

(III-51) 有限要素法による地震時、過剰間隙水圧の上昇に対するドレーンの効果

○ 中央大学 学員 浅井 敬行
 (株) 近代設計 正員 木村 晟
 中央大学 正員 川原 睦人

1 はじめに

近年、過剰間隙水圧の上昇にともなう液化現象に対する研究が多く、研究者によって行われている。本研究では地盤において地震時に過剰間隙水圧が上昇するという挙動を、地盤を弾性体モデルと仮定して有限要素法を用いることにより数値解析を行った。また、上昇過剰間隙水圧の消散を目的とするグラベルドレーンを設けることによって、上昇過剰間隙水圧に対するその効果を比較検討した。

2 支配方程式

砂質地盤のように、砂粒子がありその間隙に水が存在しているような二相系の地盤では、外力及び物体力が作用した時に、土粒子のような粒状体と水のような流体が相互に作用しながら力の釣合が保たれている。また、現象から二相系の地盤をみると地震応答問題、圧密問題、浸透問題など動的な問題から準動的な問題まで様々な現象がある。この動的な問題のなかに地震時の飽和砂における液化現象がある。以下に示す支配方程式は、次のような仮定にもとずいて導かれたものである。

- 土骨格は、微小変形であり等方均質である。
- 土粒子は、弾性体である。
- 地下水の流れはダルシーの法則に従う。
- 透水係数 k は一定である。
- 土は、水で飽和されている。
- 連続方程式

$$P_{,ii} - \frac{\rho_f g}{k} \dot{u}_{i,i} - \frac{n \rho_f g}{k K_f} \dot{P} - \rho_f \ddot{u}_{i,i} - \rho b_{i,j} = 0 \quad (1)$$

● 運動方程式

$$\rho \ddot{u}_i - (E_{ijkl} u_{k,l} + \delta_{ij} P)_{,j} - \rho b_i = 0 \quad (2)$$

ここに、 u_i は土骨格変位、 P は間隙水圧、 k は透水係数、 E_{ijkl} は弾性テンソル、 ν はポアソン比、 b_i は物体力、 ρ は飽和土の密度、 ρ_f は水の密度 n は間隙率、 g は重力加速度、 K_f は水の体積弾性係数である。

3 有限要素方程式

有限要素法によって支配方程式を空間方向に離散化する。三角形一次要素、ガレルキン法を用いて有限要素方程式を導くと

$$M_{\alpha\beta} \ddot{U}_{\beta i} + C_{\alpha\beta k} \dot{U}_{\beta k} + K_{\alpha\beta k} U_{\beta k} + L_{\alpha\beta} P_{\beta} = \hat{F}_{\alpha i} \quad (3)$$

$$- \rho_f L_{\alpha\beta}^T \ddot{U}_{\alpha i} - \frac{\rho_f g}{k} L_{\alpha\beta}^T \dot{U}_{\alpha i} + S_{\alpha\beta} P_{\beta} + Q_{\alpha\beta} \dot{P}_{\beta} = \hat{\Omega}_{\alpha i} \quad (4)$$

式(3)の減衰項は次のようになる

$$C_{\alpha\beta k} = \bar{\alpha} M_{\alpha\beta} + \bar{\beta} K_{\alpha\beta k} \quad (5)$$

減衰定数 $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ は地盤の減衰率、及び固有周期より決定される。また、各係数行列は以下のように示される。

$$M_{\alpha\beta} = \int_V \rho \Phi_{\alpha} \Phi_{\beta} dV \quad (6)$$

$$K_{\alpha\beta k} = \int_V \Phi_{\alpha,j} E_{ijkl} \Phi_{\beta,l} dV \quad (7)$$

$$L_{\alpha\beta} = - \int_V \delta_{ij} \Phi_{\beta,j} \Phi_{\alpha} dV \quad (8)$$

$$S_{\alpha\beta} = \int_V \Phi_{\beta,j} \Phi_{\alpha} dV \quad (9)$$

$$Q_{\alpha\beta} = \int_V \frac{n \rho_f g}{k K_f} \Phi_{\alpha} \Phi_{\beta} dV \quad (10)$$

$$\hat{F}_{\alpha i} = \int_{S_T} \hat{T}_i \Phi_{\alpha} dS + \int_V \rho \Phi_{\alpha} b_i dV \quad (11)$$

$$\hat{\Omega}_{\alpha i} = - \int_V \rho_f b_{i,i} \Phi_{\alpha} dV + \int_{S_V} \hat{V} \Phi_{\alpha} dS \quad (12)$$

4 時間方向の離散化

時間方向の離散化には、Newmark β 法を適用する。Newmark β 法での加速度、速度、変位の関係は以下のように示される。

$$U^{(n+1)} = U^{(n)} + \Delta t \dot{U}^{(n)} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{U}^{(n)} + \beta \Delta t^2 (\ddot{U}^{(n+1)} - \ddot{U}^{(n)}) \quad (13)$$

$$\dot{U}^{(n+1)} = \dot{U}^{(n)} + \Delta t \ddot{U}^{(n)} + \gamma \Delta t (\ddot{U}^{(n+1)} - \ddot{U}^{(n)}) \quad (14)$$

ただし、 β, γ は、数値解析パラメータである。有限要素方程式を時間離散すると次式を得る。

$$\begin{bmatrix} M + \gamma \Delta t C + \beta \Delta t^2 K & L \\ L^T & \frac{1}{\Delta t} (S + \frac{\Delta t}{2} Q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}^{(n+1)} \\ P^{(n+1)} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \hat{F}^{(n+1)} - K \{ U^{(n)} + \Delta t \dot{U}^{(n)} + \Delta t^2 (\frac{1}{2} - \beta) \ddot{U}^{(n)} \} - C \{ \dot{U}^{(n)} + (1 - \gamma) \Delta t \ddot{U}^{(n)} \} \\ \frac{1}{\Delta t} \hat{\Omega}^{(n+1)} + \frac{\rho_f g}{\Delta t k} L^T \{ \dot{U}^{(n)} + (1 - \gamma) \Delta t \ddot{U}^{(n)} \} + \frac{1}{\Delta t} Q P^{(n)} \end{bmatrix} \quad (15)$$

ここに、 $(n), (n+1)$ は時間ステップを表す添え字であり、 Δt は時間増分量である。このマトリックス表示された式(15)を U, P を未知数として解く。($U - P$ 形式)

5 計算対象及び計算条件

計算には図1に示すような有限要素メッシュを用いた。地震時の繰り返しせん断応力として、図3に示すように振幅 $\tau = 1.0(t_f/m^2)$ の Sin 波を地表面に与えた。また、解析モデルの境界条件としては下端面を固定境界、側面をすべてローラーとすることにより一次元圧縮条件とした。ここで地盤の物性値を図4に示すように (i) 砂の部分、(ii) グラベルドレーンの部分とに分けて考える。グラベルドレーンがない場合の境界条件は、完全非排水条件とし、ある場合にはそのドレーンの地表面においてのみ排水条件とした。今回は物性値を、(i) $k = 1.0 \times 10^{-3}(m/s)$, $E = 2000(t_f/m^2)$, $\nu = 0.20$, $\rho = 1.7(t_f/m^3)$, (ii) $k = 1.0 \times 10^{-1}(m/s)$, $E = 6000(t_f/m^2)$, $\nu = 0.30$, $\rho = 2.1(t_f/m^3)$ として解析した。数値解析パラメータは $\Delta t = 1.0 \times 10^{-2}$, $\bar{\alpha} = 1.0 \times 10^{-3}$, $\bar{\beta} = 1.0 \times 10^{-2}$, $K_f = 1.0 \times 10^{40}$, $\beta = 0.25$, $\gamma = 0.50$ とした。U-P形式の解法では未知数である P の値は間隙水圧として得られる。本解析においては地震前の土の間隙には、静水圧が作用しているとした。過剰間隙水圧はこの静水圧からの変動分であり、液状化はこの過剰間隙水圧が初期有効拘束圧(静水圧)に等しくなった時に起こると考えられている。そこで、この初期有効拘束圧に対する過剰間隙水圧の比、すなわち過剰間隙水圧比を求め、これによって液状化の有無を判断するとともにドレーンの効果も検討した。なお、過剰間隙水圧比は図2に示すように節点 $B1 \sim B2$ におけるものを求めた。

6 結果の考察と今後の課題

図5に過剰間隙水圧比の時刻歴を (i) ドレーンのない場合、と (ii) ドレーンのある場合とで示す。まずドレーンを用いない場合について見ると、スケールは過剰間隙水圧比というかたちであるが、過剰間隙水圧が上昇するという地震時における定性的な挙動が各節点で確認できる。また、過剰間隙水圧比は節点 $B1$ 、 $B2$ においては 1.0 以上の値に達しているのがわかる。次にドレーンを用いた場合であるが、ない場合と比べて各節点において過剰間隙水圧の上昇を早い地点で防ぐとともに、水圧が消散して行く様子がわかる。以上のようにドレーンの効果が各節点で過剰間隙水圧の上昇を抑えるというかたちで確認できたといえる。なお、今後の課題としては地盤の挙動は物性値の選択によって大きく左右されることが多いので、適切な物性値を選んでいるかの検討、および液状化発生地点における剛性低下の有無の確認などを行ってゆく所存である。

参考文献 [1] Zienkiewicz O.c. and Shiomi.T 1994 "Dynamic behaviour of saturated porous media; the generalized Biot formulation and its numeric al solution" Int.J. Numer. Anal. Methods. Geomech.,vol8
[2] 堀見忠彦：粒状体の力学、社団法人 土質工学会、pp.45-49,1993

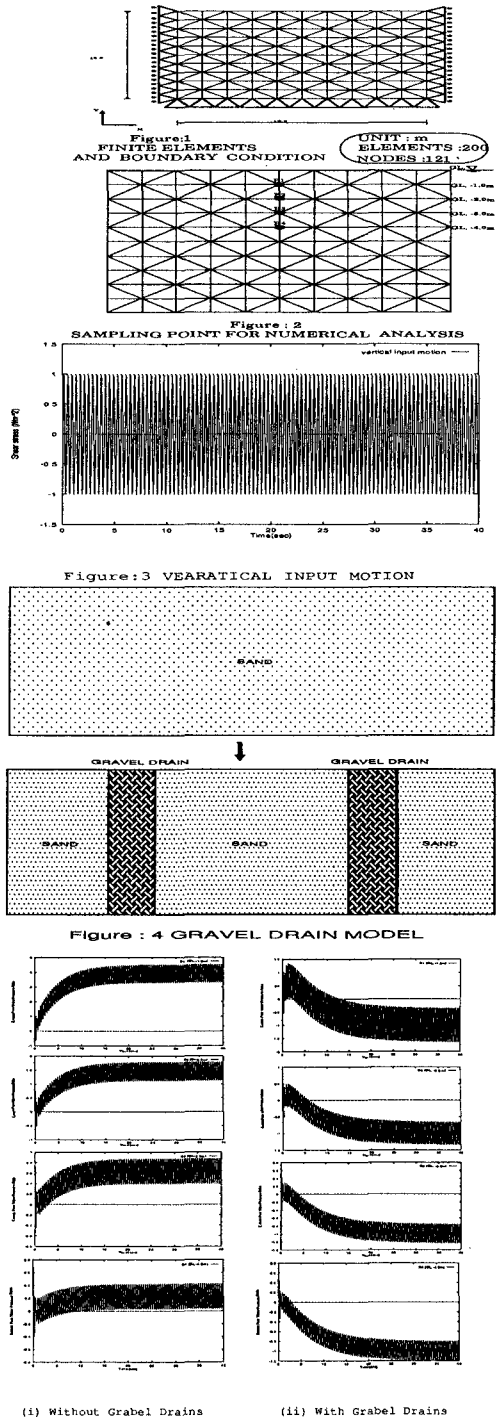


Figure:5 Comparison of time histories of excess pore water pressure ratio at locations B(1-4)