

1. まえがき

動的作用を受ける多孔質飽和地盤の波動問題には、Biotの理論を取り入れた様々な数値的計算(有限要素法、特性曲線法、差分法等)による解析がなされている¹⁾。そこで、本研究ではBiotの理論に基づきGargら²⁾が導いた運動方程式に差分法を適用して、地盤の透水性及び伝播距離が地盤と水の波動に及ぼす影響を調べたものである。

2. 解析方法

図-1の1次元x座標系において、一様な飽和地盤の原点に点加振力が作用する場合を考える。地盤は空隙を有する土と空隙を完全に満たす圧縮性の水で構成され、水はダルシー則に従って地盤内を流れるものとする。このとき、地盤及び水はそれぞれ次の運動方程式(1)、(2)によって支配される。

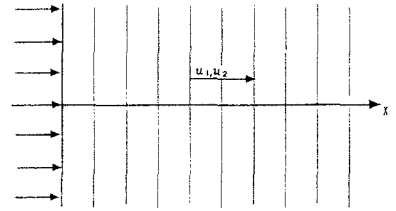


図-1 座標系

$$\rho_0^{(1)} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + c \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + D(u_2 - u_1) \quad (1)$$

$$\rho_0^{(2)} \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = c \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} - D(u_2 - u_1) \quad (2)$$

ここに、 u_1, u_2 は地盤及び水の変位成分、 $\rho_0^{(1)}, \rho_0^{(2)}$ は地盤及び水の密度、 a は複合体のラーメ定数、 b は水の圧縮剛性に関する係数、 c は地盤と水の体積変化の間に起こる相互作用に関する係数である。また、 D は $D = \mu(1 - n_0)^2 / k$ で与えられ、 $\mu, (1 - n_0), k$ はそれぞれ水の粘性、間隙率、地盤の透水係数を示す。ここで、地盤の変位 u_1 を求めるにあたり(1)式を u_1 の時間変化に関する一階偏微分と見なすと

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} \right) = \left[a \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + c \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + D \frac{\partial}{\partial t} (u_2 - u_1) \right] / \rho_0^{(1)} \equiv F_1(x, t) \quad (3)$$

となり、この(3)式より微小時間 Δt 後の u_1 の時間変化を表すと

$$\frac{\partial u_1}{\partial t}(x, t + \Delta t) = \frac{\partial u_1}{\partial t}(x, t) + F_1(x, t) \times \Delta t \quad (4)$$

となる。よって、原点からの距離が x の地点での Δt 後の u_1 は

$$u_1(x, t + \Delta t) = u_1(x, t) + \left[\frac{\partial u_1}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial u_1}{\partial t}(x, t + \Delta t) \right] / 2 \times \Delta t \quad (5)$$

となる。また、水の変位 u_2 に関しても同様のサイクルにより求めることができる。

3. 数値計算と結果の考察

本計算では初期条件として $t=0$ における $u_1, u_2, \frac{\partial u_1}{\partial t}, \frac{\partial u_2}{\partial t}$ を 0 とし、原点での Δt 後以降の

u_1, u_2 を 1 とした。また、(1)、(2)式における係数には以下に示す値を用いた。 $\rho_0^{(1)} = 2.1812(\text{g/cm}^3)$, $\rho_0^{(2)} = 0.18(\text{g/cm}^3)$, $a = 2.754 \times 10^{11}(\text{dyn/cm}^2)$, $b = 3.393 \times 10^9(\text{dyn/cm}^2)$, $c = 9.278 \times 10^9(\text{dyn/cm}^2)$ 。

図-2は、Gargらが求めた解析計算結果と今回の数値計算結果とを比較したものである。共に $D = 2.19 \times 10^2(\text{g/cm}^3\text{s})$ の地盤での $x=0.1(\text{m})$ の地点の u_1, u_2 と時間の関係を示した。数値計算結果には解析解では見ら

れない差分による振動がみられる。しかし、この振動を除けばほぼ同一の波動を示し、数値計算結果と解析解が類似していることがわかる。

図-3には、透水性の異なるいくつかの地盤での u_1, u_2 と時間の関係を示した。透水性の高い(a)においては、地盤と水がそれぞれ違った波動を示し、水の波動においては波の始点が二つ現れている。一方、透水性の低い(c)においては、($u_1 \approx u_2$)と言った関係が成り立ち地盤と水はほぼ同一の波動を示している。

適度の透水性をもつ(b)においては、ほぼ同一の波動を示しているものの若干、水の波動が遅れていることや水の波動の始点が一つになっていることがわかる。結果、地盤の波動は地盤の透水性に関係なくほぼ同一の波動を示しているのに対し、水の波動は地盤の透水性に大きく影響を受け透水性の低い場合には地盤に引っ張られるような形で地盤と同一の運動をする事がわかる。

図-4には、同一の地盤($k = 1.48 \times 10^{-6}$)において原点からの距離(x)が異なる地点での u_1, u_2 と時間の関係を示した。伝播距離の小さい(a)においては地盤と水がそれぞれ違った波動を示し、水の波動では波の始点が二つ現れている。また、伝播距離の大きい(c)においては地盤と水はほぼ同一の波動を示しており、波の始点が一つになっている。

結果、図-3と同様に地盤の波動においてはあまり大きな変化は見られず、水の波動に大きな変化がみられる。水の波動は伝播距離が大きくなるに従って徐々に地盤の波動に似たものとなっている。

参考文献

1) J. Bear and M.Y. Corapcioglu : Transport Processes in Porus Media (Kluwer Academic Publishers 1989) p. 371-469, 2) S. K. Garg, A. H. Nayfeh, A. J. Good : Compressional waves in fluid-saturated elastic porus media (J. Appl. Phys., 45, 1968-1974)

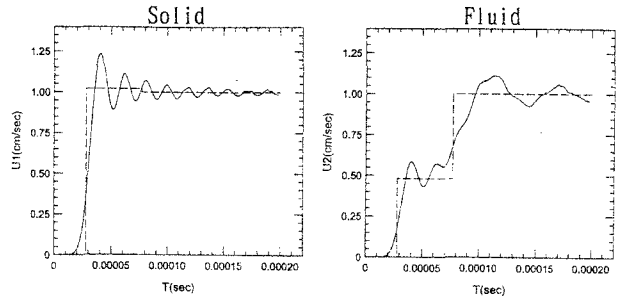


図-2 解析計算と数値計算の比較
(----- 解析計算、——— 数値計算)

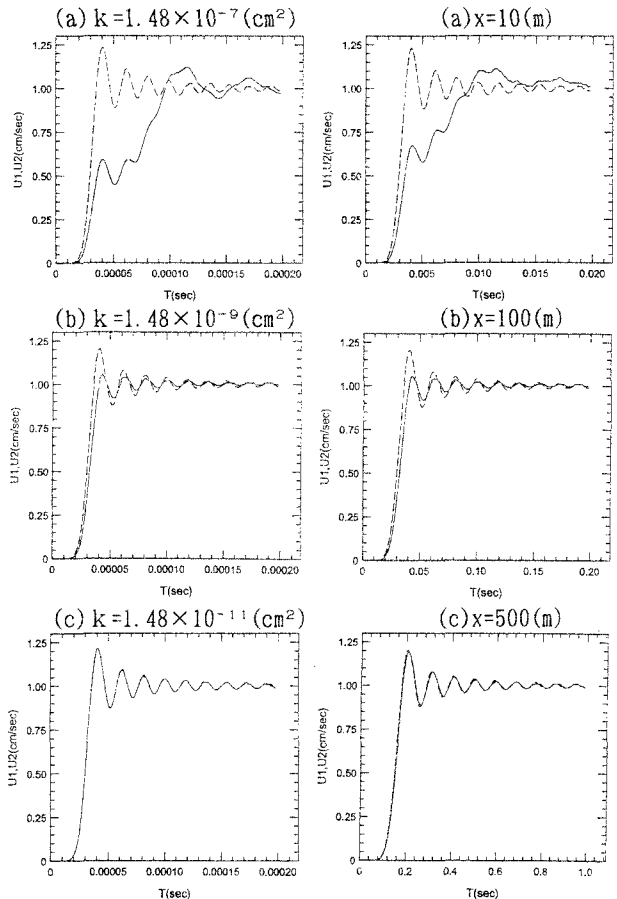


図-3 透水係数による影響 図-4 伝播距離による影響
(----- u_1 , ——— u_2)