

剛性マトリックスに基づく地震動の波形合成法と震源断層近傍地震動の渦現象

Stiffness Matrices Based Simulation of Ground Motion and
Vortex of Seismic Wave Field Near A Fault原田 隆典¹・山下 肇²

Takanori HARADA and Hajime YAMASHITA

¹正会員 工博 宮崎大学教授 工学部土木環境工学科 (〒889-2192 宮崎市学園木花台西1-1)²正会員 工修 石川島播磨重工業株式会社 (〒100-8182 東京都千代田区大手町2-2)

The earthquake ground motions are efficiently simulated using a discrete three fold Fourier transform of the analytical forms of seismic wave field in frequency wavenumber domain. They are derived by a stiffness matrices based formulation of the physical processes of propagation of seismic waves, which are radiated from a kinematic rupturing fault model. It is found from a numerical example that the seismic wave field on free field ground surface near a strike slip fault is like a vortex of sea water.

KeyWords :stiffness matrix, seismic ground motion, kinematic source model, seismic waves, vortex

1. まえがき

地表の地震動は、震源断層で発生した地震波が地層を伝播し、地表まで到達した結果として現われる地盤の揺れである。したがって、構造物の耐震設計や都市の地震防災対策で必要とされる強震動波形やその特性を評価する際には、このような震源断層破壊によって生じた地震波の伝播過程を考慮した数理モデルの開発が必要となる。

数理モデルに基づく地震動波形の合成法に関する研究は、主に地震学分野で発展してきた。この広範な研究現状は、他の論文¹⁾に詳しく述べられているが、ここでは、運動学的断層モデルによる水平成層地盤の応答計算法という最も基礎的な数理モデルにおける本論文の位置づけを述べる。

地震学分野で発展してきた地震動の波形合成法は、伝達マトリックスに基づく方法として分類することができる^{2),3)}。しかし、この方法では、伝達マトリックスの安定的数値計算のために種々の複雑なアルゴリズムの開発が必要とされる。現状では幾つかの成功した方法が報告されている³⁾が、それらは複雑なアルゴリズムとなっている。一方、原田ら(1999)³⁾は、Kauselら(1981)⁴⁾が提案した伝達マトリックスの別表現としての剛性マトリックスの方法を使って、運動学的断層モデルによる水平成層地盤の応答計算法を提案している。剛性マトリックス法と伝達マト

リックス法は互いに補足的関係にあるが、剛性マトリックス法では、伝達マトリックスの数値計算における不安定性問題に悩まされることなく、剛性マトリックスの安定的な数値計算ができるという特長がある。しかし、これまで震源断層から生じる地震波の伝播計算に適用された研究例は論文³⁾以外には見当たらないようである。原田ら(1999)³⁾の論文では、半無限地盤中に震源断層が存在し、その上に水平成層地盤が横たわる場合に対する定式化と具体的計算式が述べられているが、本論文では、剛性マトリックスによる解析法を一般化し、水平成層地盤内に震源断層が存在する場合も扱うことができる剛性マトリックス法の定式化を示す。

ところで、震源断層近傍の地震動は、震源断層の破壊伝播や表層地盤内での地震波伝播が複雑に影響し合うため、空間的にも時間的にもかなり複雑であることがわかっている^{3),5)}。そこで、本論文では、横ずれ断層近傍の地表面における速度波形の時空間分布図を計算してみた。その結果、渦を巻きながら地震波が伝播していることがわかったので、この数値計算例についても述べるものとする。

2. 断層を含む水平成層地盤における波動場の定式化

本章では、記号を単純化するため、図-1に示す

z_0	1st layer		$W^{(1)}, F^{(1)}, P(z_1, z_0)$
z_1	2nd layer	Source	$W^{(2)}, F^{(2)}, P(z_2, z_1)$
z_2	3rd layer		$W^{(3)}, F^{(3)}, P(z_3, z_2)$
z_3	4th layer	Half Space	$W^{(4)}, F^{(4)}$

図-1 震源断層を含む3層の水平成層地盤とその記号

ような震源断層を含む3層から成る水平成層地盤を対象として、先ず、従来の伝達マトリックスを使った定式化を整理し、次に、この基礎式を剛性マトリックスによる表現式に書き換えて、剛性マトリックスによる水平成層地盤の定式化を導くものとする。しかし、この定式化は一般的な多層から成る水平成層地盤に対しても適用できる。

(1) 伝達マトリックスによる定式化

伝達マトリックス $P(z_i, z_j)$ を用いると、各層における変位-応力ベクトル $B(z_i)$ の間には、次式のような関係が成立する^{2),6),7)}。

$$B(z_1) = P(z_1, z_0)B(z_0) \quad (1a)$$

$$B(z_2) - B_s(z_2) = P(z_2, z_1)[B(z_1) - B_s(z_1)] \quad (1b)$$

$$B(z_3) = P(z_3, z_2)B(z_2) \quad (1c)$$

そして、変位-応力ベクトルは各層内における下降波 u_{out} と上昇波 u_{in} を用いて次式のように表現することができる^{2),6),7)}。

$$B(z) = FW \quad (2a)$$

$$W = (u_{out} \ u_{in})^T \quad (2b)$$

上式(1)と(2)が、震源断層を含む水平成層地盤の基礎式にあたる。これらの式における伝達マトリックス $P(z_i, z_j)$ 、深さ z_i における層の変位-応力ベクトル $B(z_i)$ や、変換マトリックス F 、上昇波と下降波ベクトル W 、さらに、無限地盤内の震源断層において、そこから放射される地震波によって決まる z_i 地点の変位-応力ベクトル $B_s(z_i)$ の具体的定義式や導出過程については、紙面の制約上から省略するが、詳しくは他の文献^{2),6),7)}に述べられている。以下では、上式(1)と(2)に境界条件を導入して地表面変位を求めるための基礎式を導く。

先ず、第1番目の境界条件としては、第4層の半無限地盤では下降波のみで、上昇波は存在しないという条件である。この条件より、深さ z_3 での変位-応力ベクトルは、半無限地盤における $F^{(4)}$ 、 $W^{(4)}$ を

使って、次式のように表現されることになる。

$$B(z_3) = F^{(4)}W^{(4)} \quad (3a)$$

$$W^{(4)} = (u_{out}^{(4)} \ 0)^T \quad (3b)$$

ここに、 F 、 W 等の上添字(4)は第4層に対する値であることを示す。

式(1)と式(3)から次式が導かれる。

$$W^{(4)} = (F^{(4)})^{-1}[P(z_3, z_2)B_s(z_2) - P(z_3, z_1)B_s(z_1) + P(z_2, z_0)B(z_0)] \quad (4a)$$

この式は、変位と応力成分に分けて、次式のようにも書き換えられる。

$$\begin{pmatrix} u_{out}^{(4)} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_s(z_2) \\ \tau_s(z_2) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_s(z_1) \\ \tau_s(z_1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(z_0) \\ \tau(z_0) \end{pmatrix} \quad (4b)$$

第2番目の境界条件として、地表面 z_0 で応力が零($\tau(z_0) = 0$)を考慮すると、上式から地表面変位が次式のように求められる。

$$u(z_0) = (S_{21})^{-1}[Q_{21}u_s(z_1) + Q_{22}\tau_s(z_1) - R_{21}u_s(z_2) - R_{22}\tau_s(z_2)] \quad (5)$$

上式が、伝達マトリックスによる地表面変位を求めるための基礎式である。

(2) 剛性マトリックスによる定式化

ここでは、前節で示した伝達マトリックスによる基礎式を剛性マトリックスによる表現式に書き換える。

式(1a)は、第1層の上面と下面における変位-応力ベクトルの関係を示しているが、これを変位と応力成分に分けて表示すると、次式のようなになる。

$$\begin{pmatrix} u^{(1)}(z_1) \\ \tau^{(1)}(z_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{11}^{(1)} & P_{12}^{(1)} \\ P_{21}^{(1)} & P_{22}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{(1)}(z_0) \\ \tau^{(1)}(z_0) \end{pmatrix} \quad (6)$$

上式では、変位と応力ベクトル並びに伝達マトリックスが第1層のものであることを明示するために、これらのベクトル記号に上添字(1)を付けて表現している。また、伝達マトリックスにおいては、上面から下面への伝達関数を示す引数(z_1, z_0)を省略している。

ここで、式(6)は剛性マトリックス K_{ij} を使って次式のように書き換えることができる。

$$\begin{pmatrix} -\tau^{(1)}(z_0) \\ \tau^{(1)}(z_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11}^{(1)} & K_{12}^{(1)} \\ K_{21}^{(1)} & K_{22}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{(1)}(z_0) \\ u^{(1)}(z_1) \end{pmatrix} \quad (7a)$$

ここに、剛性マトリックスと伝達マトリックスの関係は次式のように与えられる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{P}_{12}^{(1)})^{-1} \mathbf{P}_{11}^{(1)} & -(\mathbf{P}_{12}^{(1)})^{-1} \\ \mathbf{P}_{21}^{(1)} - \mathbf{P}_{22}^{(1)} (\mathbf{P}_{12}^{(1)})^{-1} \mathbf{P}_{11}^{(1)} & \mathbf{P}_{22}^{(1)} (\mathbf{P}_{12}^{(1)})^{-1} \end{pmatrix} \quad (7b)$$

同じように、第2層に関する伝達マトリックスを使った式(1b)も剛性マトリックスを用いて次式のように書き換えられる。

$$\begin{pmatrix} -\boldsymbol{\tau}^{(2)}(z_1) \\ \boldsymbol{\tau}^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(2)} & \mathbf{K}_{12}^{(2)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(2)} & \mathbf{K}_{22}^{(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(2)}(z_1) \\ \mathbf{u}^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{q}_s^{(2)}(z_1) \\ \mathbf{q}_s^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} \quad (8a)$$

ここに、

$$\begin{pmatrix} \mathbf{q}_s^{(2)}(z_1) \\ \mathbf{q}_s^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(2)} & \mathbf{K}_{12}^{(2)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(2)} & \mathbf{K}_{22}^{(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_s^{(2)}(z_1) \\ \mathbf{u}_s^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\boldsymbol{\tau}_s^{(2)}(z_1) \\ \boldsymbol{\tau}_s^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} \quad (8b)$$

ここに、下添字 s の付いている変位と応力ベクトルは無限地盤における震源断層から放射される地震波によるものを示している。

また、同様に第3層に対しても式(1c)を書き換えると次式が得られる。

$$\begin{pmatrix} -\boldsymbol{\tau}^{(3)}(z_2) \\ \boldsymbol{\tau}^{(3)}(z_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(3)} & \mathbf{K}_{12}^{(3)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(3)} & \mathbf{K}_{22}^{(3)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(3)}(z_2) \\ \mathbf{u}^{(3)}(z_3) \end{pmatrix} \quad (9)$$

さらに、第4層の半無限地盤では、式(2)は次式のように変位と応力成分に分けて表現できる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(4)}(z_3) \\ \boldsymbol{\tau}^{(4)}(z_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{11}^{(4)} & \mathbf{F}_{12}^{(4)} \\ \mathbf{F}_{21}^{(4)} & \mathbf{F}_{22}^{(4)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{out}^{(4)} \\ \mathbf{u}_{in}^{(4)} = \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (10)$$

この式を解いて、第4層(半無限地盤)上面の応力ベクトル $(-\boldsymbol{\tau}^{(4)}(z_3))$ と変位ベクトル $(\mathbf{u}^{(4)}(z_3))$ の関係を次式のように導くことができる。

$$-\boldsymbol{\tau}^{(4)}(z_3) = \mathbf{K}_{Half} \mathbf{u}^{(4)}(z_3) \quad (11a)$$

ここに、半無限地盤の剛性マトリックス \mathbf{K}_{Half} は次式のように定義される。

$$\mathbf{K}_{Half} = -\mathbf{F}_{21}^{(4)} (\mathbf{F}_{11}^{(4)})^{-1} \quad (11b)$$

以上の基礎式に対して、次式のような各層間の境界条件を考慮する。深さ z_n に作用する振動数-波数領

域における外力(応力)ベクトルを $\mathbf{q}(z_n)$ とすると、 z_n における応力の釣り合い条件から次式が成立する。

$$\mathbf{q}(z_n) = \boldsymbol{\tau}^{(n)}(z_n) - \boldsymbol{\tau}^{(n+1)}(z_n) \quad (12a)$$

また、 z_n における変位を $\mathbf{u}(z_n)$ と表すと、変位は連続であるため次式が成立する。

$$\mathbf{u}(z_n) = \mathbf{u}^{(n)}(z_n) = \mathbf{u}^{(n+1)}(z_n) \quad (12b)$$

上式で表される各層間の境界条件を考慮し、第1層から第4層に対する剛性マトリックス表示の剛性方程式(式(7a)、(8a)、(9)、(11a))を足し合わせると、次式が導かれる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{q}(z_0) \\ \mathbf{q}(z_1) + \mathbf{q}_s(z_1) \\ \mathbf{q}(z_2) + \mathbf{q}_s(z_2) \\ \mathbf{q}(z_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} + \mathbf{K}_{11}^{(2)} & \mathbf{K}_{12}^{(2)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{21}^{(2)} & \mathbf{K}_{22}^{(2)} + \mathbf{K}_{11}^{(3)} & \mathbf{K}_{12}^{(3)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{21}^{(3)} & \mathbf{K}_{22}^{(3)} + \mathbf{K}_{Half} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{u}(z_0) \\ \mathbf{u}(z_1) \\ \mathbf{u}(z_2) \\ \mathbf{u}(z_3) \end{pmatrix} \quad (13)$$

上式で、各層に外力(応力)が作用せず、地震波のみによる自由地盤の応答の場合には、上式で $\mathbf{q}(z_n) = \mathbf{0}$ とおいた次式から地震波のみの自由地盤の応答が求められる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{q}_s(z_1) \\ \mathbf{q}_s(z_2) \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} + \mathbf{K}_{11}^{(2)} & \mathbf{K}_{12}^{(2)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{21}^{(2)} & \mathbf{K}_{22}^{(2)} + \mathbf{K}_{11}^{(3)} & \mathbf{K}_{12}^{(3)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{21}^{(3)} & \mathbf{K}_{22}^{(3)} + \mathbf{K}_{Half} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{u}(z_0) \\ \mathbf{u}(z_1) \\ \mathbf{u}(z_2) \\ \mathbf{u}(z_3) \end{pmatrix} \quad (14)$$

上式で与えられる剛性方程式を解いて、地表面変位 $\mathbf{u}(z_0)$ が求められる。以上の剛性マトリックスによる水平成層地盤の解析をまとめると、以下のような手順となる。

まず、各層の剛性マトリックスを直接重ね合わせの原理に基づいて重ね合わせて、全体地盤系の剛性マトリックスを作成する(式(14)の右辺第1因子)。次に、震源断層を含む層の上面と下面に、震源の影響を表す外力(応力)ベクトル $\mathbf{q}_s(z_1)$ 、 $\mathbf{q}_s(z_2)$ を作用

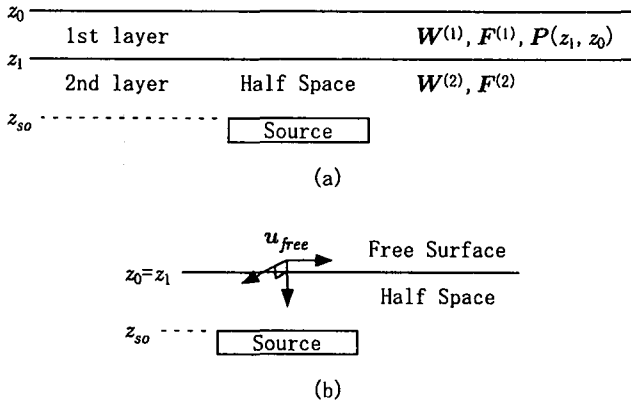


図-2 半無限地盤に震源を含む水平成層地盤とその記号

させて式(14)の左辺の外力ベクトルを作成する。

3. 断層を含む半無限地盤上の水平成層地盤における波動場の定式化

本章では、図-2に示すような震源断層が半無限地盤中にある地盤モデルの解析を行う。この地盤モデルは前章の第2層地盤が半無限地盤であるモデルに対応する。

(1) 伝達マトリックスによる定式化

伝達マトリックスを用いると、第1層の上端と下端の変位-応力ベクトルの間には、次式が成立する。

$$B(z_1) = P(z_1, z_0)B(z_0) \quad (15)$$

また、半無限地盤上端 z_1 と震源より下方の任意の深さ $z > z_{so}$ の間においては、前章で述べたように震源による波動場を差し引いた波動場に対して伝達マトリックスが適用できるので、次式が成立する。

$$B(z) - B_s(z) = P(z, z_1)[B(z_1) - B_s(z_1)] \quad (16a)$$

また、変位-応力ベクトルは各層内での上昇波と下降波を用いて表すこともできるので、このことを半無限地盤に適用すると、上式の左辺は次式のようにも表現できる。

$$B(z) - B_s(z) = F^{(2)}(z)(W^{(2)} - W_s^{(2)}) \quad (16b)$$

ここに、

$$W^{(2)} - W_s^{(2)} = \begin{pmatrix} u_{out}^{(2)} - u_s^{(2)} & u_{in}^{(2)} - u_s^{(2)} \end{pmatrix}^T \quad (16c)$$

上添字(2)は第2層(半無限地盤)に対応する値であることを示し、下添字 s は震源断層から放射される波動場であることを示す。

ここで、伝達マトリックス $P(z, z_{so})$ と係数マトリッ

クス $F^{(2)}(z), F^{(2)}(z_{so})$ の間には、次式の関係が成立していることを使う⁷⁾。

$$P(z, z_{so}) = F^{(2)}(z)(F^{(2)}(z_{so}))^{-1} \quad (17)$$

したがって、次式が導かれる。

$$P(z, z_1) = P(z, z_{so})P(z_{so}, z_1) = F^{(2)}(z)(F^{(2)}(z_{so}))^{-1}P(z_{so}, z_1) \quad (18)$$

上式を式(16)に代入し、さらに式(15)を考慮すると、最終的に次式が得られる。

$$W^{(2)} - W_s^{(2)} = \left(F^{(2)}(z_{so})\right)^{-1} P(z_{so}, z_1) \times [P(z_1, z_0)B(z_0) - B_s(z_1)] \quad (19a)$$

この式は、変位と応力成分に分けて、次式のようにも書き換えることができる。

$$\begin{pmatrix} u_{out}^{(2)} - u_s^{(2)} \\ u_{in}^{(2)} - u_s^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(z_0) \\ \tau(z_0) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_s(z_1) \\ \tau_s(z_1) \end{pmatrix} \quad (19b)$$

ここに、

$$R = \left(F^{(2)}(z_{so})\right)^{-1} P(z_{so}, z_1) P(z_1, z_0) \quad (19c)$$

$$Q = \left(F^{(2)}(z_{so})\right)^{-1} P(z_{so}, z_1) \quad (19d)$$

上式において、地表面で応力が零 ($\tau(z_0) = 0$) と、震源より下方では入射波(上昇波)は存在しない ($u_{in}^{(2)} - u_s^{(2)} = 0$) という2つの境界条件を考慮すると、上式から地表面変位が次式のように求められる。

$$u(z_0) = R_{21}^{-1} [Q_{21}u_s(z_1) + Q_{22}\tau_s(z_1)] \quad (20)$$

半無限地盤上にある水平成層地盤が存在しない場合には、式(19)において $z_1 = z_0$ とすると、次式が成立する。

$$R = Q = \left(F^{(2)}(z_{so})\right)^{-1} P(z_{so}, z_0) \quad (21)$$

したがって、式(20)と式(21)より、震源断層を含む半無限地盤の地表面の変位 u_{free} は次式で与えられる。

$$u_{free}(z_0) = R_{21}^{-1} [R_{21}u_s(z_0) + R_{22}\tau_s(z_0)] \quad (22)$$

以上をまとめると次のようになる。地震断層から放射される地震波に対する水平成層地盤の応答は、式(20)から計算できる。また、半無限地盤の地表面変位は、式(22)により求められる。

(2) 剛性マトリックスによる定式化

第1層の上面と下面の変位-応力ベクトルの関係を表す式(15)を剛性マトリックスを用いて書き換えると、次式のようになる。

$$\begin{pmatrix} -\tau^{(1)}(z_0) \\ \tau^{(1)}(z_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(1)}(z_0) \\ \mathbf{u}^{(1)}(z_1) \end{pmatrix} \quad (23)$$

次に、震源を含む第2層(半無限地盤)に関する伝達マトリックス式(16b)を変位と応力成分に分けて表現すると、次式のようになる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(2)}(z_1) - \mathbf{u}_s^{(2)}(z_1) \\ \tau^{(2)}(z_1) - \tau_s^{(2)}(z_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{11}^{(2)} & \mathbf{F}_{12}^{(2)} \\ \mathbf{F}_{21}^{(2)} & \mathbf{F}_{22}^{(2)} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{out}^{(2)} - \mathbf{u}_s^{(2)}_{out} \\ \mathbf{u}_{in}^{(2)} - \mathbf{u}_s^{(2)}_{in} \end{pmatrix} \quad (24)$$

上式において、震源より下方では入射波(上昇波)は存在しない($\mathbf{u}_{in}^{(2)} - \mathbf{u}_s^{(2)}_{in} = \mathbf{0}$)という境界条件を考慮すると、上式から次式が得られる。

$$-\tau^{(2)}(z_1) = \mathbf{K}_{Half} \mathbf{u}^{(2)}(z_1) - \mathbf{q}_s^{(2)}(z_1) \quad (25a)$$

ここに、

$$\mathbf{q}_s^{(2)}(z_1) = \mathbf{K}_{Half} \mathbf{u}_s^{(2)}(z_1) + \tau_s^{(2)}(z_1) \quad (25b)$$

$$\mathbf{K}_{Half} = -\mathbf{F}_{21}^{(2)} \left(\mathbf{F}_{11}^{(2)} \right)^{-1} \quad (25c)$$

\mathbf{K}_{Half} は半無限地盤の剛性マトリックスを表す。

以上の基礎式に対して、次式のような各層間の境界条件を考慮する。すなわち、深さ z_0 と z_1 に作用する振動数-波数領域における外力(応力)ベクトルを $\mathbf{q}(z_0)$ 、 $\mathbf{q}(z_1)$ とすると、応力の釣り合い条件から次式が成立する。

$$\mathbf{q}(z_0) = -\tau^{(1)}(z_0) \quad (26a)$$

$$\mathbf{q}(z_1) = \tau^{(1)}(z_1) - \tau^{(2)}(z_1) \quad (26b)$$

また、変位の連続条件から次式が成立する。

$$\mathbf{u}(z_0) = \mathbf{u}^{(1)}(z_0) \quad (27a)$$

$$\mathbf{u}(z_1) = \mathbf{u}^{(1)}(z_1) = \mathbf{u}^{(2)}(z_1) \quad (27b)$$

上式で与えられる境界条件を考慮し、第1層と第2層(半無限地盤)の剛性マトリックス表示の剛性方程式(式(23)と式(25a))を足し合わせると、次式が導かれる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{q}(z_0) \\ \mathbf{q}(z_1) + \mathbf{q}_s(z_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} + \mathbf{K}_{Half} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{u}(z_0) \\ \mathbf{u}(z_1) \end{pmatrix} \quad (28)$$

上式で、各層に外力が作用せず、地震波のみによる自由地盤の応答の場合には、 $\mathbf{q}(z_0) = \mathbf{q}(z_1) = \mathbf{0}$ と似た次式から応答が計算される。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{q}_s(z_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} + \mathbf{K}_{Half} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}(z_0) \\ \mathbf{u}(z_1) \end{pmatrix} \quad (29)$$

ここで、式(25b)で与えられる $\mathbf{q}_s^{(2)}(z_1)$ の別表現として、断層を含む半無限地盤の地表面が露頭する場合(第1層の厚さが零)の地表面変位 \mathbf{u}_{free} を用いた記述を示す。このような半無限地盤モデルでは、式(24)における境界条件は次式のようになる。

$$\mathbf{u}^{(2)}(z_1) = \mathbf{u}_{free} \quad (30a)$$

$$\tau^{(2)}(z_1) = \mathbf{0} \quad (30b)$$

$$\mathbf{u}_{in}^{(2)} - \mathbf{u}_s^{(2)}_{in} = \mathbf{0} \quad (30c)$$

この境界条件を考慮すると、式(24)から次式が導かれる。

$$\mathbf{K}_{Half} \mathbf{u}_s^{(2)}(z_1) + \tau_s^{(2)}(z_1) = \mathbf{K}_{Half} \mathbf{u}_{free} \quad (31)$$

したがって、

$$\mathbf{q}_s^{(2)}(z_1) = \mathbf{K}_{Half} \mathbf{u}_s^{(2)}(z_1) + \tau_s^{(2)}(z_1) = \mathbf{K}_{Half} \mathbf{u}_{free} \quad (32)$$

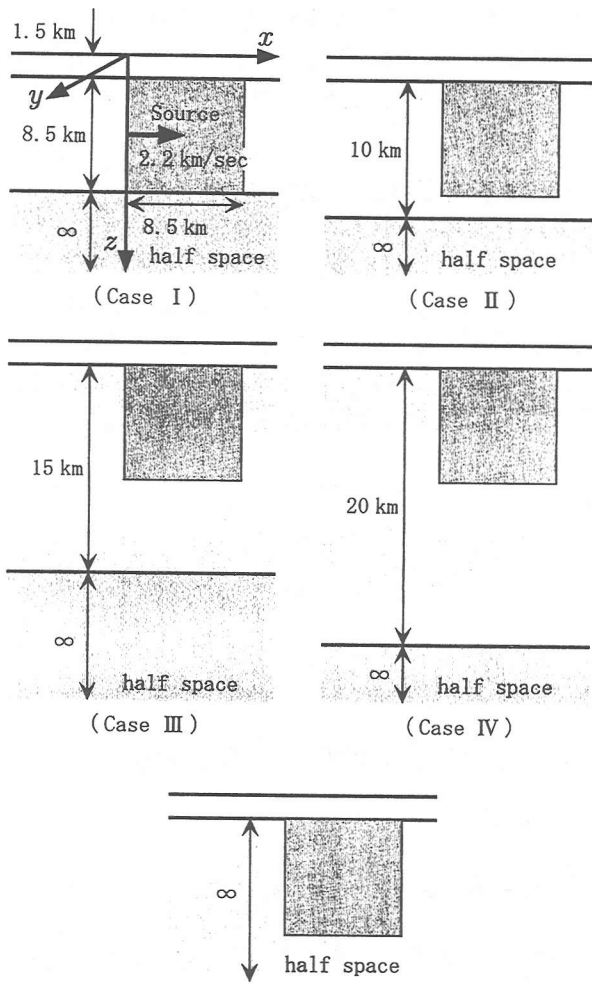
上式の表現を用いると、式(29)は、次式のようにも表される。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{Half} \mathbf{u}_{free} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} + \mathbf{K}_{Half} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{u}(z_0) \\ \mathbf{u}(z_1) \end{pmatrix} \quad (33)$$

この剛性方程式によると、各層の剛性マトリックス $\mathbf{K}_{ij}^{(n)}$ と半無限地盤の剛性マトリックス \mathbf{K}_{Half} および、震源断層を含む半無限地盤地表面が露頭する場合の変位 \mathbf{u}_{free} が与えられると、地盤の地震応答変位が求められることになる。この式は、論文³⁾で取り扱った計算式と同じものである。

4. 断層を含む水平成層地盤の数値計算例

本章では、図-3に示すような傾斜角90度の横ずれ断層が第2層中に存在するような震源断層-地盤モデルを対象として、震源断層近傍の地表面上の1地点($x = 7065\text{m}$, $y = 785\text{m}$)における変位波形を計算し、この変位波形が第2層の厚さが増すとどのように変化するかを観るものとする。特に、ここでは、剛性マトリックスによる本論文の定式化の暫定的な検証のために、第2層の厚さが増すと地表の変位波形が、すでに検証がなされている半無限地盤中



図一三 数値計算で用いた震源断層—地盤系モデル

の震源断層の場合³⁾(図一三の最下位の図)の変位波形に漸近してゆくことを確認することとした。表一1と表一2に、ここで用いた震源断層—地盤モデルの諸元を示す。なお、震源断層としては、運動学的断層モデルを用いており、断層のパラメータ等の詳細は論文³⁾または文献⁷⁾に述べられている。また、3重離散フーリエ変換を使って振動数—波数領域の波動場を時間—空間領域の波動場に変換するときの離散化パラメータの値を表一3に示す³⁾。

図一4に示す実線は、半無限地盤中の震源断層の場合の地表面上の1地点($x = 7065\text{m}, y = 785\text{m}$)における断層直交方向の変位波形(平均断層すべり量 D で規準化している)を表す。この図に点線で示した変位波形は、図一三に示したように震源断層を含む第2層の層厚が、8.5、10、15、20kmである4つの場合に対応するものである。この図からわかるように、第2層の層厚がだんだん厚くなると、点線で示した変位波形は実線で示している半無限地盤中の震源断層の場合の変位波形に近づいて、厚さが20kmの場合には実線と点線の区別がつかなくなり、両者

表一1 計算で用いた震源断層パラメータ

地震モーメント M_0	[N·m] ([dyne-cm])	2.230×10^{17} 2.230×10^{24}
立ち上がり時間 τ	[sec]	0.3
断層長さ L	[m]	8500
断層幅 W	[m]	8500
破壊伝播速度 v_r	[m/sec]	2200
断層上端深さ z_{s0}	[m]	0.0
走向角度 ϕ	[°]	0.0
傾斜角度 δ	[°]	90.0
食い違い角度 λ	[°]	0.0
破壊伝播タイプ		Type 1

表一2 計算で用いた地盤諸定数

	層厚 h [m]	P波 速度 [m/sec]	S波 速度 [m/sec]	密度 ρ [t/m ³]	減衰特性 Q値 Q
第1層	1500	2800	1600	2.3	150
第2層 (Case I)	8500				
第2層 (Case II)	10000				
第2層 (Case III)	15000	6000	3500	2.8	400
第2層 (Case IV)	20000				
第2層 (半無限)	-				
半無限	-	8000	4500	3.1	600

の波形はほぼ同じになる。このような層厚を変化させたときの変位波形の傾向は、本論文で述べた定式化と計算プログラムの完全な検証例としては不十分であるが、暫定的な検証例の1つであると判断することができよう。

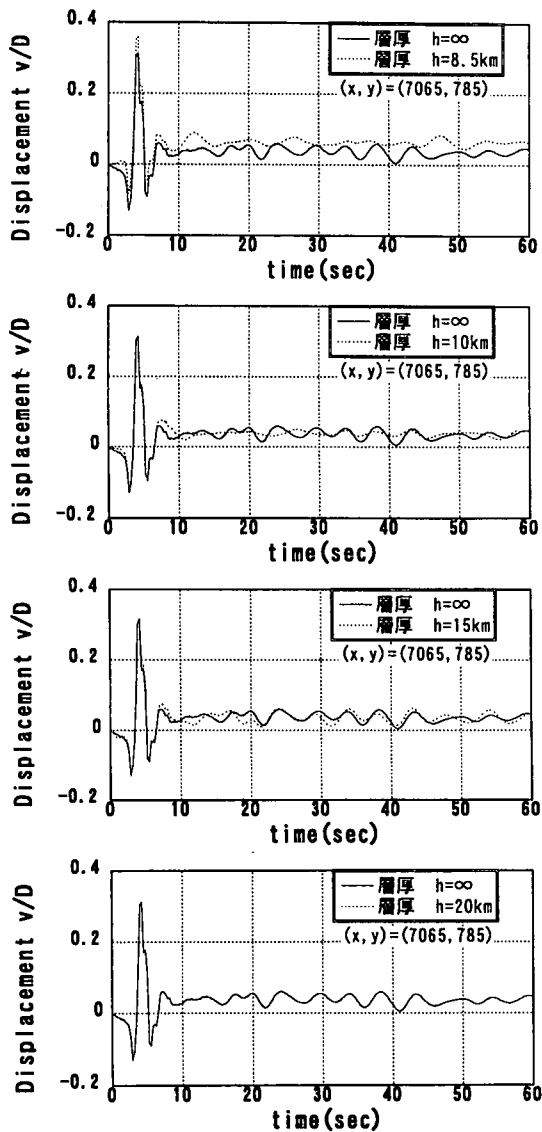
5. 横ずれ断層近傍地震動の時空間分布特性の数値計算例—地震動の渦現象—

本章では、前章の計算で用いた震源断層—地盤モデルにおいて半無限地盤中に震源断層が存在する場合(図一三の最下位に示したモデル)のモデルを用いて、震源断層近傍の地表面(15×15km)における水平速度波形の時間的一空間的变化を観るものとする。なお、震源断層パラメータ、地盤諸定数、離散化パラメータは、4章で用いたもの(表一1から表一3)と同じである。

図一5は、断層破壊開始時刻から約1秒毎の断層近傍地表面15×15kmにおける水平速度分布図を表

表一3 計算で用いた離散化パラメータ

打ち切り振動数 ω_{max} [rad/sec]	± 12.0
打ち切りx方向波数 κ_{xmax} [rad/m]	$\pm 4.0 \times 10^{-3}$
打ち切りy方向波数 κ_{ymax} [rad/m]	$\pm 4.0 \times 10^{-3}$
N_ω	512
N_κ	256
Δt [sec]	0.2617
Δx [m]	785.4
Δy [m]	785.4



図一4 地点 $(x = 7065, y = 785\text{m})$ における断層直交方向の規準化変位波形

す。図一5に示す6つの時刻毎の図において、左端中央から右方向に延びる黒帯は、震源断層の破壊領域の地表面への投影長さを表す。断層長さ8.5km、断層破壊速度2.2km/sより約3.9秒で破壊が終了する。また、各図の矢印の方向と長さは、地表面の各地点における断層の平均すべり量1m当たりの水平速度の向きと大きさを表す。

図一5によると、断層破壊先端付近の地表面に半時計回りの渦が現れ、この渦の後に接するよう同じく反時計回りの少し半径の大きい渦が断層破壊方向に伝播している。このような現象は断層破壊終了時刻(3.9秒)程度まで続く。それ以後、2つの渦のうち前方の渦の振幅は勢力を弱め、6.02秒にはこれまでは逆の時計回りの渦が現れている。後方の渦の方向は変わらず反時計回りのままである。

本計算では、785m間隔で地表面の速度波形を計算

したが、図一5に示すように、断層破壊先端付近の地表面において785mの間隔で逆方向に大きな速度振幅が現れるなど、2つの渦の重なり具合から地震動速度波形の複雑な空間分布特性が観られる。

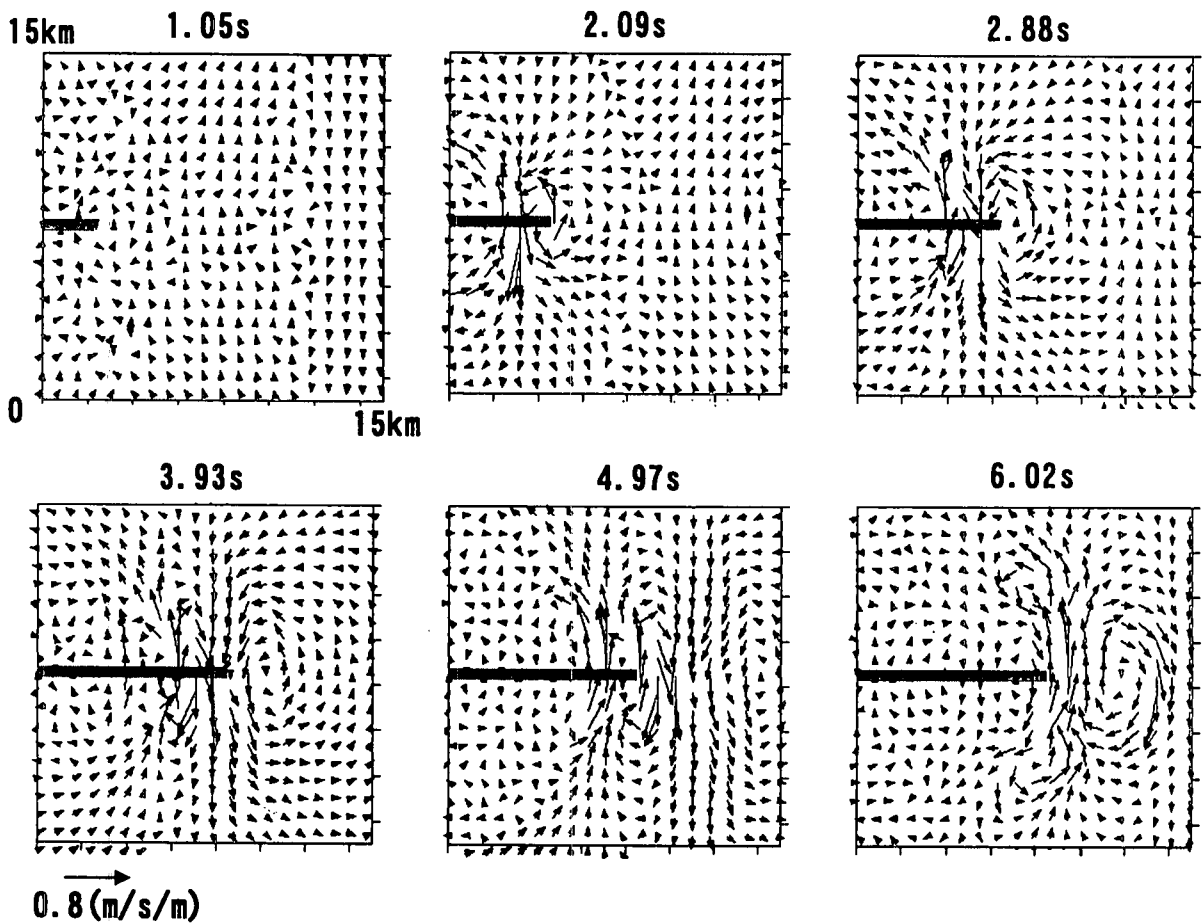
すでに前論文³⁾の数値計算例(本数値計算例と同じ震源—地盤モデル)で指摘されているが、震源断層近傍の地震動、特に速度や加速度波形は、複双力に基づいた運動学的断層モデルにおける断層破壊特性と表層地盤特性の相互作用によって大きく影響を受ける。さらにディレクティブティー効果も加わった結果として、震源断層近傍において地震動速度波形の渦現象が現れたと考えられる。しかし、震源断層特性と表層地盤特性の条件がどのようになったときに、地震動の時空間分布特性がどのようになるかを予測するまでには至っていない。しかし、このような震源断層近傍における地震動速度波形の時空間分布特性の複雑性または渦現象は、以下のような点を考え合わせると地震工学および耐震工学的に興味深い現象であろう。

すなわち、このような地震動の渦現象はこれまで実証されていないこと、さらに、このような地震動の時空間特性の複雑さはこれまでの構造物の耐震設計用入力地震動に考慮されていないこと、しかしながら、このような断層近傍地震動の時空間特性の複雑性を考慮し、この地震動を入力して3次元的にモデル化した連続高架橋の非線形動的解析を行った結果は、従来の耐震設計で多用されているように最大加速度を調整した一点の水平地震動波形を2次元モデル(橋軸方向または橋軸直交方向モデル)に入力する応答結果に比べ、断面力等の応答値が2倍程度大きくなるという試算結果があること⁸⁾などである。したがって、このような震源断層近傍地震動の時刻歴特性に加え、その空間的変動特性の解明は、耐震工学上重要な課題であると思われる。

6. まとめ

剛性マトリックスによる地震動の波形合成法の定式化を示した。この定式化により、震源断層を含む水平成層地盤の要素剛性マトリックス並びに、水平成層地盤の要素剛性マトリックスの定式化を完成することができ、これらの要素剛性マトリックスを直接重ね合わせの原理に従って組み立てることによって、震源断層を含む水平成層地盤の応答計算をすることが可能となった。

また、理論的に震源断層近傍の地震動を合成して、鉛直横ずれ断層近傍の地震動速度波形の時間的—空間的分布特性を調べた。その結果、地表面の地震動は基本的に2つの大きな渦となって断層破壊方向に伝播している現象を見つけた。2つの渦の回る方向



図一五 6つの時刻毎の断層近傍地表面15×15kmにおける水平速度分布図

は反時計回りのものやその逆向きのものもあり、また、2つの渦の重なり具合によって地表面の地震動の時空間分布はかなり複雑であることがわかった。

そして最後に、このような地震動の渦現象はこれまで実証されていないこと、このような地震動の時空間分布特性の複雑さはこれまでの構造物の耐震設計用入力地震動に考慮されていないこと、しかしながら、このような断層近傍地震動の時空間分布特性の複雑性を考慮し、この地震動を入力して3次元的にモデル化した連続高架橋の非線形動的解析を行った結果は、従来の耐震設計で多用されているように最大加速度を調整した一点の水平地震動波形を2次元モデル（橋軸方向または橋軸直交方向モデル）に入力する応答結果に比べ、断面力等の応答値が2倍程度大きくなるという試算結果があること⁸⁾などを述べ、このような震源断層近傍地震動の時空間分布特性の解明は、耐震工学上重要な課題であることを指摘した。

参考文献

- 1) 瀬織一起, 竹中博士 (1989), 近地震波の伝播に関する理論, 地震 第2号, 第42巻, pp.391-403.
- 2) Chouet, B. (1987), Representation of an ex-

tended seismic source in a propagator-based formalism, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 77, No.1, pp.14-27.

- 3) 原田隆典, 大角恒雄, 奥倉英世, (1999), 3次元直交座標系における波動場の解析解とその地震動波形作成への応用, 土木学会論文集, No.612/I-46, pp.99-108.
- 4) Kausel, E. and Roesset, J.M. (1981), Stiffness matrices for layered soils, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 71, No.6, pp.1743-1761.
- 5) Harada, T. and Ohsumi, T. (2000), Stiffness matrices based formalism of ground motion synthesis and differential ground motions, *Proceedings of World Conference of Earthquake Engineering*, Paper No. 603/4/R.
- 6) Kennett, B.L.N. and Kerry, N.J. (1979), Seismic waves in a stratified half space, *Geophys. J.R. astr. Society*, Vol.57, pp.557-583.
- 7) Aki, K. and Richards, P.G. (1980), *Quantitative Seismology, Theory and Methods*, W.H.Freeman and Company.
- 8) 原田隆典, 野中哲也, (2000), 横ずれ断層近傍の連続高架橋の地震応答特性, 平成12年度土木学会全国大会講演概要集, 第1部門.

(2000年4月21日受付)