

断面形状の異なる橋脚の非線形地震応答特性に関する検討

萩 洪涛¹・我那覇忠男²・須田隆文³

¹工修 有限会社ホープ設計 技術部 (〒902-0064 沖縄県那覇市寄宮 3-3-5)

²有限会社ホープ設計 技術部 (〒902-0064 沖縄県那覇市寄宮 3-3-5)

³日本電子計算(株) 科学技術事業部 (〒135 東京都江東区東陽 2-4-24)

1. はじめに

橋梁の橋脚柱断面形状は、景観性、経済性および震度法・地震時保有水平耐力法(以下、保耐法と呼ぶ)の耐力から決定するのが一般的である。しかし、橋脚が高くなると次第に高次の振動モードの影響が大きくなり、保耐法の適用性が限定され、橋脚高さが30m程度になると動的解析により照査するのが望ましいと規定されている¹⁾。柱の断面形状が変化すると、橋脚の曲げ剛性が変わることから橋脚の振動特性や非線形地震応答特性等も変わってくる。従って、耐震性能の優れた橋脚を設計するためには、柱の断面形状の影響を明らかにすることが実務上必要である。

本論文では、柱断面形状に着目し、これを変化させた場合に橋脚の橋軸方向・橋軸直角方向の非線形地震応答特性がどのように変化するかを解析的に検討した。

2. 解析モデルおよび入力地震動

(1) 解析対象橋脚

山間部に計画された2径間連結ポストテンション方式T桁橋を上部工とする張出式橋脚を解析対象とした。上部構造、橋脚、基礎杭および地盤条件を図-1に示す。支承にはゴム支承を採用し、A1橋台を固定支持、P1橋脚とA2橋台を橋軸方向の可動支持条件とした。検討する柱の断面形状は、橋軸直角方向幅aと橋軸方向幅bとの比 $a/b=2.5, 2.0, 1.5, 1.0$ の4ケースである。地盤条件としては、地表面下28.6mの粘板岩を支持層とし、その上に風化粘板岩、シルト質砂礫、凝灰岩および粘土層から構成され、平成8年度道路橋示方書(以下、「道示」と呼ぶ)に規定されるⅡ種地盤である。さらに、「道示」に

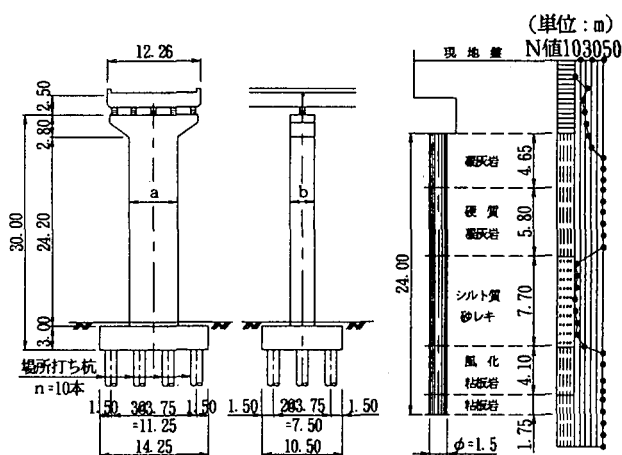


図-1 解析対象橋脚の一般図

基づき設計した各ケースの橋脚柱断面寸法・配筋状況・振動特性・耐力等を表-1に示す。橋脚の設計に際し、コンクリートの設計基準強度を 27N/mm^2 、鉄筋の材質はSD345、降伏点強度を 350N/mm^2 として計算を行った。なお、柱断面形状の変化に伴う慣性力により、杭基礎の設計に多少の影響はあるが、本論文においてその影響を杭配筋で調整することにし、杭の配置・本数等の統一を図った。以上の条件を基に、橋脚のコストは、フーチングと杭基礎部分を除いた柱・梁部分とし、算定した各ケースの概算工事費をあわせて表-1に示した。

(2) 解析モデル

1) 上部構造のモデル化

図-1に示した橋梁構造系を動的解析により検討するために、それを図-2に示すようにモデル化した。上部構造の剛性が橋脚に比べて遙かに大きいため1質点で表すこととし、質点の質量を橋軸方向には橋脚天端、橋軸直角方向には上部構造の重心位置

表-1 震度法・保耐法による橋脚の計算結果

ケース	1		2		3		4		
断面形状 (a×b mm)	7000×2800		6400×3200		5400×3600		4100×4100		
検討方向	橋軸方向	直角方向	橋軸方向	直角方向	橋軸方向	直角方向	橋軸方向	直角方向	
軸方向鉄筋	D38-55本 2.0 段	D38-7本 1.0 段	D35-51本 2.0 段	D35-21本 1.0 段	D38-43本 1.5 段	D38-25本 2.0 段	D41-29本 1.5 段	D41-33本 2.0 段	
引張主鉄筋比 Pt (%)	0.73	0.70	0.61	0.59	0.71	0.69	0.88	0.88	
帯鉄筋	D19-8本 @150	D19-6本 @150	D19-8本 @150	D19-6本 @150	D19-8本 @150	D19-7本 @150	D19-7本 @150	D19-8本 @150	
帯鉄筋比 Ps (%)	0.76	1.02	0.76	0.76	0.76	1.02	0.83	1.22	
保耐法の固有周期 T (秒)	1.47	1.08	1.39	1.14	1.28	1.22	1.16	1.47	
降伏水平耐力 P_y (KN)	タイプⅠ	5242	11412	5457	9709	6523	8990	7742	7113
	タイプⅡ	5243	11446	5457	9732	6527	8999	7754	7117
せん断耐力 P_s (KN)	タイプⅠ	16116	26981	17632	24911	19385	24333	19106	21373
	タイプⅡ	17458	28010	18858	25949	20576	25391	20184	22451
許容塑性率 μ	タイプⅠ	1.77	1.56	1.76	1.58	1.53	1.62	1.43	1.50
	タイプⅡ	3.72	3.25	3.71	3.14	2.91	3.47	2.62	3.08
残留変位 δR (mm)	タイプⅠ	60.1	0.0	49.8	60.1	14.1	14.9	0.0	61.4
	タイプⅡ	247.2	94.5	249.2	154.0	190.5	200.0	125.4	246.5
概算工事費 (千円)	34,160 (1.084)		31,520 (1.000)		35,110 (1.114)		36,870 (1.170)		

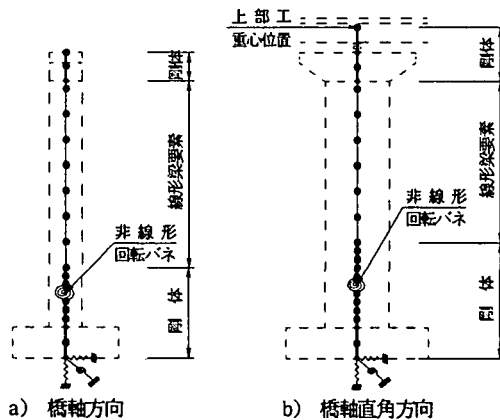


図-2 動的解析用モデル図

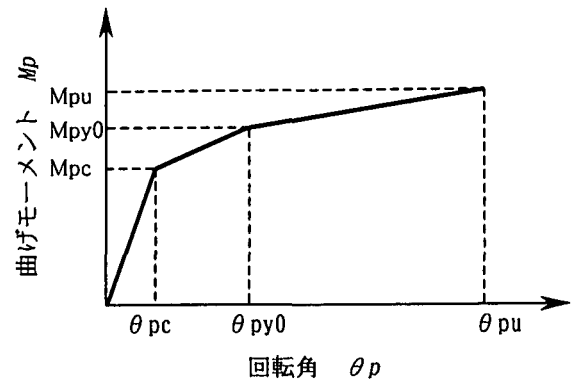


図-3 曲げモーメント M_p ~ 回転角 θ_p 関係

に作用させた。なお、橋軸直角方向においては、支承の配置や変位の制限装置などを考慮し、慣性力作用位置と橋脚の間に剛な仮想部材を用いてモデル化した。

2) 橋脚のモデル化

橋脚基部から式(1)によって与えられる塑性ヒンジ長 L_p の範囲は、非線形回転バネとしてモデル化した。それ以外の柱区間は線形梁要素とした。非線形回転バネ要素の曲げモーメント M_p ~ 回転角 θ_p 関係は、コンクリートのひび割れ、鉄筋の降伏を考慮したトリリニア型のスケルトンカーブ(図-3)とし、剛性低下型トリリニアモデル(武田型)²⁾を用いた。表-2に、各ケースにおける M_p ~ θ_p 計算結果の詳細を示す。なお、これらの計算や記号の定義などは文献3)を参考されたい。また、橋脚躯体のうち、張出し梁とフーチング部材は剛体としてモデル化した。

$$L_p = 0.2h - 0.1D \quad (0.1 \leq L_p \leq 0.5D) \quad (1)$$

ここに、 L_p : 塑性ヒンジ長 (m)、(表-2 参照)

D : 解析方向における柱断面幅 (m)

h : 橋脚基部から上部構造慣性力の作用位置までの距離 (m)

3) 杭および地盤のモデル化

「道示」に規定される震度法・保耐法により杭基礎の耐震設計を行った。設計に用いたコンクリートの設計基準強度を 24N/mm^2 とし、鉄筋の材質や強度は橋脚本体と同じものを採用した。計算結果は、各ケースの杭配置・本数・杭径が共通となり、主鉄筋は D25-32 本、帯筋はケース 1 の D22 を除いて、すべては D19 の鉄筋を採用した。ケース 1 の場合では、橋脚直角方向の寸法 ($a=7.0\text{m}$) が大きいため、杭のせん断耐力も大きく要求されたと考えられる。以上の結果を踏まえ、本論文では、杭と地盤の影響

表-2 非線形回転バネ要素の曲げモーメント M_p - 回転角 θ_p 関係

状態	モーメント 回転角	地震動 タイプ	橋軸方向				橋軸直角方向			
			ケース1	ケース2	ケース3	ケース4	ケース1	ケース2	ケース3	ケース4
塑性ヒンジ長 L_p (m)			1.4	1.6	1.8	2.1	3.5	3.0	2.7	2.1
ひび割れ時 モーメント (MN·m)	Mpc	I	34.92	40.10	43.11	44.44	76.86	73.96	62.64	44.59
		II								
ひび割れ時 回転角 (rad×10 ⁻⁴)	θ_{pc}	I	1.1729	1.1710	1.1755	1.1972	1.1364	1.0757	1.1615	1.2009
		II								
初降伏曲げ モーメント (MN·m)	Mpy0	I	126.15	126.68	140.74	159.25	212.56	194.60	191.62	158.93
		II								
初降伏時 回転角 (rad×10 ⁻⁴)	θ_{py0}	I	12.8730	12.4392	12.4959	12.7324	11.7692	10.8992	12.1277	12.9358
		II								
終局曲げ モーメント (MN·m)	Mpu	I	141.54	147.35	176.12	209.03	336.65	286.41	265.20	209.82
		II	141.55	147.35	176.24	209.35	337.67	287.10	265.47	209.94
終局時 回転角 (rad×10 ⁻⁴)	θ_{pu}	I	215.151	184.537	130.076	106.677	99.855	94.449	123.303	132.661
		II	369.498	319.149	223.362	185.670	183.147	161.022	227.969	257.545

表-3 固有値解析結果一覧表

計算 ケース	振動 モード	橋軸方向				橋軸直角方向			
		振動数 (Hz)	固有周期 (sec)	累積有効 質量比(%)	ひずみエネルギー 比例減衰	振動数 (Hz)	固有周期 (sec)	累積有効 質量比(%)	ひずみエネルギー 比例減衰
1	1	0.96546	1.036	51	0.10901	1.25043	0.800	61	0.15337
	2	6.21681	0.161	76	0.11698	6.50819	0.154	61	0.19076
	3	7.05618	0.142	76	0.19198	9.95114	0.100	86	0.10741
2	1	1.03197	0.969	53	0.12078	1.21234	0.825	61	0.14937
	2	6.67964	0.150	78	0.11284	6.43550	0.155	61	0.19072
	3	6.97245	0.143	78	0.19227	9.39779	0.106	86	0.10737
3	1	1.07777	0.928	54	0.12768	1.12350	0.890	60	0.13421
	2	7.01185	0.143	54	0.19189	6.45160	0.155	60	0.18969
	3	7.15975	0.140	79	0.11090	8.50212	0.118	84	0.11156
4	1	1.11851	0.894	54	0.13206	0.96454	1.037	57	0.10941
	2	7.14850	0.140	54	0.19079	6.53830	0.153	57	0.18780
	3	7.76046	0.129	79	0.11082	7.36211	0.136	80	0.11990

を水平、鉛直及び回転バネに置き換えてモデル化した。これらのバネ値を式(2)から求めることにした。

$$\begin{aligned}
 K_y &= nKl \\
 K_z &= nKvp \\
 K_{\theta x} &= nK4 + Kvp \sum_{i=1}^n xi^2
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

ここに、 n : 杭の総本数、 xi : i 番目の杭の計算方向における座標 (m)、 Kl 、 Kvp 、 $K4$: 「道示」に準じて求めたバネ定数。

4) 減衰の設定

梁・フーチング部材は剛体とし、柱の塑性ヒンジ領域以外の区間は線形梁部材としたため、減衰定数は同じく 0.05 を与えた。また、基礎地盤は II 種地盤であるため、地盤バネの減衰定数を 0.20 とした。表-3 に、各ケースに対する固有値解析の計算結果を示す。表-3 から分かるように、各ケースの 1 次

振動モードに対する累積有効質量比は 50-60% 程度しかないため、1 次振動モードが卓越しているとは言えない。従って、橋脚の動的解析においては、主要な振動モード (表-3 の中の色塗り部分) に着目できるように全体 Rayleigh 減衰を用いた³⁾。

(3) 解析手法

入力地震動としては、「道路橋の耐震設計に関する資料」⁴⁾ に掲載された II 種地盤用の標準波形を用いることとし、タイプ I の地震動に対して I-II-1 を、タイプ II の地震動に対して II-II-1 を作用させた。図-4 に地域別補正係数 ($C_z=0.7$)¹⁾ を考慮した入力地震動を参考までに示してある。

動的解析に際し、橋脚の非線形性を直接非線形履歴モデルに取り込んだ時刻歴応答解析法を用い、積分法は Newmark- β 法 ($\beta=0.25$) とし、時間間隔は 0.002 秒とした。残留変位を計算するために、地震動が終了した後継続して 10 秒間の自由振動解析を

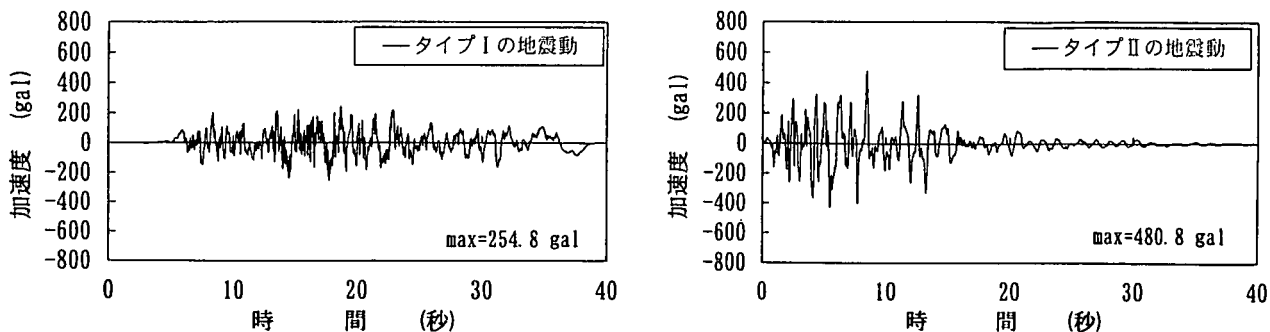


図-4 動的解析に用いた入力地震動

表-4 動的解析による橋軸方向の最大応答値

地震動タイプ		タイプⅠ (Ⅰ-Ⅱ-1)				タイプⅡ (Ⅱ-Ⅱ-1)			
検討ケース		1	2	3	4	1	2	3	4
入力地震動の最大加速度	gal	254.8				480.8			
最大応答加速度	a_{max} gal	477.3	467.5	442.6	413.7	761.0	819.2	800.0	769.0
最大応答変位	δ_{max} mm	146.1	125.9	110.1	92.9	270.6	250.1	218.8	200.2
残留変位 [*]	δ_R mm	0.84	1.04	0.28	0.17	20.40	26.7	5.66	4.48
最大回転角	θ_{max} rad	0.00118	0.00113	0.00094	0.00072	0.00533	0.00533	0.00407	0.00323
最大曲げモーメント	M_{max} MN·m	123.1	123.0	119.9	111.1	163.3	162.6	180.2	196.6
最大せん断力	S_{max} KN	6220.4	6015.6	5787.5	5350.8	8361.5	8253.6	8751.40	9637.6

表-5 動的解析結果による橋軸方向の安全性の照査

地震動タイプ		タイプⅠ (Ⅰ-Ⅱ-1)				タイプⅡ (Ⅱ-Ⅱ-1)			
検討ケース		1	2	3	4	1	2	3	4
最大回転角	θ_{max} rad	0.00118	0.00113	0.00094	0.00072	0.00533	0.00533	0.00407	0.00323
許容回転角	θ_{pa} rad	0.00803	0.00698	0.00517	0.0044	0.02506	0.02169	0.01531	0.0128
判定		OK	OK	OK	OK	OK	OK	OK	OK
最大せん断力	S_{max} KN	6220	6016	5788	5351	8362	8254	8751	9638
せん断耐力	P_s KN	16116	17632	19385	19106	17458	18858	20576	20184
判定		OK	OK	OK	OK	OK	OK	OK	OK

行い、合計継続時間 T=50 秒を計算させた。

3. 橋脚の非線形地震応答特性

(1) 橋軸方向の非線形地震応答特性

図-4に示された入力地震動に対して、非線形動的解析により得られた解析結果を表-4に示す。上部工の慣性力作用位置(橋脚天端)に生じた最大応答加速度は、いずれのケースにおいても入力地震動を上まわっている。これは、主に支承の減衰効果を考慮していないことと橋脚の履歴減衰によって吸収された地震エネルギーが小さいためである。表-4に示された最大応答変位および残留変位は、橋脚天端位置のものであり、タイプⅡの地震動に対して、ケース1の応答変位 270.6mm とケース2の残留変位 26.7mm がそれぞれ最大となった。また、最大回転角は、塑性ヒンジ領域の中央に用いた非線形回転バネの応答値を示し、タイプⅡの地震動の場合、

ケース1とケース2の最大値 0.00533rad は同じであった。さらに、最大曲げモーメントと最大せん断力は共に柱付根に生じた応答値であり、タイプⅡの地震動に対してどちらもケース4の場合に最大値となった。

表-5は、動的解析結果による最大回転角と最大せん断力に関する照査結果を示すものである。動的解析により得られた応答値は、各ケースともに許容値以内で、安全性を有していることがわかった。

図-5、6は、橋脚天端に生じた各ケースの応答変位を示す。地震タイプごとの各ケースの応答変位はほぼ同じような傾向があり、入力地震動と比較して長周期化していることが分かる。図-7は、非線形回転バネの曲げモーメント M_p ~ 回転角 θ_p の履歴応答を示す。タイプⅠの地震動に対しては、各ケースもとに塑性化していないことが確認され、タイプⅡの地震動に対しては、各ケースもとに塑性化していることが確認された。

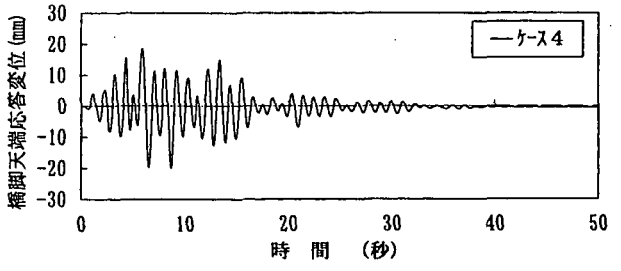
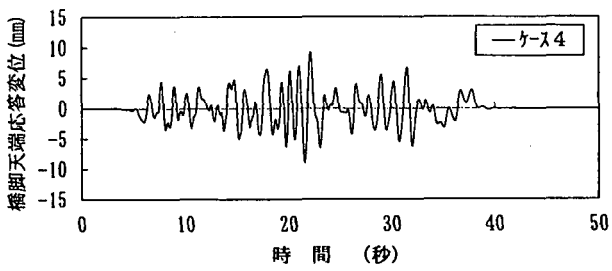
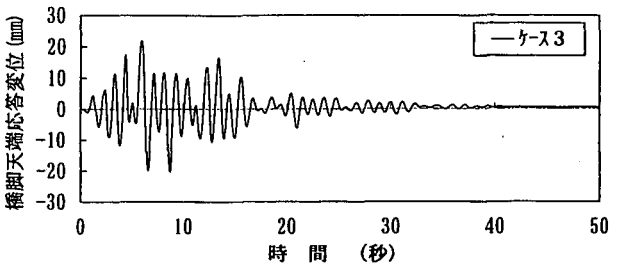
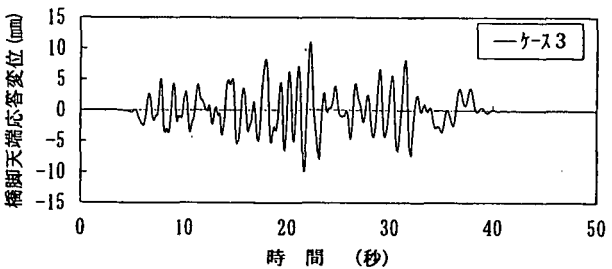
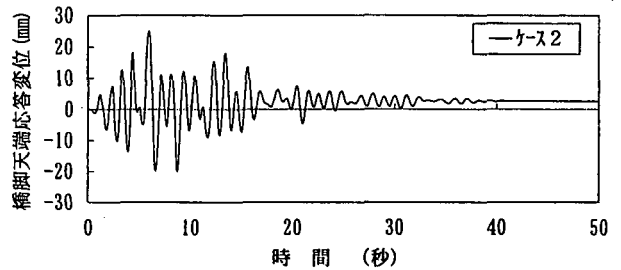
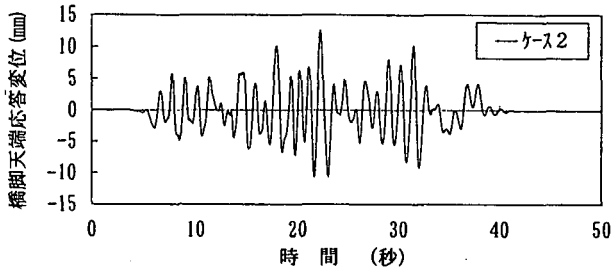
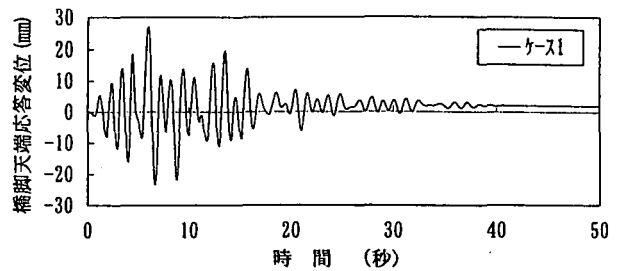
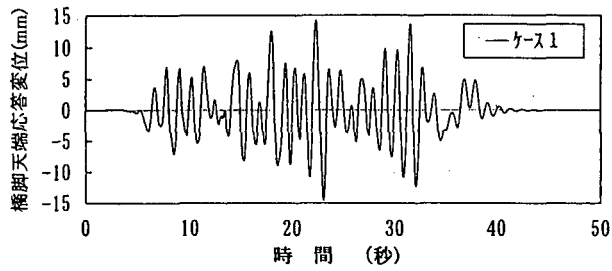
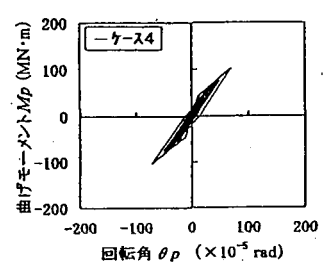
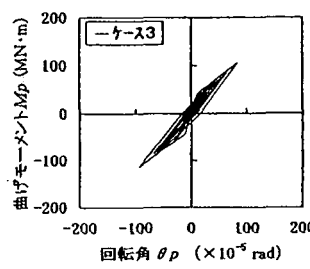
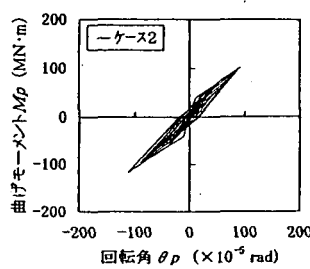
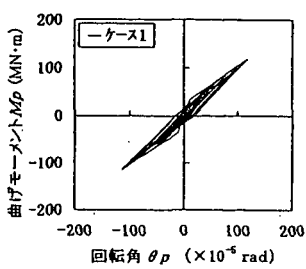
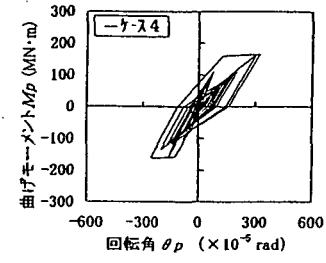
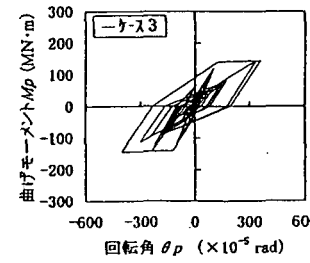
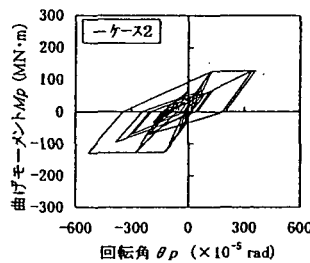
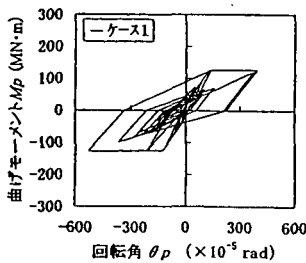


図-5 橋脚天端応答変位 (タイプ I)

図-6 橋脚天端応答変位 (タイプ II)



(a) タイプ I の地震入力



(b) タイプ II の地震入力

図-7 橋軸方向における非線形回転バネの曲げモーメント M_p ~ 回転角 θ_p 履歴

表-6 動的解析による橋軸直角方向の最大応答値

地震動タイプ			タイプⅠ (Ⅰ-Ⅱ-1)				タイプⅡ (Ⅱ-Ⅱ-1)			
検討ケース			1	2	3	4	1	2	3	4
入力地震動の最大加速度		gal	254.8				480.8			
最大応答加速度	a_{max}	gal	392.6	378.5	382.5	448.3	662.7	635.2	664.5	564.2
最大応答変位	δ_{max}	mm	58.3	61.2	83.5	131.7	145.8	160.8	185.9	250.0
残留変位	δ_R	mm	0.17	0.34	0.16	3.73	4.76	5.68	7.25	31.47
最大回転角	θ_{max}	rad	0.00055	0.00057	0.00087	0.00170	0.00268	0.00335	0.00404	0.00610
最大曲げモーメント	M_{max}	MN・m	144.2	142.9	162.2	177.1	267.3	254.6	243.1	211.7
最大せん断力	S_{max}	KN	6366.5	6796.0	6748.4	7427.7	12320.0	11647.0	10637.0	9202.8

表-7 動的解析結果による橋軸直角方向の安全性の照査

地震動タイプ			タイプⅠ (Ⅰ-Ⅱ-1)				タイプⅡ (Ⅱ-Ⅱ-1)			
検討ケース			1	2	3	4	1	2	3	4
最大回転角	θ_{max}	rad	0.00055	0.00057	0.00087	0.00170	0.00268	0.00335	0.00404	0.00610
許容回転角	θ_{pa}	rad	0.00411	0.00387	0.00492	0.00528	0.0126	0.0111	0.0156	0.0176
判定			OK	OK	OK	OK	OK	OK	OK	OK
最大せん断力	S_{max}	KN	6367	6796	6748	7428	12320	11647	10637	9203
せん断耐力	P_s	KN	26981	24911	24333	21373	28010	25949	25391	22451
判定			OK	OK	OK	OK	OK	OK	OK	OK

(2) 橋軸直角方向の非線形地震応答特性

表-6は、橋軸直角方向の動的解析により得られた結果を示す。上部工の慣性力作用位置に生じた最大応答加速度は、橋軸方向と同じように各ケースともに入力地震動を上まわっている。表-6に示す最大応答変位および残留変位については、橋軸方向のものと比較するため、同じように橋脚天端位置にある応答値を出力した。表-6から、タイプⅡの地震動に対して、ケース4の応答変位、残留変位および塑性ヒンジ部に生じる応答回転角が最大となり、それぞれ250.0、31.47mmおよび0.0061radであった。また、最大曲げモーメントおよび最大せん断力については、タイプⅡの地震動時に生じたケース1のものが最大で、それぞれ267.3MN・mと12320KNであった。

表-7は、橋軸直角方向の動的解析結果による最大回転角と最大せん断力の照査結果を示すものである。橋軸直角方向においても橋軸方向とほぼ同じような傾向があり、応答値は許容値以内で安全性を有していることが確認された。

図-8、9は、橋脚天端に生じた各ケースの応答変位を示す。橋軸方向と比べると、ほぼ同じような結果が得られた。図-10は、非線形回転パネの曲げモーメント M_p ～回転角 θ_p の履歴応答を示す。タイプⅠの地震動に対しては、ケース4を除いて、塑性化していないことと、タイプⅡの地震動に対しては、各ケースもとに塑性化していることが確認された。

(3) 橋脚天端の応答水平変位

図-11は、各ケースに関する橋脚天端の応答水平変位および「道示」に従って求めた降伏変位を示す。橋軸・直角の両方向において、タイプⅠの地震動に対する応答水平変位は降伏変位の1/2程度しかないため、その時の橋脚の挙動がまだ弾性域であることと推測される。一方、タイプⅡの地震入力に対しては、応答水平変位が降伏変位の1.1～1.3倍程度であり、橋脚の終局変位まではまだ相当の余裕があると考えられる。しかし、図-11から、柱断面形状の細長いケース1と正方形のケース4は、どちらか一方の応答変位が大きくなりやさいため、比較的には望ましくないケースである。更に、表-1に示された柱の配筋状況や図-11に示された概算工事費を総合的に考慮し、各案の中でケース2は最も有利である。

(4) 履歴吸収エネルギー

橋脚基礎部は地震によって生じる損傷の発見が困難で、かつ修復にも大規模とならざるを得ないことから、保耐法による耐震設計法では、橋脚基部に曲げ破壊に伴う塑性ヒンジを形成させることを基本としている¹⁾。塑性ヒンジを形成することにより、地震時のエネルギーを橋脚基部に吸収させ、基礎部の損傷を避けることができる。このような吸収エネルギーを履歴吸収エネルギーと定義し、理論的には式(3)で求める⁵⁾。履歴吸収エネルギーは、非線形回転パネの M_p ～ θ_p 履歴曲線で囲む面積によって評

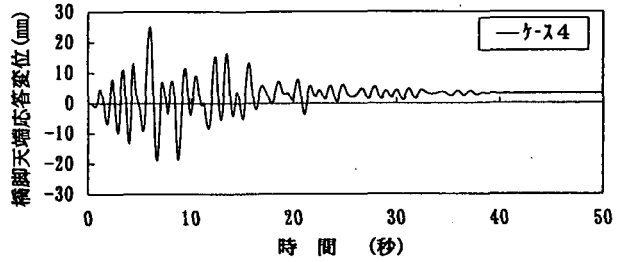
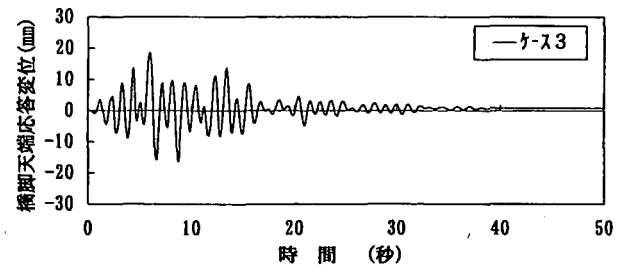
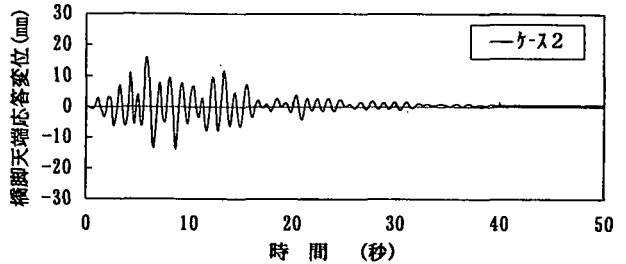
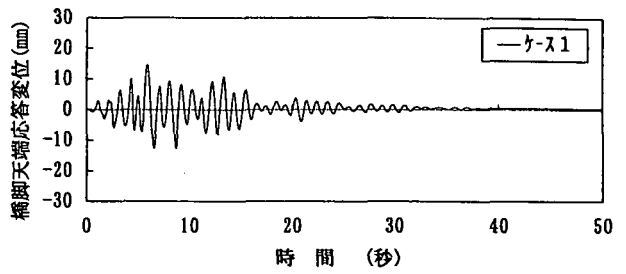
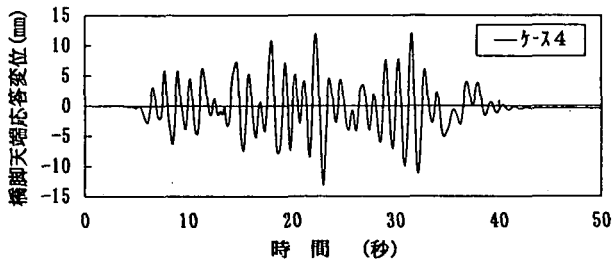
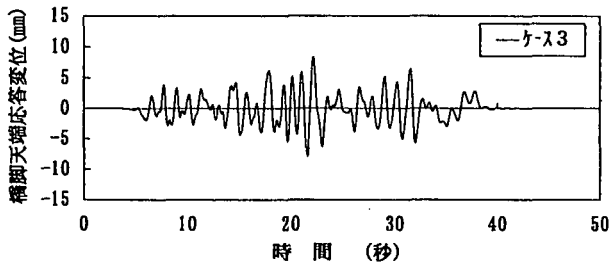
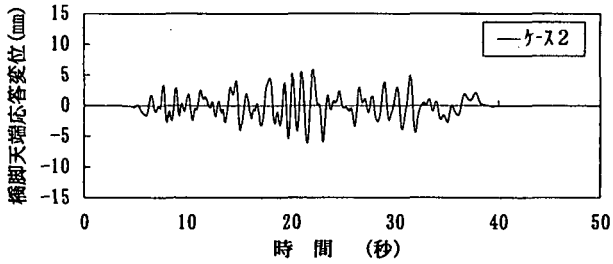
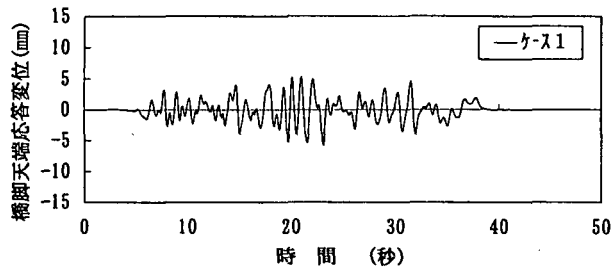
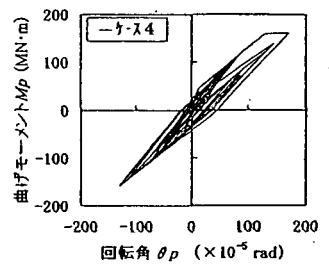
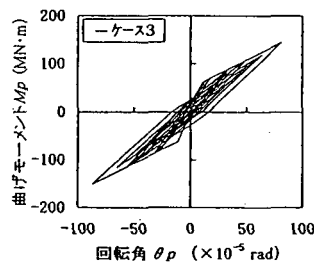
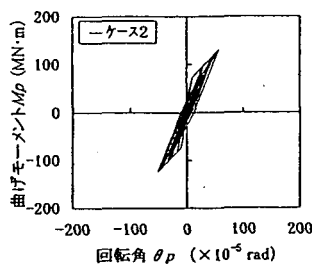
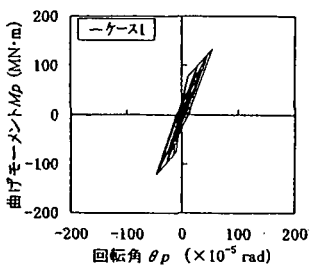
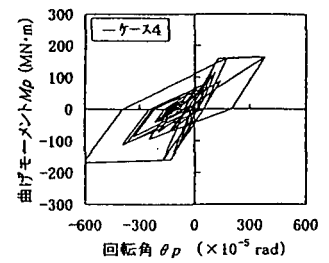
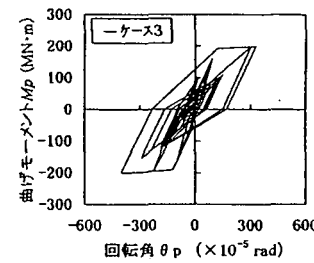
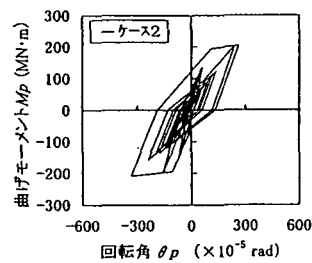
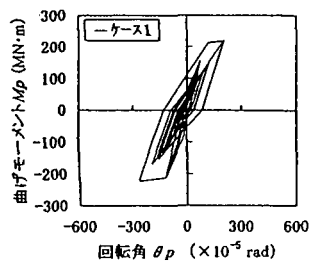


図-8 橋脚天端応答変位 (タイプ I)

図-9 橋脚天端応答変位 (タイプ II)



(a) タイプ I の地震入力



(b) タイプ II の地震入力

図-10 橋軸直角方向における非線形回転バネの曲げモーメント M_p ~ 回転角 θ_p 履歴

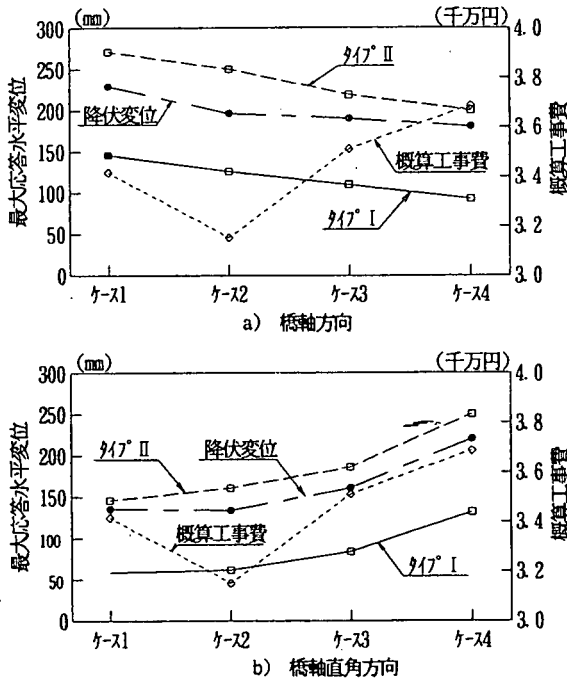


図-11 橋脚天端の応答水平変位の比較

価し、これは大きくすればするほど橋脚の耐震性が優れていることを意味する。本検討においては、時刻歴応答解析法で得られた $M_p \sim \theta_p$ 関係を利用して、履歴吸収エネルギー E_p を式(4)のように近似的に求めることにした。

$$E_p = \int M d\theta \quad (3)$$

$$E_p \cong \sum (\bar{M}) \cdot (\delta\theta) \quad (4)$$

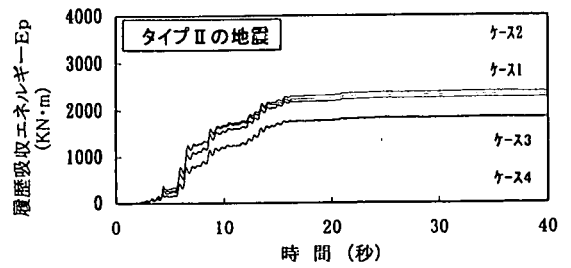
ここに、 E_p ：橋脚塑性ヒンジ領域の履歴吸収エネルギー、 \bar{M} ：積分法での前後時刻における非線形回転パネの応答曲げモーメントの平均値、 $\delta\theta$ ：積分法での前後時刻における非線形回転パネの回転角の変化量。

タイプIIの地震動に対して、式(4)で計算した各ケースの履歴吸収エネルギー E_p の計算結果を図-12に示す。橋軸方向においては、ケース2の履歴吸収エネルギー E_p が最も大きいのに対し、ケース4の方が最も小さい結果であった。一方、橋軸直角方向においては、ケース4とケース1はそれぞれ最大値と最小値となった。

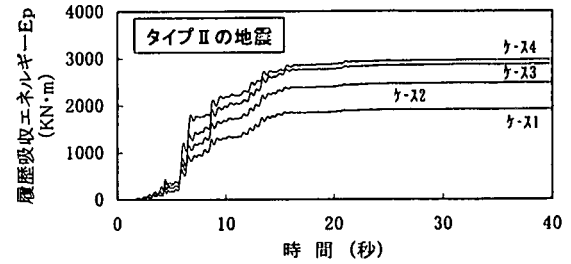
4. まとめ

本文は、地域区分がCの地域と耐震設計上の地盤種別がII種である条件のもとで、高さ $H=30m$ のコンクリート橋脚を対象として非線形動的解析を行った。その結果、次のような知見が得られた。

(1) 各ケースの1次振動モードに対する累積有効



a) 橋軸方向



b) 橋軸直角方向

図-12 非線形回転パネの履歴吸収エネルギー

質量比は50-60%程度であり、1次振動モードが卓越していないことを判明した。これは橋脚が高くなると橋脚自身の慣性力の影響が無視できなくなると理解できる。

(2) 動的解析結果に基づく照査結果から、検討されたすべてのケースにおいても橋脚の耐震性を有していることが分かった。

(3) 橋脚天端の応答変位と橋脚塑性ヒンジ領域の履歴吸収エネルギーを用いて、各ケースについて橋脚の地震時応答特性を検討した。その結果、ケース2 ($a/b=2.0$) は最も優れていることを確かめた。

以上、橋脚の地震時応答特性について検討を行ったが、上部工のタイプ・地盤種別および地震波形などは計算結果に影響があると考えられる。これは今後の検討課題である。

5. 参考文献

- (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説、IV下部構造編、V耐震設計編、平成8年12月
- T. Takeda, M.A. Sozen, N.N. Nielsen : 'Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes' Proc. ASCE Vol.96, NO ST-12, Dec. 1970
- (社)日本道路協会：道路橋の耐震設計に関する資料：-PCラーメン橋・RCアーチ橋等の耐震設計計算例-、平成10年1月
- (社)日本道路協会：道路橋の耐震設計に関する資料、平成9年3月
- 矢部正明、川島一彦：橋脚と杭の降伏耐力比が杭基礎の塑性損傷に及ぼす影響、土木学会論文集、No.626、pp.51-68、1999.7