

Pseudo-Spectral法による不整形地盤の地震応答解析（P-SV波問題）

東北工業大学 学生会員 ○佐藤 勉  
 正会員 神山 眞

1 はじめに

1995年の兵庫県南部地震により、不整形地盤による地震被害が再び注目され、不整形地盤に対する地震時挙動の調査、研究が盛んに行われている。その際、不整形地盤の影響を表す大きさとして、加速度、速度などのベクトル量、また応力、ひずみなどのテンソル量がある。特に、テンソル量は、不整形地盤付近での地震被害を解明する際の、重要な手がかりを提供するものと考えられる。このことから、加速度などのベクトル量とともに応力などのテンソル量を同時に求められる解析法が望まれる。しかし、これまで不整形地盤の解析法として用いられてきたFEM、BEM、FDMなどは、ベクトル量、テンソル量を同時に求められる解析法として必ずしも適していない。そこで本研究では、ベクトル量、テンソル量を同時に求められる解析法としてPseudo-Spectral法を取り上げ、P-SV波（面内振動）問題を対象に、不整形地盤の加速度応答、地盤内応力応答の結果を報告する。

2 擬似スペクトル法

Pseudo-Spectral法は、空間領域の運動方程式の微分を波数領域（スペクトル化）に変換して処理する方法である。波数領域では、運動方程式の弾性定数の取扱いが簡単となるため、座標の離散化を大きくすることが可能となる。また波数領域への変換は、FFTを利用することで効率的に行うことができる。

ここでは、図1の座標系を参照して、P-SV波（面内振動）問題を考える。いま、P-SV波を対象とした運動方程式は次のようになる。

$$\rho \ddot{U}_x = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} + \rho f_x \quad (1)$$

$$\rho \ddot{U}_z = \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \rho f_z \quad (2)$$

ここに、 $U_x, U_z$ は変位の $x, z$ 成分、 $\sigma_{xx}, \sigma_{xz}, \sigma_{zx}, \sigma_{zz}$ はそれぞれ応力の $xx, xz, zx, zz$ 成分、 $f_x, f_z$ は単位体積当たりの物体力の $x, z$ 成分、 $\ddot{U}_x, \ddot{U}_z$ は $U_x, U_z$ の時間に関する2階微分（加速度）、 $\rho$ は密度、 $x, z$ は座標。このとき、擬似スペクトル法は次のステップで時間応答を求めるものである。

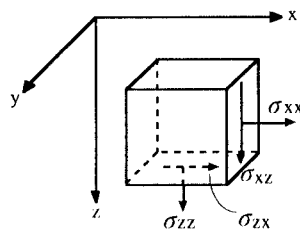


図1 座標系

・式(1), (2)の座標に関する微分をフーリエ変換して、波数領域の方程式を求める。さらに、これをフーリエ逆変換して、任意の時間 $t = n\Delta t$ の加速度 $\ddot{U}_x(n\Delta t), \ddot{U}_z(n\Delta t)$ を求める。ここに、 $\Delta t$ は時間ステップ。

・式(1), (2)の時間微分を差分で近似して、次式で時間ステップを前進させた時刻での速度 $\dot{U}_x[(n+1/2)\Delta t], \dot{U}_z[(n+1/2)\Delta t]$ 、変位 $U_x[(n+1)\Delta t], U_z[(n+1)\Delta t]$ を求める。

$$\dot{U}_x[(n+1/2)\Delta t] = \dot{U}_x[(n-1/2)\Delta t] + \ddot{U}_x(n\Delta t)\Delta t$$

$$\dot{U}_z[(n+1/2)\Delta t] = \dot{U}_z[(n-1/2)\Delta t] + \ddot{U}_z(n\Delta t)\Delta t$$

$$U_x[(n+1)\Delta t] = U_x(\Delta t) + \dot{U}_x[(n+1/2)\Delta t]\Delta t$$

$$U_z[(n+1)\Delta t] = U_z(\Delta t) + \dot{U}_z[(n+1/2)\Delta t]\Delta t$$

・変位 $U_x[(n+1)\Delta t], U_z[(n+1)\Delta t]$ に対して、フーリエ変換、フーリエ逆変換を適用して、ひずみ $e_{xx}, e_{xz}, e_{zx}, e_{zz}$ を求める。

・ひずみ $e_{xx}, e_{xz}, e_{zx}, e_{zz}$ から次式で応力 $\sigma_{xx}, \sigma_{xz}, \sigma_{zx}, \sigma_{zz}$ を求める。

$$\sigma_{xx} = \lambda(\partial U_x / \partial x + \partial U_z / \partial z) + 2\mu e_{xx} \quad \sigma_{xz} = 2\mu e_{xz}$$

$$\sigma_{zx} = 2\mu e_{zx} \quad \sigma_{zz} = \lambda(\partial U_x / \partial x + \partial U_z / \partial z) + 2\mu e_{zz}$$

ここに、 $\lambda$ はLameの定数、 $\mu$ はせん断弾性係数。

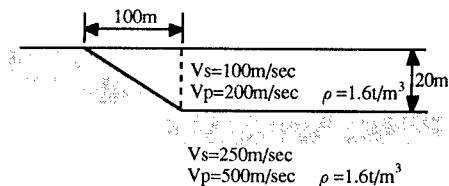


図2 解析対象の不整形地盤

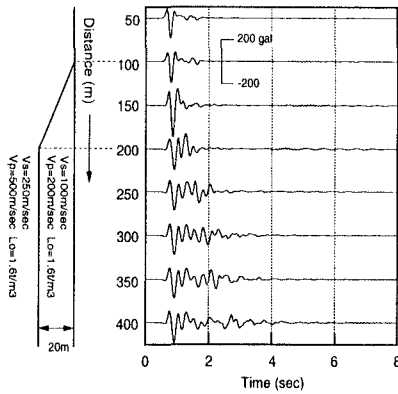


図3 水平動の加速度応答波形

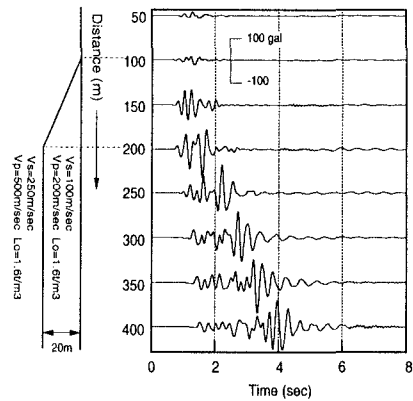


図4 鉛直動の加速度応答波形

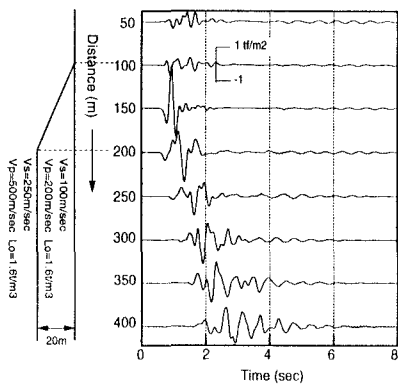


図5 応力 $\sigma_{xx}$ の応答波形

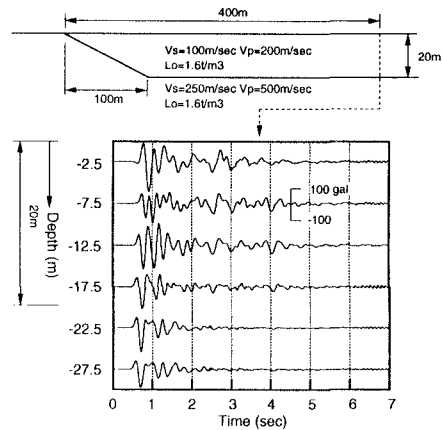


図6 地中の水平加速度応答

### 3 解析結果および考察

本研究では、様々な不整形をもつ2次元の地盤構造を考え地震応答解析を行った。その中からここでは、図2のような簡単な不整形地盤の地震応答解析結果を示す。地震動の入射波は、卓越周期0.3秒、最大振幅100galのSV波タイプのRicker waveを基盤から鉛直に入射させた。そしてこの時の応答計算を、水平方向128個、鉛直方向64個のグリッド点、グリッド点の座標の離散化を5m、時間間隔0.001秒でPseudo-Spectral法により行った。

図3と図4は、地表の代表的な地点における水平動、鉛直動の加速度応答を示したものである。鉛直方向から入射した入射波が、表層地盤で重複反射していることと、傾斜基盤から二次的に発生した波動が水平方向に伝播している様子がわかる。特に、この不整形地盤と入射波条件の例では、SV波の鉛直入射により、入射波は鉛直成分を持たないにもかかわらず、不整形性の存在から地表では鉛直加速度がかなり大きくなる。図5は、応力成分 $\sigma_{xx}$ の地表面における時間歴応答である。図5より、傾斜基盤から二次的に発生した波動は、水平加速度応答ではそれほど大きい振幅を見せなかったが、応力 $\sigma_{xx}$ の応答になるとかなりの振幅をみせる。また、図6は、傾斜基盤から300m離れた地点の地表から深さ27.5mまでの代表的な深さの加速度応答を示したものである。二次的に発生した波動は、表面層のみで大きく振幅し、地中での位相が同じになっている。以上のことから、地盤から二次的に発生した波動は、表面波(レイリー波)であることがわかる。