0\,,\quad P_{bb}(s) = e^{-\gamma s}\,,\quad P_{bd}(s) = 1 - e^{-\gamma s} \tag{4}$$

となる．

一方，$t=-h$（新築時）において家屋の状態が「良」であった確率をP_g^0とする．家屋更新に関する意思決定を行う際には通常家屋は倒壊に至っていないため，実際の意思決定時点($t=0$)において家屋の状態が「良」，「不良」である確率$\tilde{P}_g,\tilde{P}_b$はそれぞれ

$$\tilde{P}_g = P_g^0 e^{-\pi h}\,,\quad \tilde{P}_b = 1 - P_g^0 e^{-\pi h} \tag{5}$$

となる．以上により，$t(t \geq 0)$における各状態の確率$P_g(t),P_b(t),P_d(t)$は

$$P_g(t) = \tilde{P}_g P_{gg}(t) \quad P_b(t) = \tilde{P}_g P_{gb}(t) + \tilde{P}_b P_{bb}(t)$$
$$P_d(t) = \tilde{P}_g P_{gd}(t) + \tilde{P}_b P_{bd}(t) \tag{6}$$

として得られる．

３．家屋更新と安全性診断に関する意思決定の分析

（１）　所有者の効用の定義

本論文では，家屋を所有し，かつ居住する主体として「所有者」を定義する．所有者が時刻tにおいて得る効用は，その時点における家屋の質と所得（財の消費）に依存する．時刻tにおける所有者の間接効用関数を以下のように仮定する．

$$u(t) = \begin{cases} y(t) + v(t) & \text{（家屋が倒壊していない場合）} \\ y(t) & \text{（家屋が倒壊した場合）} \end{cases} \tag{7}$$

$y(t)$は時刻tにおける所有者の所得を意味する．一方，$v(t)$は家屋の居住性$q(t)$に依存する．$v(t)$は次式で表される．

$$v(t) = B_0 q(t) = B_0 e^{-\alpha(t+h)} \tag{8}$$

時刻tにおいて，家屋が倒壊していない限り，所有者は式(7)上段に示す効用を得ることができる．従って所有者が同一の家屋に居住し続けた場合の生涯期待効用$U(T,h)$は次式で表される．

$$U(T,h) = \int_{t=0}^{T} [y(t) + \{P_g(t) + P_b(t)\}v(t)]e^{-\beta t}dt$$
$$= \int_{t=0}^{T} y(t)e^{-\beta t}dt + \int_{t=0}^{T} \{P_g(t) + P_b(t)\}v(t)e^{-\beta t}dt \tag{9}$$

ここで，βは時間割引率である．所有者の意思決定により$P_g(t),P_b(t)$が変化するため，安全性診断や家屋更新の価値を評価するには，式(9)の第２項の変化分と費用を比較すればよい．本論文では，$v(t)$を所有者の部分効用，生涯の部分効用の期待値である式(9)の第２項を生涯期待部分効用と呼ぶこととする．

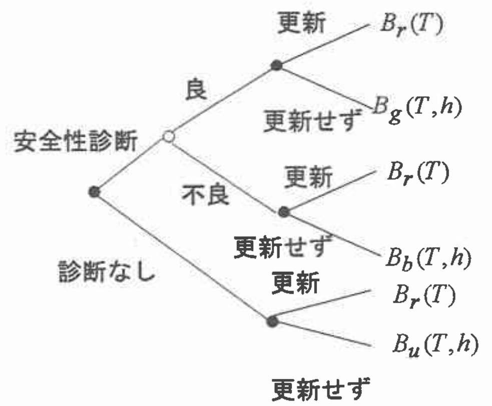

図２　安全性診断・家屋更新意思決定モデル

一方本論文では家屋の更新と安全性診断を以下のように定義する．

定義１　家屋の更新

居住性を新築時(t=$-h$)と同様の状態とし，安全性を「良」の状態に変化させる行為を家屋の更新と呼ぶ．家屋の更新には費用$C_r(h)$を要するものとする．ただし以下では，更新費用を家屋の履歴hに関わらず一定($C_r(h)=C_r$)と仮定する．

定義２　家屋の安全性診断

家屋の現時点における安全性が「良」，「不良」いずれであるかを確定する行為を家屋の安全性診断と呼ぶ．安全性診断に要する費用をC_iとする．

（２）家屋更新に関する意思決定

家屋更新に関する意思決定は，**図２**に示すような決定木で表されるものと仮定する．まず，所有者は安全性診断を受けるか否かを決定する．すなわち，診断を受けた場合，「良」，「不良」いずれかの判定が下されるものとする．次に，所有者は家屋を更新するか否かを決定する．安全性診断を受けなかった場合も，更新を選択することは可能であり，その場合の生涯期待部分効用は，安全性診断を受けた上で更新を選択した場合に等しい．生涯期待部分効用は，現時点(t=0)における所有者の余命，家屋の履歴と，家屋の安全性に関する生涯期待部分効用は以下のように表される．

家屋を更新した場合：

$$B_r(T) = \int_{t=0}^{T} B_0\{P_{gg}(t)+P_{gb}(t)\}e^{-\alpha t-\beta t}dt \qquad (10)$$

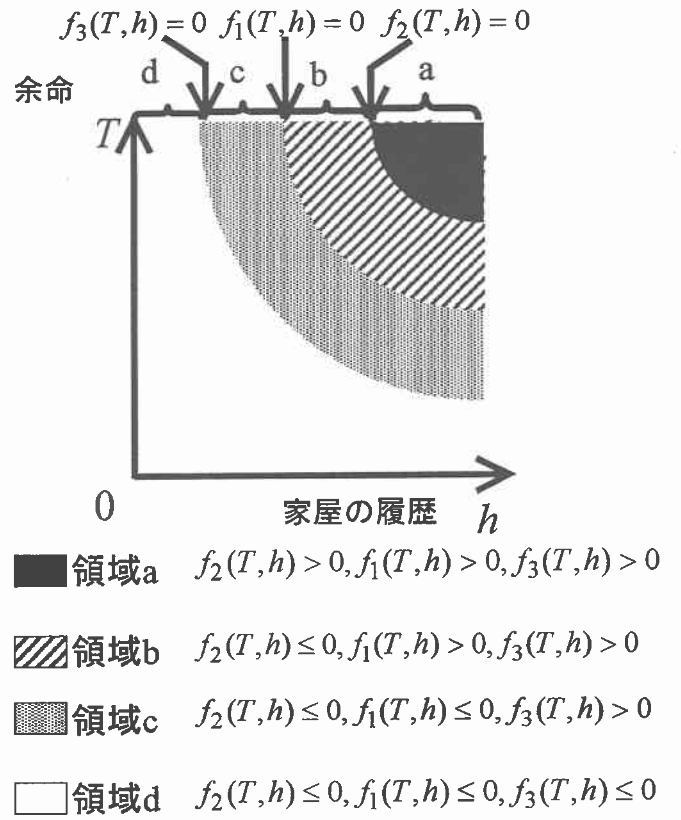

図３　家屋の履歴・余命と家屋更新の意思決定の関係

診断結果が「良」で更新しない場合：

$$B_g(T,h) = \int_{t=0}^{T} B_0\{P_{gg}(t)+P_{gb}(t)\}e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt \qquad (11)$$

診断結果が「不良」で更新しない場合：

$$B_b(T,h) = \int_{t=0}^{T} B_0 P_{bb}(t)e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt \qquad (12)$$

診断も更新も行わなかった場合：

$$B_u(T,h) = \int_{t=0}^{T} B_0[\widetilde{P}_g\{P_{gg}(t)+P_{gb}(t)\} + \widetilde{P}_b P_{bb}(t)]e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt \qquad (13)$$

ここで生涯期待部分効用に関して，以下の命題が成立する．

命題１

生涯期待部分効用に関して，以下の大小関係が常に成立する．

$$B_b(T,h) \le B_u(T,h) \le B_g(T,h) \le B_r(T) \qquad (14)$$

証明は付録に譲る．

更新の純価値は，倒壊確率の低下と居住性の改善に伴う生涯期待部分効用の増加分と，更新費用との差として与えられる．従って各ケースについて次のように定義される．

診断なし：$f_1(T,h)=B_r(T)-B_u(T,h)-C_r$ (15)

診断結果「良」：

$$f_2(T,h)=B_r(T)-B_g(T,h)-C_r \tag{16}$$

診断結果「不良」：

$$f_3(T,h)=B_r(T)-B_b(T,h)-C_r \tag{17}$$

本論文では，更新に要する費用の借り入れに関する制約は存在しないものとする．この場合，更新の純価値が正であれば，所有者は更新を選択する．ここで以下の命題が成立する．

命題２

$f_1(T,h), f_2(T,h), f_3(T,h)$ は T,h に関して単調増加関数である．

命題の証明は付録に譲る．また，命題 1 より，$f_2(T,h)\le f_1(T,h)\le f_3(T,h)$ の関係が常に成立するため，診断を受けなかった場合，診断結果が「良」の場合，診断結果が「不良」の場合において更新が実施される条件を T,h の領域内で図示すると，図３のように表される．各領域において所有者は以下のような意思決定を行う．

領域a: $f_2(T,h)>0, f_1(T,h)>0, f_3(T,h)>0$：
安全性診断の有無に関わらず更新を実施する．

領域b: $f_2(T,h)\le 0, f_1(T,h)>0, f_3(T,h)>0$：
安全性診断によって「不良」と判断された場合は更新を実施し，「良」と判断された場合は更新を実施しない．安全性診断を受けない場合は更新を実施する．

領域c　$f_2(T,h)\le 0, f_1(T,h)\le 0, f_3(T,h)>0$：
安全性診断によって「不良」と判断された場合は更新を実施し，「良」と判断された場合は更新を実施しない．安全性診断を受けない場合は更新を実施しない．

領域d: $f_2(T,h)\le 0, f_1(T,h)\le 0, f_3(T,h)\le 0$：
安全性診断の有無に関わらず所有者は更新を実施しない．

これらの結果から，余命，家屋の履歴と更新の意思決定の間の関係について次の考察を導くことができる．

・余命Tの小さい高齢者ほど更新のインセンティブが低い．
・家屋の履歴hが大きい，老朽化した家屋の所有者ほど更新のインセンティブが高い．

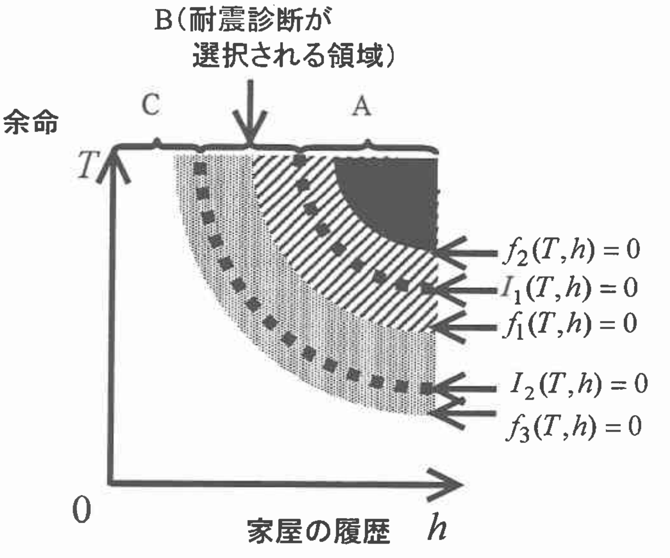

図４　家屋の履歴・余命と安全性診断の意思決定の関係

これらの結果は家屋更新に関する意思決定の実態にも合致したものと考えられる．

（３）安全性診断に関する意思決定

安全性診断により得られる情報が正の価値を有するのは，診断の結果によりその後の意思決定が異なる場合のみである．言い換えれば，診断結果が「良」ならば更新せず，「不良」ならば更新するような T,h の組において所有者は安全性診断を選択する．従って，図３の領域 b 及び領域 c においてのみ安全性診断が実施される可能性が存在する．各領域における安全性診断の純価値を次のように定義する．

領域b

$$I_1(T,h)=\tilde{P}_g B_g(T,h)+\tilde{P}_b\{B_r(T)-C_r\} -\{B_r(T)-Cr\}-C_i \tag{18}$$

領域c

$$I_2(T,h)=\tilde{P}_g B_g(T,h)+\tilde{P}_b\{B_r(T)-C_r\} -B_u(T,h)-C_i \tag{19}$$

$I_1(T,h)$, $I_2(T,h)$ に関して次の命題が成立する．証明は付録に譲る．

命題３

・領域 b において，次式が常に成立する．

$$\frac{\partial I_1}{\partial T}<0, \frac{\partial I_1}{\partial h}<0 \tag{20}$$

・領域cにおいて，次式が常に成立する．

$$\frac{\partial I_2}{\partial T}>0, \frac{\partial I_2}{\partial h}>0 \tag{21}$$

以上の結果から，次のような知見が得られる．

・安全性診断に関する意思決定T,hが十分大きい場合（$I_1(T,h) \le 0$，図４の領域A），及び十分小さい場合（$I_2(T,h) \le 0$，図４の領域C)は，安全性診断の純価値は負となり，診断は選択されない．更新によって生涯部分効用の期待値が改善される可能性が非常に高い場合，及び非常に低い場合には，安全性診断によって得られる情報の価値が低いため，所有者の安全性診断を受けるインセンティブが低下する．

・$T=h$の直線上で安全性診断の純価値を比較した場合，$f_1(T,h)=0$の曲線上において純価値は最大となる．$f_1(T,h)=0$のとき，診断を受けなければ，更新時と非更新時の部分効用の期待値は等しく，更新に関する意思決定は無差別である．安全性診断を受けることによって更新時と非更新時の部分効用の期待値に差が生じ，期待値のより高い方を選択することが可能となる．従って安全性診断によって得られる情報の価値は高くなる．

４．外部効果を考慮した補助政策の有効性の検討

（１）補助政策を考慮した意思決定

家屋の安全性確保は所有者個人の責務と考えることもできる．しかし，個々の所有者が家屋を危険な状態に放置しておくことが，他の所有者の期待効用の減少をもたらす場合が存在する．例えば，阪神大震災においては，倒壊した家屋内の電気器具からの漏電による火災が多く発生したことが報告されている[4]．すなわち，地震時という条件下で負の外部効果が発生する．

またKleindorfer and Kunreuther[5]は，モデル都市の分析を通じて，家屋の補修等のミティゲーションを大規模に実施することにより，災害保険のプレミアムを減少させ得ることを示している．

本章では，政府が負の外部効果の軽減を目的として，老朽家屋の更新を促進するために補助政策を実施した場合の，所有者の意思決定への影響について分析を行う．図５に補助政策を含めた意思決定モデルを示す．最初に政府は補助政策を選択する（全く補助を実施せず，放任政策をとることもあり得る）．政府の選択は所有者に対して周知され，所有者は自らの選択の結果補助が受けられるか否かについて完全な情報を有するものとする．その上で所有者は補助政策が存在する下で生涯期待効用$U(T,h)$を最大化する意思決定を行う．これは政府と所有者の間での展開型の非協力ゲームと考えることができる．従って実現する事象は部分ゲーム完全均衡点である．

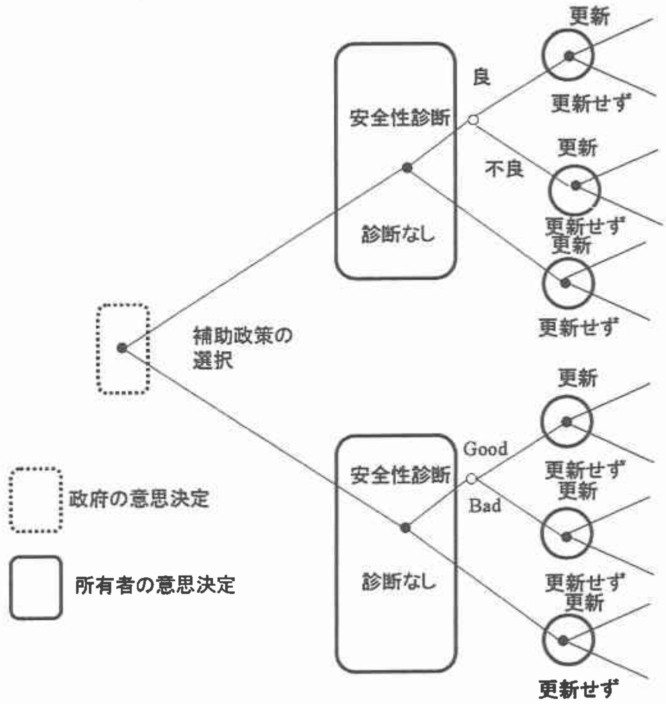

図５　政府の補助政策を考慮した意思決定モデル

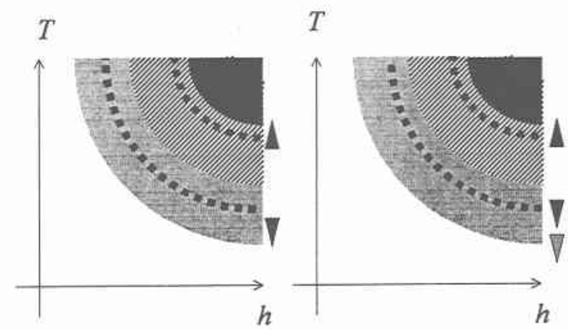

図６　安全性診断への補助（左）及び家屋更新に対する補助（右）による意思決定の境界の変動

本論文では以下の2種類の補助政策を想定する．

政策1：安全性診断に対して補助する．補助額をS_iとする．

政策2：安全性診断で「不良」と判定された家屋の所有者のみに対して更新費用の一部を補助する．補助額をS_rとする．

各政策を実施した場合，家屋更新の純価値及び安全性診断の純価値は以下のように変化する．

政策 1：安全性診断に対する補助

$$f_1(T,h)=B_r(T)-B_u(T,h)-C_r \tag{22}$$

$$f_2(T,h)=B_r(T)-B_g(T,h)-C_r \tag{23}$$

$$f_3(T,h)=B_r(T)-B_b(T,h)-C_r \tag{24}$$

$$\begin{aligned}I_1(T,h)=&\widetilde{P}_g B_g(T,h)+\widetilde{P}_b\{B_r(T)-C_r)\\&-\{B_r(T)-C_r\}-C_i+S_i\end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned}I_2(T,h)=&\widetilde{P}_g B_g(T,h)+\widetilde{P}_b\{B_r(T)-C_r\}\\&-B_u(T,h)-C_i+S_i\end{aligned} \tag{26}$$

政策 2：「不良」家屋の更新に対する補助

$$f_1(T,h)=B_r(T)-B_u(T,h)-C_r \tag{27}$$

$$f_2(T,h)=B_r(T)-B_g(T,h)-C_r \tag{28}$$

$$f_3(T,h)=B_r(T)-B_b(T,h)-C_r+S_r \tag{29}$$

$$\begin{aligned}I_1(T,h)=&\widetilde{P}_g B_g(T,h)+\widetilde{P}_b\{B_r(T)-C_r\}\\&-\{B_r(T)-C_r\}-C_i+\widetilde{P}_b S_r\end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}I_2(T,h)=&\widetilde{P}_g B_g(T,h)+\widetilde{P}_b\{B_r(T)-C_r\}\\&-B_u(T,h)-C_i+\widetilde{P}_b S_r\end{aligned} \tag{31}$$

図６は，政策1（左）及び政策2（右）を実施した場合に，**図３**及び**図４**に示した無差別曲線がどのように変動するかを模式的に示したものである．灰色の矢印は更新の純価値，黒塗りの矢印は安全性診断の純価値が0となる無差別曲線の移動方向を示したものである．以下に結果に対する考察を示す．

- 安全性診断に対する補助（政策1）を実施した場合，$I_1(T,h)=0$ の曲線は右上（余命，履歴とも大きい方向）に，$I_2(T,h)=0$ の曲線は左下（余命，履歴とも小さい方向）へ移動する．その結果所有者が安全性診断を選択する領域は拡大する．従って政策1は安全性診断を受けることと，「不良」と判断された場合に家屋を更新することを促進するのに有効であると考えられる．
- 安全性診断で「不良」と判定された家屋のみに対して更新費用の補助を行った場合（政策2），$I_1(T,h)=0$ の曲線は右上に，$f_3(T,h)=0$ と $I_2(T,h)=0$ の曲線は左下に移動する．その結果政策1と同様に所有者が安全性診断を選択する領域は拡大する．政策2においては安全性診断が補助の前提となっているため，式(30),(31)に見られるように診断の純価値が $\widetilde{P}_b S_r$ だけ増加し，安全性診断が促進される．従って，政策1と同様の効果を有することがわかる．

以上より，老朽家屋の更新を促進するための政策として,安全性診断に対する補助は有効であることが明らかとなった．また，家屋の更新自体に対する補助を実施する場合も,安全性診断による家屋の質の特定を条件とすることにより,効率的な補助政策が実施可能であることが明らかとなった．ただし，補助政策によってどのような余命,家屋の履歴を有する所有者も安全性診断を受けることにはならない．**図６**に示すように,診断によって得られる情報の価値が低い所有者（余命が長く家屋の履歴が古い所有者と,余命が短く家屋の履歴が新しい所有者）の診断を受けるインセンティブは低い．

（２）耐震診断の促進による負の外部効果の軽減

前節においては，すべてのタイプの所有者に対して同一の補助政策を実施した場合の結果を示している．しかし，所有者の年齢及び家屋の履歴は，政府が比較的入手しやすい情報であることから，補助の対象となる所有者を限定することも可能である．具体的には，高齢の所有者や，築後一定期間を経過した家屋のみを対象とした補助が考えられる．

本節では，都市内に倒壊の危険性の高い家屋と安全な家屋が混在し，地震時の負の外部効果が存在する状況を考える．その上で，補助の有無によって意思決定が異なる所有者に対象を限定した補助政策を想定し，政府の補助政策の有効性について検討を行う．特に，**図４**の領域A及び領域C, すなわち安全性診断を選択していない領域の所有者に対する安全性診断の促進が，負の外部効果の軽減をもたらすための条件を検討する．

地震が発生した場合，生存している所有者の効用が一律に倒壊家屋数に比例して減少するとする．このとき，余命T，家屋の履歴hの所有者の生涯期待効用は次式で与えられる．

$$U(T,h)=\int_{t=0}^{T} y(t)e^{-\beta t}dt+B(T,h)-\int_{0}^{T}\gamma e^{-\gamma t}NC(t)Le^{-\beta t}dt \tag{32}$$

ここで$B(T,h)$は当該所有者の最大化された生涯期待部分効用を意味する．またLは倒壊家屋当たりの外部効果の原単位，$NC(t)$はtにおいて地震が発生した場合の総倒壊家屋数の期待値である．$NC(t)$が大きいほど負の外部効果は大きくなる．また，すべての所有者の集合をN，Nに属する所有者nの余命，家屋の履歴を$T(n),h(n)$とし，社会的厚生関数SWを次式により定義する．

$$SW=\sum_{n\in N}U(T(n),h(n)) \tag{33}$$

$N(T,h)$は余命T，家屋の履歴hの所有者の人口を表す．す

べての所有者に関して，同一の間接効用関数（式(7)）を仮定する．また，政府の補助政策は所有者間の所得移転として実施されるものとする．これにより，政府の補助政策に伴う所得の変化は社会的厚生を変化させないことになる．

まず，**図4**における領域Aに属する所有者について検討を行う．領域Aに属する所有者はすべて，安全性診断を選択せず，家屋を更新する．従って，これらの所有者に対して補助政策を実施し，安全性診断を選択する所有者が増加しても，$NC(t)$ は減少しない．すなわち領域Aに属する所有者に対する補助政策によって負の外部効果を減少させることはできず，SWは改善されない．

次に，領域 C に属する所有者への補助政策について検討する．領域 C のうち，$I_2(T,h) \leq 0, f_3(T,h) > 0$ の条件を満足する所有者の集合に着目し，これを集合 S と呼ぶ．集合 S の所有者は，自らの家屋が「不良」であることを知れば，家屋を更新するインセンティブを有する．しかし，安全性診断の純価値が負であるために，安全性診断を受けず，結果として家屋の更新も行われない．

集合 S に属する所有者に対して補助政策を実施し，安全性診断を受けさせた場合，診断結果が「不良」な所有者は家屋を更新するため，倒壊家屋数の期待値は減少する．このとき社会的厚生が改善されるための条件は，負の外部効果の減少分が，集合 S に属する所有者の安全性診断の純価値 $I_2(T,h)(\leq 0)$ の総和の絶対値を上回ることである．補助対象となる所有者の集合を $S_1(S_1 \subseteq S)$，$\Delta NC(t)$ を補助政策による倒壊家屋数の期待値の変化分（非正）としたとき，社会的厚生が改善されるための条件は次式で与えられる．

$$-\sum_{s_1 \in S_1} I_2(T(s_1), h(s_1)) < -\sum_{n \in N} \int_0^{T(n)} \gamma e^{-\gamma t} \Delta NC(t) L e^{-\beta t} dt$$

(34)

ここで左辺は補助政策の結果 S_1 に属する所有者が安全性診断を受けることに伴って生じる安全性診断の（負の）純価値の総和の絶対値，右辺は負の外部効果の減少分である．

以上により，対象を限定した補助政策を想定した場合，領域 $A(I_1(T,h) \leq 0)$ に対する補助は負の外部効果を軽減することはできないが，領域 C の内，$I_2(T,h) \leq 0$, $f_3(T,h) > 0$ の条件を満足する所有者に対する補助は，倒壊家屋数の期待値の減少を通じて負の外部効果を減少させ得ることが明らかとなった．

5. おわりに

以上，本論文では，家屋の安全性に関する状態の不確実性を考慮した所有者の意思決定モデルを構築した．また，モデルにおいて家屋の安全性診断の存在を明示的に考慮し，安全性診断を受けるか否かを巡る意思決定と，所有者の余命，家屋の履歴との相関を明らかにした．さらに，政府の補助政策の影響について比較し，安全性診断に対する補助制度が，家屋倒壊が周辺にもたらす負の外部効果の軽減につながるための条件についても基礎的検討を行った．

本論文の結果から，家屋の更新を巡る意思決定は所有者の余命，家屋の履歴等の時間的要素との関連が大きいことが明らかとなった．阪神・淡路大震災において高齢の犠牲者が多かったように，所有者の年齢が高いほど家屋更新のインセンティブが小さくなると考えられる．

今後の課題としては，以下の点が挙げられる．

- 本論文では，所有者の余命，家屋の履歴と，家屋更新及び安全性診断の純価値との関係の分析に主眼を置いている．そのため，所有者が無限の借り入れをすることが可能な前提となっている．実際には，所有者が借り入れることのできる金額には上限があると考えられる．その場合，特に高齢者の家屋更新が一層困難となる．今後はこのような所得の制約を明示的に考慮したモデルを構築し，その場合の税及び補助政策の有効性を検討する必要がある．
- 定義1に示したように，本論文では更新に要する費用を家屋の履歴に関わらず一定としている．しかし家屋の部分的補修等を考慮した場合，履歴が大きくなるほど費用は増加すると考えられる．また安全性診断以前の段階においては，更新に要する費用自体が不確実性を伴う場合も存在する．このような点を考慮したモデルの拡張が可能と考えられる．
- 政府の補助政策が正当化される要因としては，本論文で取り上げた災害時の負の外部効果の軽減の他，平常時における居住性の改善が考えられる．その場合，補助政策によって社会的厚生が改善される可能性は高まると考えられる．

以上今後の課題としたい．

付録 命題の証明

（1）命題1の証明

$$B_r(T)-B_g(T,h)$$

$$=\int_{t=0}^{T}B_0\{e^{-\pi t}+\frac{\pi(e^{-\gamma t}-e^{-\pi t})}{\pi-\gamma}\}e^{-(\alpha+\beta)t}dt$$

$$-\int_{t=0}^{T}B_0\{e^{-\pi t}+\frac{\pi(e^{-\gamma t}-e^{-\pi t})}{\pi-\gamma}\}e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt$$

$$=(1-e^{-\alpha h})B(T,0,0\,|\,g) \qquad \text{(A.1)}$$

$B_r(T)\geq 0, 0<e^{-\alpha h}<1$であるため，$B_g(T,h)\leq B_r(T)$が成立する．

$$B_g(T,h)-B_u(T,h)$$

$$=\int_0^T B_0\{P_{gg}(t)+P_{gb}(t)\}e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt$$

$$-\int_0^T B_0\left[\widetilde{P}_g\{P_{gg}(t)+P_{gb}(t)\}+\widetilde{P}_b\{P_{bb}(t)\}\right]e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt$$

$$=\int_0^T B_0(\widetilde{P}_g+\widetilde{P}_b)\{1-P_{gd}(t)\}e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt$$

$$-\int_0^T B_0\left[\widetilde{P}_g\{1-P_{gd}(t)\}+\widetilde{P}_b\{1-P_{bd}(t)\}\right]e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt$$

$$=\int_0^T B_0\widetilde{P}_b\{P_{bd}(t)-P_{gd}(t)\}e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt \qquad \text{(A.2)}$$

ここで $P_{bd}(t)-P_{gd}(t)$ を展開すると，

$$P_{bd}(t)-P_{gd}(t)=(1-e^{-\gamma t})-\left\{1-\frac{\pi e^{-\gamma t}-\gamma e^{-\pi t}}{\pi-\gamma}\right\}$$

$$=\frac{-\pi e^{-\gamma t}+\gamma e^{-\gamma t}+\pi e^{-\gamma t}-\gamma e^{-\pi t}}{\pi-\gamma}$$

$$=\frac{\gamma(e^{-\gamma t}-e^{-\pi t})}{\pi-\gamma} \qquad \text{(A.3)}$$

$\pi>\gamma$の場合は，分子，分母とも正となり，$\pi<\gamma$の場合は，分子，分母とも負となる．従って(A.3)式は常に正となることから,(A.2)式もまた常に正となり，$B_u(T,h)\leq B_g(T,h)$が成立する．

$$B_u(T,h)-B_b(T,h)$$

$$=\int_0^T B_0\left\{\widetilde{P}_g(1-P_{gd}(t))+\widetilde{P}_b(1-P_{bd}(t))\right\}e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt$$

$$-\int_0^T B_0(1-P_{bd}(t))e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt$$

$$=\int_0^T B_0\widetilde{P}_g\{P_{bd}(t)-P_{gd}(t)\}e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt \qquad \text{(A.4)}$$

(A.3) 式より，(A.4) 式は常に正となり，$B_b(T,h)\leq B_u(T,h)$が成立する．

以上により，次の大小関係は常に成立する．

$$B_b(T,h)\leq B_u(T,h)\leq B_g(T,h)\leq B_r(T) \qquad \text{(A.5)}$$

（2）命題2の証明

例として$f_1(T,h)$が履歴h,余命Tに対して単調増加であることを示す．$f_1(T,h)$は次のように展開される．

$$f_1(T,h)=B_r(T)-B_u(T,h)-C_r$$

$$=\int_{t=0}^{T}B_0\{1-P_{gd}(t)\}e^{-\alpha t-\beta t}dt$$

$$-\int_{t=0}^{T}B_0\left[\widetilde{P}_g\{1-P_{gd}(t)\}+\widetilde{P}_b\{1-P_{bd}(t)\}\right]e^{-\alpha(t+h)-\beta t}dt$$

$$-C_r$$

$$=\int_{t=0}^{T}B_0\widetilde{P}_g\{1-P_{gd}(t)\}e^{-(\alpha+\beta)t}(1-e^{-\alpha h})dt$$

$$+\int_{t=0}^{T}B_0\widetilde{P}_b e^{-(\alpha+\beta)t}\{1-P_{gd}(t)-e^{-\alpha h}+e^{-\alpha h}P_{bd}(t)\}dt$$

$$-C_r$$

$$=B_0\widetilde{P}_g(1-e^{-\alpha h})\int_{t=0}^{T}\{\frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)t}-\gamma e^{-(\alpha+\beta+\pi)t}}{\pi-\gamma}\}dt$$

$$+B_0\widetilde{P}_b\int_{t=0}^{T}\{\frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)t}-\gamma e^{-(\alpha+\beta+\pi)t}}{\pi-\gamma}-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)t-\alpha h}\}dt$$

$$-C_r$$

$$=B_0\widetilde{P}_g(1-e^{-\alpha h})\left\{\frac{\pi(1-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T})}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\gamma)}-\frac{\gamma(1-e^{-(\alpha+\beta+\pi)T})}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\pi)}\right\}$$

$$+B_0\widetilde{P}_b\left\{\frac{\pi(1-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T})}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\gamma)}-\frac{\gamma(1-e^{-(\alpha+\beta+\pi)T})}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\pi)}\right.$$

$$\left.-e^{-\alpha h}\frac{(1-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T})}{\alpha+\beta+\gamma}\right\}-C_r \qquad \text{(A.6)}$$

(A.6)式をhで偏微分すると，

$$\frac{\partial f_1(T,h)}{\partial h}=B_0\left\{\frac{\partial\widetilde{P}_g}{\partial h}(1-e^{-\alpha h})+\widetilde{P}_g(\alpha e^{-\alpha h})+\frac{\partial\widetilde{P}_b}{\partial h}\right\}$$

$$\left\{\frac{\pi(1-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T})}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\gamma)}-\frac{\gamma(1-e^{-(\alpha+\beta+\pi)T})}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\pi)}\right\}$$

$$-B_0\frac{\partial\widetilde{P}_b}{\partial h}\left\{e^{-\alpha h}\frac{(1-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T})}{\alpha+\beta+\gamma}\right\}$$

$$+B_0\widetilde{P}_b\left\{\alpha e^{-\alpha h}\frac{(1-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T})}{\alpha+\beta+\gamma}\right\} \qquad \text{(A.7)}$$

を得る．ここで

$$\frac{\pi(1-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T})}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\gamma)}-\frac{\gamma(1-e^{-(\alpha+\beta+\pi)T})}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\pi)}$$

$$=\frac{\pi\{1-e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}\}(\alpha+\beta+\pi)-\gamma\{1-e^{-(\alpha+\beta+\pi)T}\}(\alpha+\beta+\gamma)}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha+\beta+\pi)} \qquad \text{(A.8)}$$

$\alpha > 0, \beta > 0, \gamma > 0, h > 0, T > 0$ より，π, γ の大小関係に関わらず(A.8)式は正である．従って(A.7)式もまた常に正となることから，家屋更新の純価値 $f_1(T,h)$ は履歴 h に対して単調増加である．

同様にして，家屋更新の純価値の所有者の余命に対する変化を見るために $f_1(T,h)$ を T で偏微分すると，

$$\frac{\partial f_1(T,h)}{\partial T} = B_0 \widetilde{P}_g (1-e^{-\alpha h}) \left\{ \frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}}{(\pi-\gamma)} - \frac{\gamma e^{-(\alpha+\beta+\pi)T}}{(\pi-\gamma)} \right\}$$

$$+ B_0 \widetilde{P}_b \left\{ \frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T} - \gamma e^{-(\alpha+\beta+\pi)T}}{(\pi-\gamma)} - e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T-\alpha h} \right\}$$

$$= B_0 \widetilde{P}_g (1-e^{-\alpha h}) \left\{ \frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T} - \gamma e^{-(\alpha+\beta+\pi)T}}{(\pi-\gamma)} \right\}$$

$$B_0 \widetilde{P}_b \frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}(1-e^{-\alpha h}) + \gamma e^{-(\alpha+\beta)T}(e^{-\gamma T-\alpha h} - e^{-\pi T})}{(\pi-\gamma)}$$

. (A.9)

を得る．π と γ の大小関係によらずに

$$\frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T} - \gamma e^{-(\alpha+\beta+\pi)T}}{\pi-\gamma} > 0 \qquad \text{(A.10)}$$

が成立するため，(A.9)式の第 1 項は常に正である．

一方第 2 項は h=0 において

$$B_0 \widetilde{P}_b \frac{\gamma e^{-(\alpha+\beta)T}(e^{-\gamma T} - e^{-\pi T})}{(\pi-\gamma)} \qquad \text{(A.11)}$$

となり，常に正である．さらに第 2 項を h で偏微分すると，

$$B_0 \widetilde{P}_b \frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}(\alpha e^{-\alpha h}) - \gamma e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}(\alpha e^{-\alpha h})}{(\pi-\gamma)}$$

$$= B_0 \widetilde{P}_b \alpha e^{-\alpha h} \frac{\pi e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T} - \gamma e^{-(\alpha+\beta+\gamma)T}}{(\pi-\gamma)} \qquad \text{(A.12)}$$

となり，(A.10)式より常に正である．以上により第 2 項もまた常に正であることが明らかであり,(A.9)式もまた正であることから，家屋修繕の価値 $f_1(T,h)$ は余命 T に対して単調増加である．

（３）命題３の証明

領域ｂ の場合

診断の純価値を表す式は

$$I_1(T,h) = \widetilde{P}_g B_g(T,h) + \widetilde{P}_b \{B_r(T) - C_r\}$$
$$-\{B_r(T) - C_r\} - C_i$$
$$= -\widetilde{P}_g \left\{ B_r(T) - B_g(T,h) - C_r \right\} - C_i \qquad \text{(A.13)}$$

で与えられる．ここで(A.1)式より $B(T,h,0|g) = e^{-\alpha h} B(T,0,0|g)$ の関係を用いると，(A.13)式は

$$I_1(T,h) = -\widetilde{P}_g \left\{ (1-e^{-\alpha h}) B_r(T) - C_r \right\} - C_i \qquad \text{(A.14)}$$

となり，$B_r(T)$ は T に対して単調増加であるから $I_1(T,h)$ は T に対して単調減少である．また，$I_1(T,h)$ を h で偏微分すると，

$$\frac{\partial I_1(T,h)}{\partial h} = \pi e^{-\pi h} \left\{ (1-e^{-\alpha h}) B_r(T) - C_r \right\}$$
$$-e^{-\pi h} \alpha e^{-\alpha h} B_r(T)$$
$$= \pi e^{-\pi h} \left\{ B_r(T) - B_g(T,h) - C_r \right\}$$
$$-\alpha e^{-(\pi+\alpha)h} B_r(T)$$

(A.15)

となる．$f_2(T,h) = B_r(T) - B_g(T,h) - C_r < 0$ の条件の下では $\frac{\partial I_1(T,h)}{\partial h} < 0$ である．従って，家屋の履歴が大きくなるほど耐震診断受診の価値は小さくなる．

領域ｃの場合

$I_2(T,h)$ を展開すると，

$$I_2(T,h) = \widetilde{P}_g B_g(T,h) + \widetilde{P}_b \{B_r(T) - C_r\}$$
$$-B_u(T,h) - Ci$$
$$= \widetilde{P}_b \left\{ B_r(T) - B_b(T,h) - C_r \right\} - C_i$$
$$= \widetilde{P}_b \Bigg[\int_{t=0}^{T} B_0 \{ e^{(-\alpha-\beta-\pi)t}$$
$$+ \frac{\pi e^{(-\alpha-\beta-\gamma)t} - \pi e^{(-\alpha-\beta-\pi)t}}{\pi-\gamma} \} dt$$
$$- \int_{t=0}^{T} B_0 \{ e^{(-\alpha-\beta-\gamma)t-\alpha h} dt - C_r \Bigg] + C_i$$

$$= \widetilde{P}_b \Bigg[\frac{\{1-e^{(-\alpha-\beta-\pi)T}\}}{\alpha+\beta+\pi} + \frac{\pi\{1-e^{(-\alpha-\beta-\gamma)T}\}}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\gamma)}$$

$$- \frac{\pi\{1-e^{(-\alpha-\beta-\pi)T}\}}{(\pi-\gamma)(\alpha+\beta+\pi)} - \frac{e^{-\alpha h}\{1-e^{(-\alpha-\beta-\pi)T}\}}{\alpha+\beta+\gamma} - C_r \Bigg]$$
$$-C_i$$

(A.16)

$I_2(T,h)$ を T で偏微分すると，

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial I_2(T,h)}{\partial T} &= \widetilde{P}_b \Big[e^{(-\alpha-\beta-\pi)T} + \frac{\pi\{e^{(-\alpha-\beta-\gamma)T} - e^{(-\alpha-\beta-\pi)T}\}}{(\pi-\gamma)} \\
&\quad - e^{(-\alpha-\beta-\pi)T-\alpha h}\}\Big] \\
&= \widetilde{P}_b \left[\{(1-e^{-\alpha h})e^{(-\alpha-\beta-\pi)T} + \frac{\pi\{e^{(-\alpha-\beta-\gamma)T} - e^{(-\alpha-\beta-\pi)T}\}}{(\pi-\gamma)} \right]
\end{aligned} \tag{A.17}
$$

(A.17)式は常に正であるため，$I_2(T,h)$ は T に関して単調増加である．次に，$I_2(T,h)$ を h で偏微分すると次のようになる．

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial I_2(T,h)}{\partial h} &= \frac{\partial \widetilde{P}_b}{\partial h}\{B_r(T) - B_b(T,h) - Cr\} \\
&\quad + \widetilde{P}_b \left[\frac{\alpha e^{-\alpha h}\{1-e^{(-\alpha-\beta-\pi)T}\}}{\alpha+\beta+\gamma} \right]
\end{aligned} \tag{A.18}
$$

$\widetilde{P}_b$ は h に対して単調増加であり，$f_1(T,h) < 0$，$f_3(T,h) > 0$ の場合，常に $B_r(T) - B_b(T,h) - C_r > 0$ が成立するため，(A.18)式の第1項は正となる．第2項も常に正であるから，$I_2(T,h)$ は h に関しても単調増加であることが明らかとなった．

参考文献

1) 上田孝行，高木朗義，森杉壽芳：災害脆弱地区の都市整備便益について，第3回都市直下地震災害総合シンポジウム概要集，pp.481-484, 1998.

2) Vorst, A. C.: Optimal Housing Maintenance under Uncetainty, Journal of Urban Economics, Vol. 21, No.1, pp.209-227, 1987.

3) Dubin, A. R.: Maintenance Decisions of Absentee Landlords under Uncertainty, Journal of Housing Economics, Vol. 7, No.1, pp.144-164, 1998.

4) 損害保険料率算定会：地震保険調査41　地震災害予測の研究, 1995.

5) Kleindorfer, P. R. and H. Kunreuther: Challenges Facing the Insurance Industry in Managing Catastrophic Risks, in K. Froot (ed) The Financing of Catastrophe Risk, University of Chicago Press, 1999.

6) Sakakibara, H., N. Okada, and S. Tsuchiya: Old Housing Diagnosis/Renewal Decision Making Model, Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, V991-996, 1999.

不確実性を考慮した家屋の更新に関する意思決定過程のモデル分析

榊原 弘之，土屋　哲，岡田 憲夫，多々納　裕一

阪神・淡路大震災においては，家屋の倒壊とそれに伴う火災の被害が甚大であった．家屋の更新に関する意思決定を行う際には，自らの所有する家屋が安全であるか，危険な状態にあるかを知ることが困難な場合が多い．家屋の状態を正確に知るためには，安全性診断が必要となる．本論文では，安全性診断が提供する情報の価値に着目し，家屋の所有者が合理的な意思決定をする状況を想定し，その意思決定の行動メカニズムを数学的にモデル化する．次に政府によって実施される可能性のあるいくつかの補助政策の妥当性を比較検討することにより，社会全体の厚生を高めるためにとるべき政策について基礎的な知見を得ることを目的とする．

Model Analysis of Decision Making Process on House Renewal with Uncertainty

By Hiroyuki Sakakibara, Satoshi Tsuchiya, Norio Okada, and Hirokazu Tatano

In Hanshin-Awaji Earthquake, the loss caused by the collapse of houses and the fire was very severe. In decision making on the renewal of houses, it is difficult for owners to know if their own houses are safe or not. In order to obtain the correct information, safety diagnosis of houses is necessary. In this paper, we focus on the value of the information provided by safety diagnosis. Then, mathematical model is proposed based on the assumption that owners' make rational decisions. Finally, government's subsidizing policies are compared from the viewpoint of the improvement of social welfare.
