

( I - 10) 剛性急変部における地盤の地震時軸方向ひずみの簡易計算  
-P 波入射の場合-

東電設計 正会員 松原勝己

1. まえがき

線状地中構造物の軸方向の耐震検討を行う際には、地盤の軸方向ひずみの推定が重要となる。特に、耐震設計上線状地中構造物の軸方向応力が問題となる箇所として、地盤剛性が水平方向に急変する地盤内を地中構造物が通過する地点が考えられる。現状の耐震検討の方法としては、各サイト特性に応じて動的有限要素法により地盤ひずみを推定することが有力であるが、地盤物性値や境界条件による違いを大略的に捉える場合には、より簡易な計算法を用いたパラメータスタディが望ましいと考えられる。筆者は、地盤剛性の急変部において発生する地震時軸方向ひずみを、傾斜を有する 2 層系無限弾性地盤にせん断波 (SV 波) が入射したときの直ひずみを求めることにより簡易算定する方法を提案した [松原(2000)]。本報では、同様の手法を用いることにより、下方から P 波が入射した場合の地盤に発生する地震時軸ひずみを算定するものである。

2. 解析式

図-1 に示すような傾斜した 2 層系地盤に鉛直下方から粗密波 (P 波) が入射するとき、反射 P・S 波および透過 P・S 波の変位ポテンシャルは、式(1)で表される。

$$\text{入射 P: } \phi_0 = A_0 \exp\{-i\xi(x + \alpha_0 z) + i\omega t\} \quad (1a)$$

$$\text{反射 P: } \phi' = A' \exp\{-i\xi(x - \alpha_0 z) + i\omega t\} \quad (1b)$$

$$\text{反射 S: } \psi' = B' \exp\{-i\xi(x - \beta_0 z) + i\omega t\} \quad (1c)$$

$$\text{透過 P: } \phi_1 = A_1 \exp\{-i\xi(x + \alpha_1 z) + i\omega t\} \quad (1d)$$

$$\text{透過 S: } \psi_1 = B_1 \exp\{-i\xi(x + \beta_1 z) + i\omega t\} \quad (1e)$$

ここに、 $\theta$  を剛性急変部の傾斜角として、

$\xi = \omega \sin \theta / c_{p0}$ ,  $\alpha_0 = 1 / \tan \theta$ ,  $\alpha_1 = 1 / \sin \theta \cdot \sqrt{(1/r^2 \cdot k_1/k_0 \cdot \sin^2 \theta)}$ ,  $\beta_0 = 1 / \sin \theta \cdot \sqrt{(1/k_0 \cdot \sin^2 \theta)}$ ,  $\beta_1 = 1 / \sin \theta \cdot \sqrt{(1/r^2/k_0 \cdot \sin^2 \theta)}$  である。また、 $\omega$  は円振動数、 $c_{p0}$  は入射側の P 波速度、さらに  $k_0 = (1 - 2\nu_0) / 2(1 - \nu_0)$ ,  $k_1 = (1 - 2\nu_1) / 2(1 - \nu_1)$ ,  $r = c_{s1} / c_{s0}$  (S 波速度比),  $\nu_0, \nu_1$  はそれぞれ入射側および透過側の地盤のポアソン比である。

図-1 を参照し境界条件として、剛性急変部 (剛性不連続面) での水平・鉛直変位および直・せん断応力の連続性を用いることにより、式(1)の  $A', B', A_1$  および  $B_1$  に関する連立方程式が、式(2)で表すことができる [佐藤 (1978)]。

$$A' + \beta_0 B' - A_1 + \beta_1 B_1 = -A_0 \quad (2a)$$

$$\alpha_0 A' - B' + \alpha_1 A_1 + B_1 = \alpha_0 A_0 \quad (2b)$$

$$-(\beta_0^2 - 1)A' + 2\beta_0 B' + \chi(\beta_1^2 - 1)A_1 + 2\chi\beta_1 B_1 = (\beta_0^2 - 1)A_0 \quad (2c)$$

$$2\alpha_0 A' + (\beta_0^2 - 1)B' + 2\chi\alpha_1 A_1 - \chi(\beta_1^2 - 1)B_1 = 2\alpha_0 A_0 \quad (2d)$$

ここに、 $\chi = G_1/G_0 = \rho_1/\rho_0 \cdot r^2$  (せん断弾性係数比) である。式(2)の 4 元連立方程式を解くことにより、 $A_0$  (入射 P 波の振幅) を既知として  $A', B', A_1$  および  $B_1$  を求めることができる。

次に、入射側 (添字 0) の地盤ひずみを計算する。まず、変位ポテンシャルと変位の関係として、式(3)が成立する。

$$u_0 = \partial/\partial x(\phi_0 + \phi') - \partial\psi'/\partial z \quad (3a)$$

$$w_0 = \partial\psi'/\partial x + \partial/\partial z(\phi_0 + \phi') \quad (3b)$$

キーワード：線状地中構造物, 不整形地盤, 耐震性, 地盤ひずみ, 縦断方向

連絡先 (住所)：〒110-0015 東京都台東区東上野 3-3-3 TEL：03-4464-5669 FAX：03-4464-5595

また、地盤ひずみと変位の関係は、式(4)で表される。

$$\epsilon_{x0} = \partial u_0 / \partial x \quad (4a) \quad \epsilon_{z0} = \partial w_0 / \partial z \quad (4b) \quad \gamma_{zx0} = \partial w_0 / \partial x + \partial u_0 / \partial z \quad (4c)$$

さらに、図-1の(x,z)座標系に対して、座標軸を右まわりに $\theta$ だけ回転させたときのx方向の直ひずみ(軸ひずみ) $\epsilon_{A0}$ は式(5)で表される。

$$\epsilon_{A0} = \epsilon_{x0} \cos^2 \theta + \epsilon_{z0} \sin^2 \theta - \gamma_{zx0} / 2 \cdot \sin 2\theta \quad (5)$$

式(1),(3),(4)および(5)を用いて、原点における入射側の軸ひずみが式(6)で表すことができる。

$$\epsilon_{A0} = V_I / c_{P0} \cdot \sin^2 \theta \{ (\cos \theta + \alpha_0 \sin \theta)^2 \cdot A' / A_0 + ((\beta_0^2 - 1) / 2 \cdot \sin 2\theta + \beta_0 \cos 2\theta) \cdot B' / A_0 \} \quad (6)$$

同様にして、原点における透過側の軸ひずみが式(7)で表すことができる。

$$\epsilon_{A1} = V_I / c_{P0} \cdot \sin^2 \theta \{ (\cos \theta - \alpha_1 \sin \theta)^2 \cdot A_1 / A_0 + ((\beta_1^2 - 1) / 2 \cdot \sin 2\theta - \beta_1 \cos 2\theta) \cdot B_1 / A_0 \} \quad (7)$$

ここに、 $V_I$ は入射P波の速度振幅である。式(2),(6)および(7)によれば、地震時の軸方向ひずみが2層地盤のS波速度比 $c_{S1}/c_{S0}$ 、密度比 $\rho_1/\rho_0$ 、両地盤のポアソン比 $\nu_0, \nu_1$ 、剛性不連続面の傾斜角 $\theta$ および入射側P波速度に対する入射波速度振幅の比 $V_I/c_{P0}$ に依存することがわかる。

### 3. 計算例

上記の解析式を用いて、剛性急変部における軸方向ひずみを算定した。計算方法としては、まず与えられたS波速度比、ポアソン比および傾斜角をもとに、式(2)で表される連立方程式を解く。この際、傾斜角、S波速度比およびポアソン比に応じて $\alpha_0, \alpha_1$ および $\beta_1$ が複素数になるので、式(2)は複素係数となる。次に、求められた $A', B', A_1$ および $B_1$ を式(6)および(7)に代入し、入射側および透過側の軸ひずみを求める。このときそれぞれのひずみは入射側のP波速度に対する入射波速度振幅の比で正規化された値で示される。図-2および3は入射側のS波速度が透過側に比べて大きい場合でポアソン比を変更したときの軸ひずみと傾斜角の関係を示している。図-2~3より、ポアソン比の違いによる傾向の差は小さいことがわかる。また、ひずみが極大を示す傾斜角は透過側(剛性が小さい)で45度付近と80度付近、入射側(剛性が大きい)で30度付近と70度付近の2箇所にみられる。さらに、透過側で極大を与える傾斜角で入射側が極小となり、入射側で極大を与える傾斜角で透過側が極小となっている。極大を示すひずみの大きさはS波速度比に依存するが、2層地盤のS波速度のコントラストが大きくなるほど大きい傾向がみられる。図には入射側と透過側の軸ひずみを示しているが、剛性(S波速度)の小さい地盤側で大きくなることもわかる。

### 4. あとがき

本報では、剛性急変部における地盤の地震時軸方向ひずみを簡易算定する方法として、2層系無限地盤にP波が入射したときの剛性不連続部における直ひずみを評価することを提案した。その結果、本提案手法によれば、P波速度に対する入射波速度振幅の比で正規化した軸ひずみが、S波速度比、密度比、ポアソン比および傾斜角で表されることがわかった。今後は、軸ひずみの軸方向の分布性状について検討を行う予定である。

<参考文献> 1)松原勝己(2000):剛性急変部における地盤の地震時軸方向ひずみの簡易計算,第35回地盤工学研究発表会講演概要集,pp.2363-2364 2)佐藤泰夫(1978):弾性波動論,pp.103-108,岩波書店

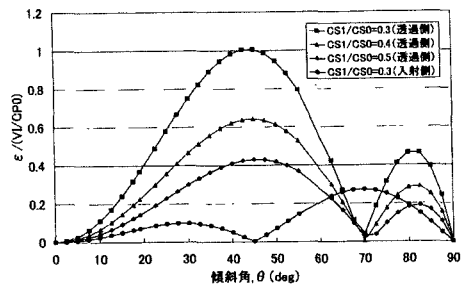
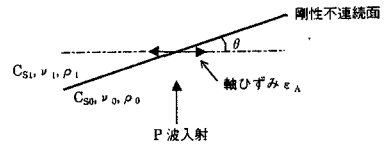


図-2 軸ひずみと傾斜角の関係  
( $c_{S0} > c_{S1}, \nu = 0.4$ )

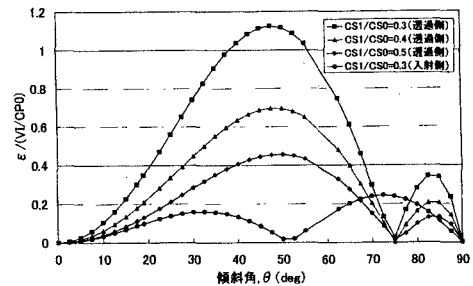


図-3 軸ひずみと傾斜角の関係  
( $c_{S0} > c_{S1}, \nu = 0.3$ )