

絶対応答波形を用いた地震動入力と  
システムパラメータ同定

Identification of a Input and Parameters  
of a MDOF System

須藤 敦史 \* · 星谷 勝 \*\* · 柳河 勇\*\*\*

by Atsushi Sutoh, Masaru Hoshiya and Isamu Yanagawa

- \* 博士(工) 主任研究員 (株)地崎工業 技術開発室 (〒105 港区 西新橋 2-23-1)
- \*\* Ph.D. 武蔵工業大学教授 工学部土木工学科 (〒158 世田谷区 玉堤 1-28-1)
- \*\*\* 武蔵工業大学工学部 土木工学科大学院 (〒158 世田谷区 玉堤 1-28-1)

In most identification problems of systems subjected to earthquake ground motion, information on input excitation and output responses must be known in order to identify parameters of the system.

However, it is often to accurately measure the input information during actual vibrations, since actual motion of the base of a structure is different from that of a free field.

This paper investigates the method to identify both input and parameters of a multiple degree of freedom system with information on absolute response time histories.

And, numerical examples are demonstrated to show the efficiency of the methods.

**Keywords:** Extended Kalman filter, FEM, Parameter identification, System Identification, Earthquake, Optimization

1. 目的

一般に行われているシステム同定問題は図-1に示すようにシステムの支配方程式が既知である場合において、その入・出力の観測値を用いて支配方程式中のパラメータの推定を行っている。

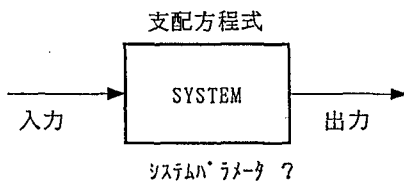


図-1 パラメータ同定問題

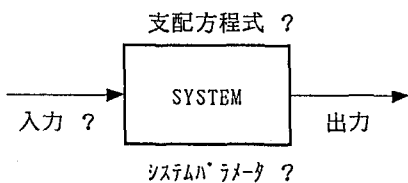


図-2 システム同定問題(1)

ところが、地震時において構造物の基礎に作用する地震動入力は不明な場合が多い。また構造物周辺の自由表面において観測される地震波形と構造物の基礎に作用する有効入力は異なるため、正確なシステム同定では図-2のように応答波形のみから構造物の支配方程式とそのパラメータおよび入力地震動の推定が必要となる。

しかし、応答波形を用いたシステム同定問題において、システムの支配方程式とパラメータおよび入力地震動が未知の場合は不定問題(ill-posed problem)となり、最適解は組み合わせにより無数に存在し一意に決まらないことになる。

この応答波形よりシステムを同定する研究では、清野・土岐・佐藤<sup>1)・2)</sup>はN.Ott, H.G.Meder<sup>3)</sup>が線形1自由度系の入力同定に用いたKalman Inverse Filterを多自由度多質点系の入力同定に適用している。この研究ではシステムの支配方程式とそのパラメータは既知として、応答値より入力波形を推定するものであり、実地震波形を用いて埋設管路モデルの入力地震動同定<sup>4)</sup>に適用している。さらに土岐・佐藤・清野<sup>5)・6)</sup>は、支配方程式のパラメータと入力波形の両者を同定する手法を提案している。しかしこれらの研究では絶対・相対系による支配方程式の定式化を示しているが、数値解析は相対応答を用いている。

また、D.Wang-A.Halder<sup>7)</sup>は、線形多自由度せん断型モデルを用いて相対応答により、外力と支配方程式のパラメータを同定する漸化的な手法を提案している。

このようにパラメータと入力地震動の同定問題では、入力値が不明であり、かつ観測される値が絶対対応であるために、支配方程式の定式化は絶対系で表現しなければならない。丸山・星谷<sup>8)</sup>は非線形復元力特性を有する1自由度系モデルを用いて、絶対対応速度と絶対対応加速度より入力地震動を同定しているが、絶対系では入力加速度は十分に再現されていないのが現状である。

一方、従来の動的パラメータ同定問題では、対象とする構造物を簡単な振動モデルで表現している。この場合には、解析目的に合致した最適なモデルを構築する必要がある。また拡張カルマンフィルタを構成する際の制約から、複雑な振動特性を有する構造系に対しては適用が難しい場合が多い。したがって、より汎用的な同定手法は有限要素法等の数値解析手法を容易に用いられることが条件となる。

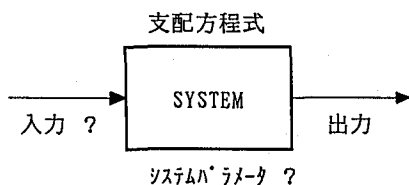


図-3 システム同定問題(2)

このような観点から本研究では、図-3に示すように過去の知見と問題を簡略化するために、支配方程式を既知としている。しかし、図-3のような問題においても、入力とそのパラメータが未知であるため不定問題となる。そこで本研究では、有限要素法等の数値解析手法との組み合わせを前提とした絶対座標系の定式化を行い、文献5, 6)のように、まず支配方程式のパラメータは自由振動部分の波形を用いて同定する。次に求めたパラメータにより入力地震動の同定を行っている。

## 2. 絶対座標系の支配(運動)方程式

図-4に示されるn階のせん断型モデルが、地震動を受ける場合の絶対座標系の支配(運動)方程式を式(1)に示す。

$$[M]\ddot{x}(t) + [C]\dot{x}(t) + [K]x(t) = f(t) \quad (1)$$

$[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$ : 質量, 減衰, 剛性マトリクス

$x(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ ,  $\ddot{x}(t)$ : 絶対対応変位, 速度, 加速度ベクトル

$f(t)$ : 荷重ベクトル

ここで、各マトリクスと荷重ベクトルを要素の形で表すと以下のようなになる。

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & & & & \\ & m_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & m_{N-1} & \\ & & & & m_N \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_1+C_2 & -C_2 & & & \\ -C_2 & C_2+C_3 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & C_{N-1}+C_N & -C_N \\ & & & -C_N & C_N \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_1+K_2 & -K_2 & & & \\ -K_2 & K_2+K_3 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & K_{N-1}+K_N & -K_N \\ & & & -K_N & K_N \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$f(t) = [C_1\dot{x}_0(t) + K_1x_0(t), 0, \dots, 0]^T \quad (5)$$

ここで、 $\dot{x}_0(t)$ ,  $x_0(t)$ は入力地震動の速度と変位成分である。

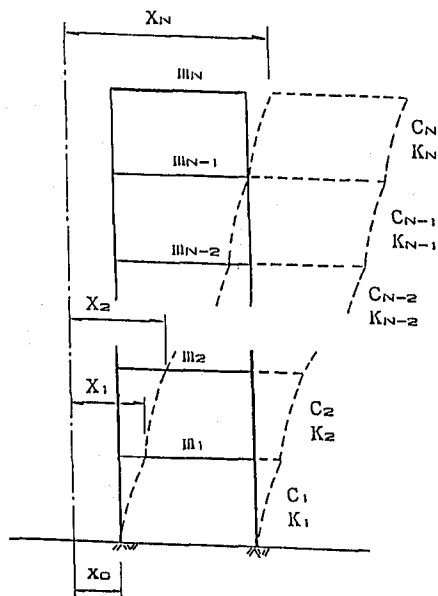


図-4 せん断型モデル(N階)

## 3. 拡張カルマンフィルタによる定式化

拡張カルマンフィルタ<sup>9)</sup>は、非線形連続型状態方程式と非線形離散型観測方程式を基本式として構成されている。

$$dX_t/dt = f(X_t, t) + G_t w_t \quad (6)$$

$$Y_{t_k} = h(X_{t_k}, t_k) + v_{t_k} \quad (7)$$

$X_t, X_{t_k}$ : 連続型, 離散型状態ベクトル

$Y_{t_k}$ : 観測ベクトル,  $w_t$ : システム雑音ベクトル

$v_{t_k}$ : 観測雑音ベクトル,  $G_t$ : 変換行列

この基本式に対するアルゴリズムは、式(6), (7)を推定状態ベクトル近傍で線形化し漸化的な最適状態ベクトルの推定アルゴリズムを構成したものである。式(6)は状態ベクトルの時間的遷移、式(7)は状態ベクトルと観測ベクトルの関係を示している。また雑音ベクトルは、正規性のホワイトノイズである。

$$E[w_{t_k}] = 0, E[w_{t_k} w_{t_s}^T] = Q_{t_k} \delta t_{k-s} \quad (8)$$

$$E[v_{t_k}] = 0, E[v_{t_k} v_{t_s}^T] = R_{t_k} \delta t_{k-s} \quad (9)$$

$\delta t_{k-s}$ : クロネッカーデルタ

$Q_{t_k}, R_{t_k}$ : システム, 観測雑音の共分散マトリクス  
(以下、本節の記号はAPPENDIX Iを参照)

### 3.1 システムパラメータ同定

入力値 $f(t_k)$ を既知とした場合における支配方程式のパラメータ同定を検討する。

拡張カルマンフィルタの状態方程式(6)において、状態ベクトルを支配方程式における未知パラメータ(質量, 減衰, 剛性マトリクスの全て, もしくは一部)とする。この未知パラメータが時間的に遷移しないと仮定すると、状態遷移マトリクス $F$ は単位マトリクス $I$ となり離散型の状態方程式は式(10)のように表される。

$$X(t_{k+1}/t_k) = X(t_k/t_k) + w t_k \quad (10)$$

次に、観測波形を絶対応答速度とすると観測量は式(11)のように示され、観測方程式(7)は(12)のように表される。

$$h(X t_k) = -C^{-1} \{ M \dot{X}(t_k) + K X(t_k) - f(t_k) \} \quad (11)$$

$$Y t_k = h(X t_k) + v t_k \quad (12)$$

これより式(10), (12)を基本式として拡張カルマンフィルタのアルゴリズムによりパラメータが逐次に推定される<sup>10), 11)</sup>。また式(11)右辺中の絶対応答加速度と変位は、アルゴリズムにより推定値が入力される。

拡張カルマンフィルタのアルゴリズム中の変換行列は、式(12)を各推定状態ベクトルにおいて偏微分して得られる。この変換行列 $M(t_k; \hat{X}(t_k/t_{k-1}))$ は式(13)のように表される。

$$M(t_k; \hat{X}(t_k/t_{k-1})) = \left[ \frac{\partial h_i(X t_k, t_k)}{\partial x_j} \right]_{X t_k = \hat{X}(t_k/t_{k-1})} \quad (13)$$

$h_i(X t_k, t_k)$ :  $h(X t_k, t_k)$ の要素  
 $x_j$ :  $X t$  または  $X t_k$ の要素

ここで、式(11)に示されるように各状態ベクトルにおける偏微分は観測方程式が状態ベクトルに対して非線形であるため求めるのは煩雑である。そこで、変換行列を影響係数法<sup>12)</sup>により近似的に算出する。

影響係数法は、状態ベクトルを順次微小変化させ有限要素法の順解析より近似的に求められ式(14)のように表される。

$$\frac{\partial h_i(X t_k)}{\partial x_{j,k}} = \frac{h_i(X t_k + \Delta x_{j,k} e_j) - h_i(X t_k)}{\Delta x_{j,k}} \quad (14)$$

$h_i(X t_k)$ :  $h(X t_k)$ の $i$ 番目の観測点  
 $\Delta x_{j,k}$ :  $x_j$ の微小増分,  $e_j$ :  $j$ 番目の要素  
 $e_j = [0, 0, 1, 0]^T$ , ( $j$ 番目の要素が1, 他要素は0)

これにより、推定状態ベクトルを用いて応答解析を行うことで、拡張カルマンフィルタのアルゴリズム中の変換行列が直接偏微分を行うことなく近似的に求められる。

このように定式化しておけば、有限要素法等の数値解析手法を用いた解析でも、同様の定式化で同定が可能となる。

### 3.2 入力ベクトル同定

支配方程式のパラメータを既知とした場合における入力地震動の同定手法を検討する。

ここで状態ベクトルは時刻において定常とするが、入力

地震動 $f(t)$ は各時刻 $t$ において異なった値を示すために、拡張カルマンフィルタの推定アルゴリズムは時刻に関係なく繰り返しとする<sup>13)</sup>。したがって、離散型の状態方程式は式(15)のように表される。

$$[X(t_{i+1})]_{(k+1)/k} = [X(t_i)]_{(k/k)} + [w(t_i)]_k \quad (15)$$

$X(t_i)$ :  $f(t_i)$ ,  $t_i: i \Delta t$ ,  $i=1, 2, \dots, m$   
 $\Delta t, m$ : サンプル間隔, 個数

$k$ : 時刻 $t_i$ における

拡張カルマンフィルタの繰り返し回数

同様に観測波形を絶対応答速度とすると、観測量は式(16)のように示され、観測方程式は(17)のように表される。

$$h(X k) = -C^{-1} \{ M \dot{X}(t_i) + K X(t_i) - [f(t_i)]_k \} \quad (16)$$

$$Y k = h(X k) + v k \quad (17)$$

ここで、式(17)は、式(12)とは状態ベクトルが異なる式となる。また、同様に変換行列は影響係数法により近似的に算出する。

### 4. 数値解析

本手法の有効性を図-5に示した3階のせん断型モデルを用いて検証する。

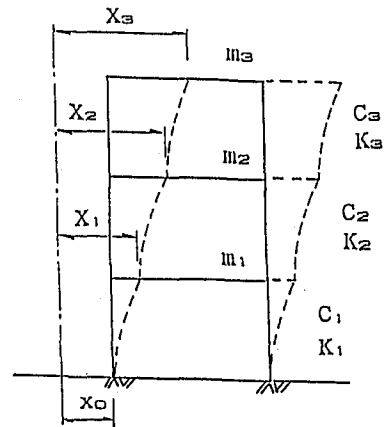


図-5 せん断型モデル(3階)

ここで、地震動入力を受ける場合の絶対座標系の支配方程式を式(18)に示す。

$$[M] \ddot{x}(t) + [C] \dot{x}(t) + [K] x(t) = f(t) \quad (18)$$

$[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$ : 質量, 減衰, 剛性マトリクス

$x(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ ,  $\ddot{x}(t)$ : 絶対応答変位, 速度, 加速度ベクトル  
 $f(t)$ : 荷重ベクトル

ここで、各マトリクスと荷重ベクトルを要素の形で表すと以下のようなになる。

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 & 0 \\ -C_2 & C_2 + C_3 & -C_3 \\ 0 & -C_3 & C_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_1+K_2 & -K_2 & 0 \\ -K_2 & K_2+K_3 & -K_3 \\ 0 & -K_3 & K_3 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$x(t) = [x_1, x_2, x_3]^T \quad (22)$$

$$\dot{x}(t) = [\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3]^T \quad (23)$$

$$\ddot{x}(t) = [\ddot{x}_1, \ddot{x}_2, \ddot{x}_3]^T \quad (24)$$

$$f(t) = [C_1 \dot{x}_0(t) + K_1 x_0(t), 0, 0]^T \quad (25)$$

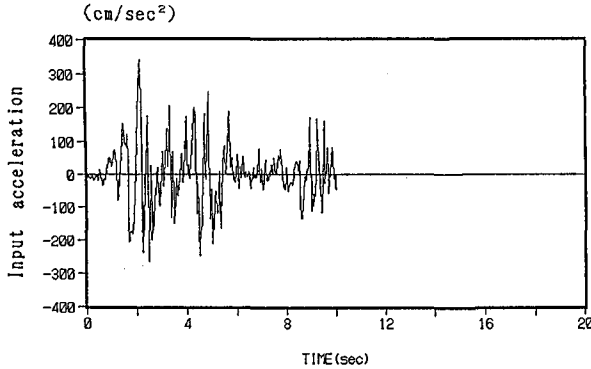


図-6 入力加速度(エルセントロ加速度波形)

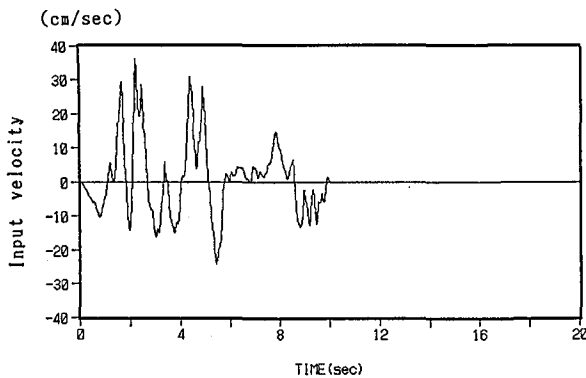


図-7 入力速度

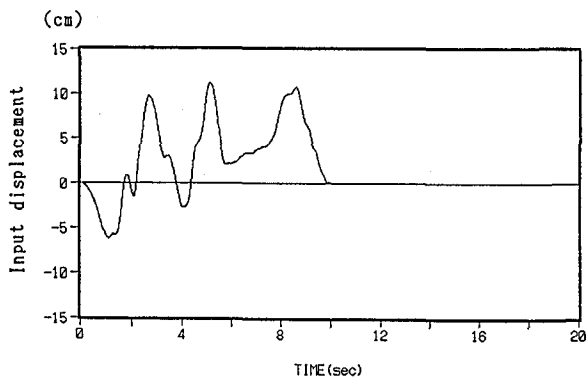


図-8 入力変位

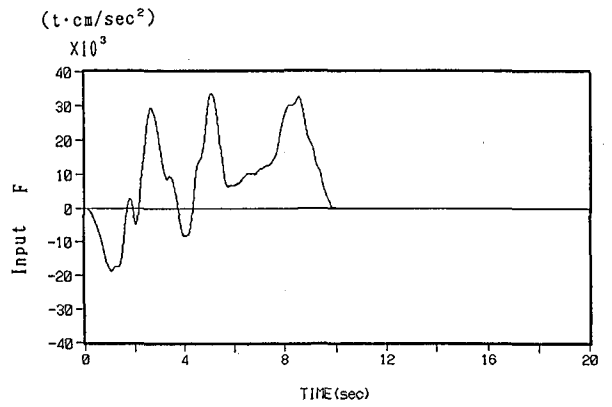


図-9 入力値 f(t)

本解析において入力値はエルセントロ地震加速度波形を用いるが、式(25)に示すように入力値 $f(t)$ は入力速度・変位で表されるため加速度波形を数値積分(ルンゲクッタ法)により求めている。入力加速度・速度・変位と $f(t)$ を図-6-9に示す。また、一般に観測値は種々の観測誤差が含まれるため、あらかじめ解析より求めた各階の応答値(0.0-20.0sec)に正規性のノイズを加えた波形とし、ノイズの割合は応答値とノイズとの標準偏差比率で表している。

#### 4. 1 システムパラメータ同定

ここで、支配方程式の未知パラメータは減衰、剛性マトリクス要素とし、質量マトリクスは既知としている。したがって、状態方程式を要素の形で表すと式(26)のようになる。

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ W_5 \end{bmatrix} \quad (26)$$

また観測波形を絶対応答速度とすると、観測方程式は(27)~(29)に示される。

$$\dot{x}_1 = 1/(C_1+C_2) (-m_1 \dot{x}_1 + C_2 \dot{x}_2 - (K_1+K_2)x_1 + K_2 x_2 + C_1 \dot{x}_0 + K_1 x_0) + v_1 t_k \quad (27)$$

$$\dot{x}_2 = 1/(C_2+C_3) (-m_2 \dot{x}_2 + C_2 \dot{x}_1 + C_3 \dot{x}_3 - (K_2+K_3)x_2 + K_2 x_1 + K_3 x_3) + v_2 t_k \quad (28)$$

$$\dot{x}_3 = 1/C_3 (-m_3 \dot{x}_3 + C_3 \dot{x}_2 + K_3 x_2 - K_3 x_3) + v_3 t_k \quad (29)$$

まず、ノイズが1.0%含まれる観測波形を用いた場合のシステムパラメータ推定初期値を表-1, 同定結果を表-2に示す。

表-1 初期推定値(ノイズ1.0%)

Parameter	x1	x2	x3	x4	x5	x6
$x(t_{10}/t_{10})$	32	32	24	2400	1600	800
$P(t_{10}/t_{10})$	1000	1000	1000	1000	1000	1000

Note:  $R=1.0 \times 10^{-2}$ ,  $Q=0.0$ ,  $N=1000.0$

Global iteration number=3

表-2 同定値(ノイズ1.0%)

Iteration number	Parameter	x1 (40)	x2 (40)	x3 (30)	x4 (3000)	x5 (2000)	x6 (1000)
1	$\hat{x}(t_{20}/t_{20})$	41.08	39.62	30.69	2976	2021	1006
2	$\hat{x}(t_{20}/t_{20})$	39.64	39.87	30.02	3017	2006	999.8
3	$\hat{x}(t_{20}/t_{20})$	39.37	40.06	30.61	3017	2006	999.8

次に、ノイズが3.0%と5.0%含まれる観測波形を用いた場合のパラメータ同定結果を表-3, 4に示す。

表-3 同定値(ノイズ3.0%)

Iteration number	Parameter	x1 (40)	x2 (40)	x3 (30)	x4 (3000)	x5 (2000)	x6 (1000)
1	$\hat{x}(t_{20}/t_{20})$	44.61	37.23	31.61	3005	2038	1005
2	$\hat{x}(t_{20}/t_{20})$	39.08	39.47	31.95	3084	1987	1007
3	$\hat{x}(t_{20}/t_{20})$	38.37	39.77	31.99	3088	1984	1007

表-4 同定値(ノイズ5.0%)

Iteration number	Parameter	x1 (40)	x2 (40)	x3 (30)	x4 (3000)	x5 (2000)	x6 (1000)
1	$\hat{x}(t_{20}/t_{20})$	51.38	33.28	32.56	3004	2069	1007
2	$\hat{x}(t_{20}/t_{20})$	47.78	34.27	34.34	3117	1955	1038
3	$\hat{x}(t_{20}/t_{20})$	44.64	35.94	34.22	3130	1951	1038

表-1において状態量 $x_1-x_3$ を減衰定数 $C_1-C_3$ とし状態量 $x_4-x_6$ はバネ定数 $K_1-K_3$ としている。また未知パラメータの同定は収束性向上のため、拡張カルマンフィルタを基本としたEK-WGI法<sup>14)</sup>(繰り返し3回)を用いている。

地震動は未知であるため自由振動の特定は難しい。表記したノイズ比率は波形全体との比であるため自由振動部に含まれるノイズ比率は数%多くなる。したがって、ノイズを考慮することにより間接的に自由振動の特定誤差による解析となる。またノイズを多く含む観測波形を用いた場合は、同定精度が悪くなる傾向が見られる。

#### 4. 2 入力地震動同定

入力地震動を未知パラメータとした場合の状態方程式は

式(15)より次式のようになる。

$$[f(t_i)]_{(k+1)/k} = [f(t_i)]_{(k)/k} + [w(t_i)]_k \quad (30)$$

$t_i = i \cdot \Delta t, i=1, 2, \dots, m, \Delta t, m$ : サンプル間隔, 個数  
 $k$ : 時刻 $t_i$ における拡張カルマンフィルタの繰り返し回数

入力地震動は、各時刻 $t$ において異なった値を示すが、各時刻において定常と仮定し、拡張カルマンフィルタの推定アルゴリズムは時刻に関係なく繰り返しとなる。したがって、入力地震動の同定は収束性を向上のため、拡張カルマンフィルタを基本としたEK-WLI法<sup>15), 16)</sup>を用いている。

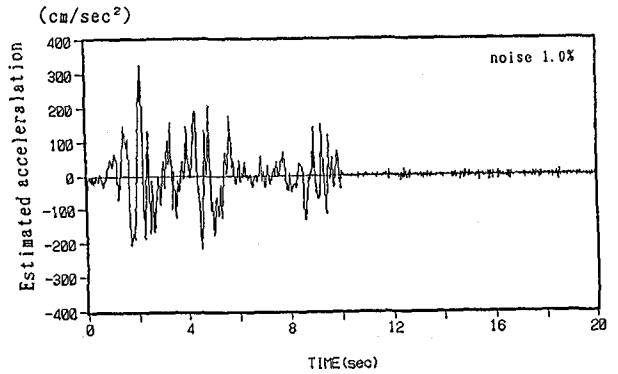


図-10 推定加速度(ノイズ1.0%)

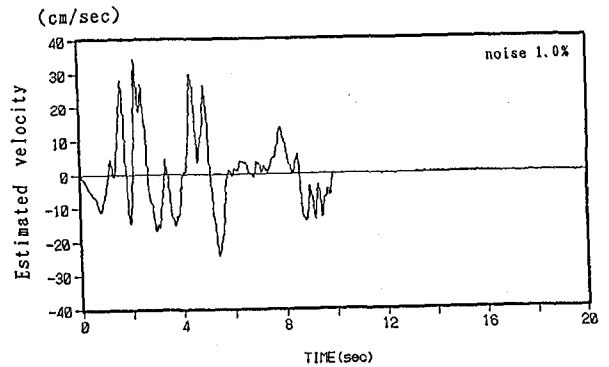


図-11 推定速度(ノイズ1.0%)

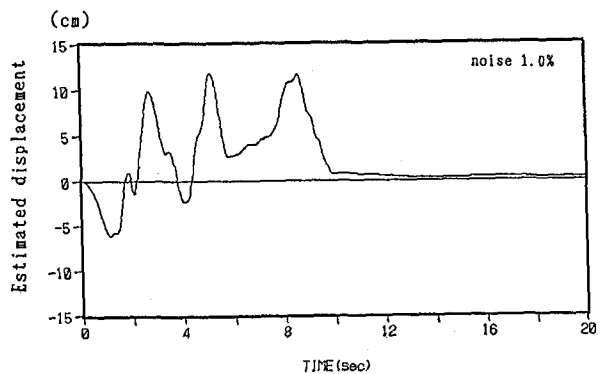


図-12 推定変位(ノイズ1.0%)

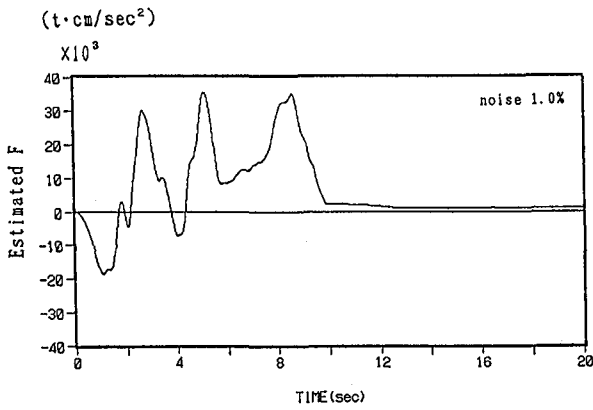


図-13 推定入力値(ノイズ1.0%)

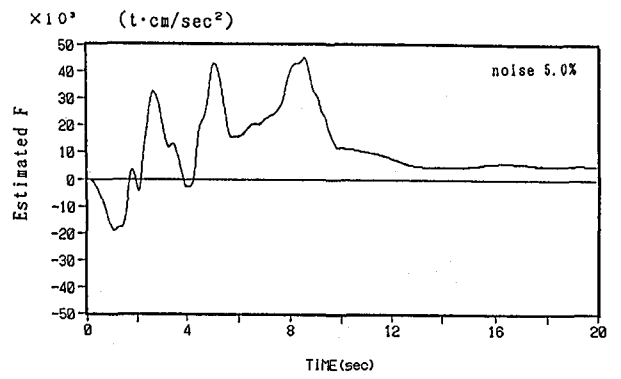


図-17 推定入力値(ノイズ5.0%)

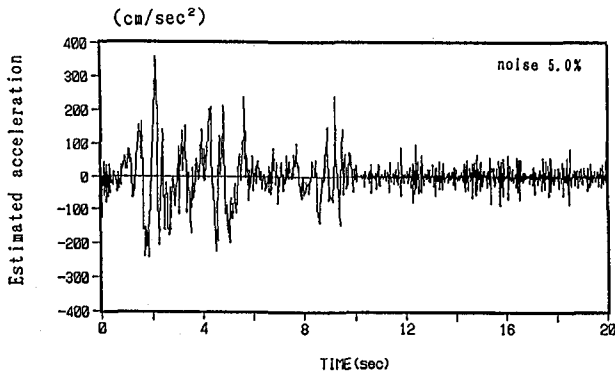


図-14 推定加速度(ノイズ5.0%)

まず、ノイズが1.0%含まれる観測波形を用いた場合における入力地震動の同定結果を図-10~13に示す。ここで、システムパラメータは前節における推定値を用いている。

次に、ノイズが5.0%含まれる観測波形を用いた場合の入力地震動の同定結果を図-14~17に示す。

同定結果よりノイズが多く含まれる観測波形を用いた場合には、入力地震動 $f(t)$ と変位 $x_0$ は時刻が進むにつれ同定誤差が大きくなる傾向が見られる。

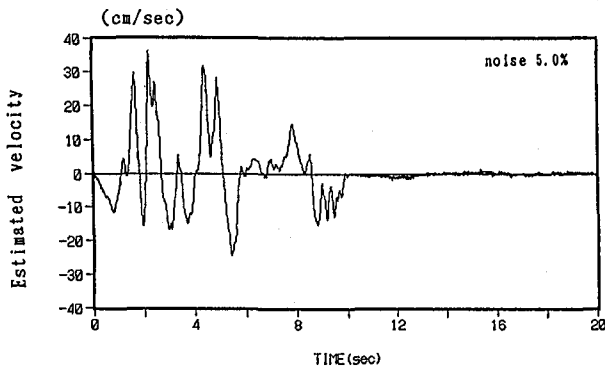


図-15 推定速度(ノイズ5.0%)

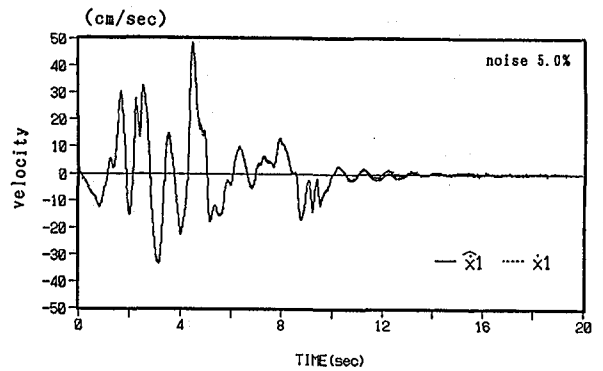


図-18 応答速度(1層)

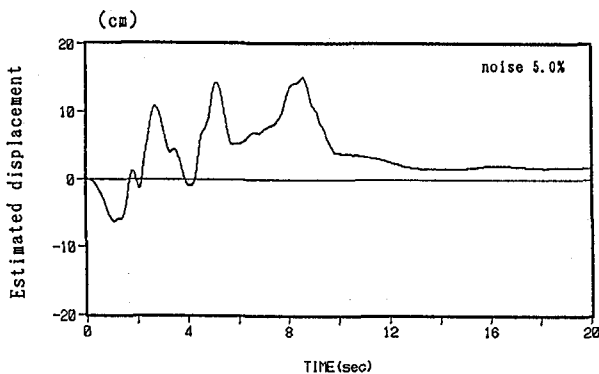


図-16 推定変位(ノイズ5.0%)

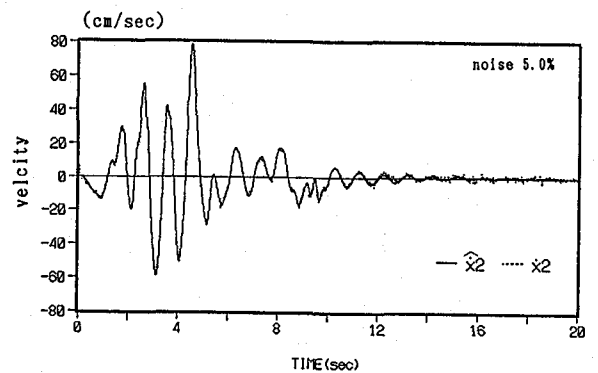


図-19 応答速度(2層)

ここで、各パラメータと入力地震動の推定精度を検証する目的で、推定パラメータと入力地震動を用いて応答解析を行った結果を図-18~20に示す。

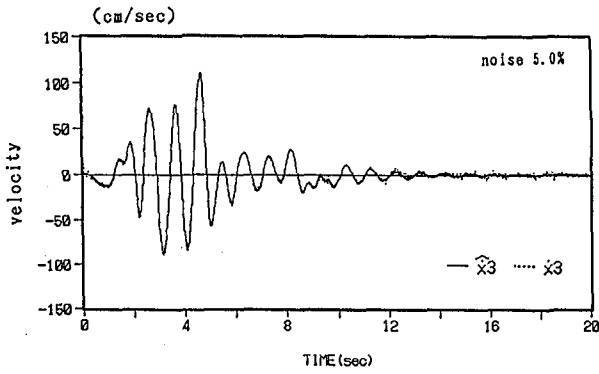


図-20 応答速度(3層)

応答解析より応答値の差が下層階ほど大きくなる。これは、式(27)-(29)に示したように、1層目の応答は \$\hat{h}\$ ラメータと入力地震動の推定誤差の影響を直接受けるためであると考えられる。

### 5. 結 論

本研究は、システム \$\hat{h}\$ ラメータと入力地震動が未知な場合に、それらを同定する汎用的な手法について基礎検討を数値解析を通して行った。しかし、このような問題は不定問題 (ill-posed problem) となり、最適解は一意に決定しない。そこで本手法では、まず支配方程式の \$\hat{h}\$ ラメータは自由振動部分の波形を用いて同定し、次に求めた \$\hat{h}\$ ラメータにより入力地震動の同定を行っている。

以上の解析結果より以下の点が明かになった。

(1) システム \$\hat{h}\$ ラメータと入力地震動を同時に同定する問題では、基本方程式を絶対座標系を用いて定式化する必要が生じる。

(2) 本手法では、拡張カルマンフィルタと有限要素法等の数値解析手法との組み合わせを前提とした定式化を行い数値解析を通して、その有効性を確認した。

(3) 本手法では、観測値波形にノイズが含まれる場合においても、ある程度の同定精度が保たれる結果が得られた。

今後は、システム \$\hat{h}\$ ラメータと入力地震動を同時に同定する汎用的な手法について研究を行う予定である。

### A P P E N D I X I

本文中の式(1)、(2)に対する最適状態推定のアルゴリズムを以下に示す。

$$\hat{X}(t_{k+1}|t_k) = \hat{X}(t_k|t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} f[X(t|t_k), t] dt \quad (A-1)$$

$$P(t_{k+1}|t_k) = \phi[t_{k+1}, t_k; \hat{X}(t_k|t_k)] P(t_k|t_k) \times \phi^T[t_{k+1}, t_k; \hat{X}(t_k|t_k)] + \Gamma t_k Q t_k \Gamma^T t_k \quad (A-2)$$

$$\hat{X}(t_{k+1}|t_{k+1}) = \hat{X}(t_{k+1}|t_k) + K[t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)] \times [Y t_{k+1} - h\{\hat{X}(t_{k+1}|t_k), t_{k+1}\}] \quad (A-3)$$

$$P(t_{k+1}|t_{k+1}) = [I - K(t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k))] \times M(t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k))] P(t_{k+1}|t_k)$$

$$\begin{aligned} & \times [I - K(t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k))] \\ & \times M(t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k))]^T \\ & + K(t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)) R t_{k+1} \\ & \times K^T(t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)) \end{aligned} \quad (A-4)$$

$$\begin{aligned} K(t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)) &= P(t_{k+1}|t_k) \\ & \times M^T(t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)) \\ & \times [M(t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)) P(t_{k+1}|t_k) \\ & \times M^T(t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)) + R t_{k+1}]^{-1} \end{aligned} \quad (A-5)$$

\$\hat{X}(t\_k|t\_k)\$: \$Y t\_k\$ が得られた時の \$t\_k\$ 時間における推定状態ベクトル (最適推定値)

\$P(t\_k|t\_k)\$: \$\hat{X}(t\_k|t\_k)\$ と真値 \$X t\_k\$ との差の共分散行列

\$\hat{X}(t\_{k+1}|t\_k)\$: \$Y t\_k\$ が得られた時の \$t\_{k+1}\$ 時間における推定状態ベクトル

\$P(t\_{k+1}|t\_k)\$: \$\hat{X}(t\_{k+1}|t\_k)\$ と真値 \$X t\_{k+1}\$ との差の共分散行列

\$K(t\_{k+1}; \hat{X}(t\_{k+1}|t\_k))\$: \$t\_{k+1}\$ 時間でのフィルタゲイン行列

\$Y t\_k = \{y t\_1, \dots, y t\_k\}\$, \$I\$: 単位行列  
このアルゴリズムは、式(A-1)、(A-2)の予測アルゴリズムと式(A-3)-(A-5)のフィルタリングアルゴリズムより構成される。

$$\begin{aligned} M(t_k; \hat{X}(t_k|t_{k-1})) &= \left[ \frac{\partial h_i(X t_k, t_k)}{\partial x_j} \right] \\ & X t_k = \hat{X}(t_k|t_{k-1}) \end{aligned} \quad (A-6)$$

$$\begin{aligned} \phi[t_{k+1}, t_k; \hat{X}(t_k|t_k)] &= I + \Delta F[t_k; \hat{X}(t_k|t_k)] \end{aligned} \quad (A-7)$$

$$\begin{aligned} F[t_k; \hat{X}(t_k|t_k)] &= \left[ \frac{\partial f_i(X t, t)}{\partial x_j} \right] \\ & X t = \hat{X}(t_k|t_k) \end{aligned} \quad (A-8)$$

\$\Delta\$: 時間刻み  
\$h\_i(X t\_k, t\_k)\$: \$h(X t\_k, t\_k)\$ の要素  
\$f\_i(X t, t)\$: \$f(X t, t)\$ の要素  
\$x\_j\$: \$X t\$ または \$X t\_k\$ の要素

初期状態ベクトル \$X(t\_0|t\_0)\$ と初期の推定誤差共分散行列 \$P(t\_0|t\_0)\$ が得られれば、観測ベクトル \$Y t\_k\$ を順次取り込み漸次的に最適状態ベクトルを求めることができる。

### 参 考 文 献

- 1) 清野純史・土岐憲三・佐藤忠信: カルマンフィルタによる多点異入力系の入力地震動の同定, 土木学会第41回年次学術講演会概要集, 1-401, pp. 801-802, 1986.
- 2) 土岐憲三・佐藤忠信・清野純史・市原和彦: カルマンフィルタを用いた断層破壊過程の同定, 京都大学防災研究所報, 第29号, 1986.
- 3) Ott, N. and Meder, H.G.: The Kalman Filter as a Prediction Error Filter, Geophysical Prospecting 20, pp. 549-560, 1970.
- 4) 土岐憲三・佐藤忠信・清野純史・竹内廣高: カルマンフィルタを用いた多入力系の入力地震動の推定, 京都大学防災研究所報, 第32号, 1989.
- 5) 清野純史・土岐憲三・佐藤忠信: 応答波形を用いた構造物動特性の同定と入力波形の推定, 第19回地震工学研究発表会, pp. 149-152, 1987.
- 6) K. Toki, T. Sato and J. Kiyono: Identification of Structural Parameters and Input Ground Motion

- from Response Time Histories, Journal of Struct. Eng./Earthq. Engng, pp. 197-210, 1989.
- 7) D. Wang and A. Halder: A System Identification Technique with Information, Proc. of The ICOSSAR, 1993.
- 8) 丸山 収・星谷 勝: 構造系に対する入力地震動の同定, 第19回地震工学研究発表会, pp. 145-148, 1987.
- 9) Jazwinski, A. H.: Stochastic process and filtering theory, Academic Press, pp. 266-286, 1970.
- 10) Hoshiya, M. and Sutoh, A.: Extended Kalman Filter - Finite Element in Identification, Jour. of Engng. Mech., ASCE, 119(2), pp. 197-210, 1993.
- 11) 星谷 勝・板橋勝一郎・伊藤俊祐・須藤敦史: 拡張カルマンフィルタを用いた泥炭性軟弱地盤の圧密沈下予測, 土木学会論文集, No. 455/1-21, pp. 105-114, 1992.
- 12) W. G-W. Yeh, Review of Parameter Identification Procedures in Groundwater Hydrology: The Inverse Problem, Water Resources Research, 22(2): pp. 95-108, 1986.
- 13) 須藤敦史・星谷 勝: 拡張カルマンフィルタの基本的考察とEK-WLI法の提案, 土木学会論文集, No. 437/1-17, pp. 699-702, 1991.
- 14) Hoshiya, M. and Saito, E.: Structural identification by extended Kalman filter. Journal of Engng. Mech., ASCE, 112(12), pp. 1757-1770, 1984.
- 15) Hoshiya, M. and Sutoh, A.: Extended Kalman filter - Weighted local iteration method for dynamic structural. Proc. Tenth World Conference of earthquake Engineering, pp. 3715-3720, 1992.
- 16) Hoshiya, M. and Sutoh, A.: Extended Kalman filter - Finite element for dynamic Problems. Proc. The Fourth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering & Construction, pp. 69-74, 1993.

(1994年 9月14日受付)