

(5) ウェーブレット解析を用いた地震動の非定常スペクトル特性に関する一検討

五洋建設(株) ○猪野 健吾、田村 保
鳥取大学工学部 野田 茂

1.はじめに

地震記録の時系列データの周波数分析手法としてはフーリエ変換が最も一般的に用いられている。フーリエ変換は、データを定常の調和振動に分解してその一次結合で表すため、情報の生起時刻を特定することが困難である。地震動は周波数成分の異なる数種類の波動が反射・屈折を繰り返しつつ伝播していく現象である。このため、強震部分においてもスペクトル密度は時間とともに変動する。応答レベルは地震入力レベルや卓越周波数に依存して変化するため、固有振動数の変化する非線形系の応答評価に当っては、地震動の非定常性の把握が非常に重要となる。そこで、時系列データに部分定常性を仮定し、ウィンドウをかけて分割フーリエ変換を行う方法¹⁾や、1自由度系応答の全エネルギーを狭帯域フィルタ出力として用い、そのピークを連ねたものを非定常スペクトルとする方法²⁾など、スペクトル構造の非定常性を把握する様々な試みが行われている。最近では、情報圧縮や信号解析の分野で用いられているウェーブレット変換が地震動の非定常なスペクトル特性を解析する方法として注目されている³⁾。この方法がフーリエ変換と大きく異なる点としては、積分核が時系列データに対し様に広がるのではなく、時間と周波数の両方の領域で程度よく局在するため、現象が生じた時刻に関する情報を刻一刻捉えられることが挙げられる。

本報は、ウェーブレット変換によって、1995年兵庫県南部地震の神戸海洋気象台における加速度記録(EW成分)の非定常スペクトル特性を調べ、本方法の時間-周波数解析への応用の妥当性を検討するものである。ウェーブレット変換によると、元の時系列データの再構成が可能である。この性質を確認することによって非定常なスペクトル構造を有する地震波群をシミュレートする上での問題点についても述べる。

2.連続ウェーブレット解析

ウェーブレット変換は時系列データとウェーブレット関数とのたたみ込み演算で表される。時間および周波数上で局在する基本ウェーブレットを選び、それにスケール変換と時間シフトを施すことで、ウェーブレット関数が得られる。ウェーブレット変換は、その性質からしてフーリエ変換と違い、突発性の時系列解析に適した時間-周波数解析法である。

基本ウェーブレット関数を $g(t)$ 、スケールを a 、時間シフトを b とすると、ウェーブレット関数 $g_{a,b}(t)$ は、

$$g_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} g\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1)$$

と定義される。連続ウェーブレット変換 $S(a,b)$ は、時系列データを $f(t)$ とすると、

$$S(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} g_{a,b}^*(t) f(t) dt \quad (2)$$

与えられ、ウェーブレット逆変換は、

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{c_g}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(a,b) g_{a,b}(t) \frac{1}{a^2} da db \quad (3)$$

で与えられる。ただし、 $c_g = \int |G(\omega)|^2 / |\omega| d\omega$ である。*は複素共役を、 $G(\omega)$ は $g(t)$ のフーリエ変換を意味する。

3. 数値計算例および考察

図1に示す地震加速度波形（1995年兵庫県南部地震時における神戸海洋気象台でのEW成分）のスペクトル密度の非定常性を分析する。本記録は主要動が大きく2つに分かれており、第1の主要動が約7.5～8.5秒付近、第2が約11～12秒付近に認められる。これは断層破壊のマルチプル性によって生じたためである。基本ウェーブレット関数 $g(t)$ としては、式(4)に示すように、時間-周波数軸上での広がり最小となるGabor関数($\omega_0 = 2\pi$)を用いる。

$$g(t) = \exp(i\omega_0 t) \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \quad (4)$$

同関数は時系列データ解析でよく用いられている。一般的に時系列データをウェーブレット解析する際、複素基底を用いて変換係数の絶対値で議論するのが無難である。これらの理由のために式(4)の関数を採用した。実際に時系列データのウェーブレット解析を行う際は、スケール a および時間シフト b を離散化しなければならない。ここでは、 $a_i = (10\sqrt{2})^i$ ($i = -30 \sim 20$) と $b = j\Delta t$ ($j = 1 \sim N$; Δt : 時系列標本時間間隔、 N : 標本点数)で離散化した。

図2は、ウェーブレット変換結果である。同図より、約7.5～8.5秒付近において周期約0.8秒、また約11～12秒付近において周期約0.4秒の2つの大きなピークを明瞭に認めることができる。第1の主要動と第2の主要動で周期が異なるのは、それぞれを生み出した震源断層上の加速度源の性質を表しているためと考えることができる。この2つの主要動の間すなわち8.5～11秒付近は、周期約0.4～0.8秒の複数の卓越した成分の波によって構成されている。図より、それぞれの成分波の発生時刻が明瞭に認められ、観測記録の強度変化にもよく追従していることがわかる。

図3は、ウェーブレット変換係数を逆変換して、式(3)により原時系列データを再構成したものである。振幅がやや小さくなるが、良好に原波形を再現している。図4は、それらのフーリエスペクトルを示したものである。同図より、周波数特性についてもほぼ完全に一致していることがわかる。図5は、スケール別に再構成を行い、その幾つかを示したものである。バンドパスフィルタを施したような効果が得られ、各成分波の振幅の非定常性を読み取ることが可能である。これらを全スケールについて積分すると、図3の再構成波形が得られる。

一方、ウェーブレット変換は、本検討の場合ウェーブレット関数に複素基底を用いているため、複素数となる。非定常スペクトルはこの変換係数の絶対値を用いて求めたものである。変換係数が複素数となるため、ウェーブレット変換によって、原理的には位相情報も得ることができる。位相 $\phi(a,b)$ は式(5)で表される。

$$\phi(a,b) = \tan^{-1}[\text{Im}\{S(a,b)\} / \text{Re}\{S(a,b)\}] \quad (5)$$

ここで、 Im は虚部を、 Re は実部を意味する。図6に位相の時間-周波数軸での変化（ここでは位相スペクトル

と称する)を示す。同図より、位相スペクトルはランダムではなく、何らかの非定常性が認められる。この位相スペクトルのある周期における時系列断面をとると、図7ようになる。位相は時間変化に伴い、各々の着目している周期とほぼ同一の一定周期で回転していることが認められる。この傾向は他の地震波においても認められたが、初期位相はそれぞれ異なっていた。この位相スペクトルの持つ意味が従来の調和解析におけるそれとどのように異なるのかは現時点で不明である。

従来の調和振動を線形結合する方法によって同一の非定常スペクトル特性を有する地震波群を模擬するには、スペクトルの振幅と位相の両者を与える必要がある。ウェーブレット変換においてもこれと同様であり、合理的なシミュレーションを行うには、位相の物理的意味を明確にする必要があると考えられる。

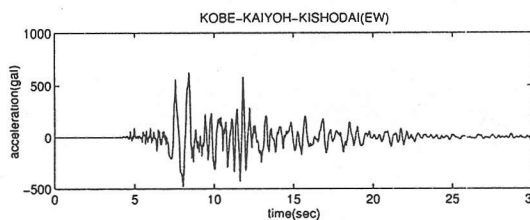


図1 兵庫県南部地震・神戸海洋気象台における加速度記録 (EW成分)

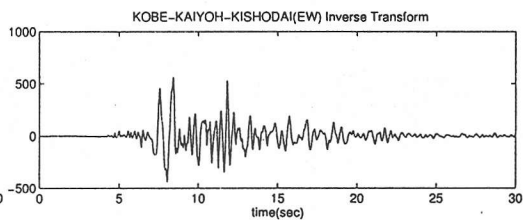


図3 ウェーブレット変換結果を逆変換して得られた再構成波形

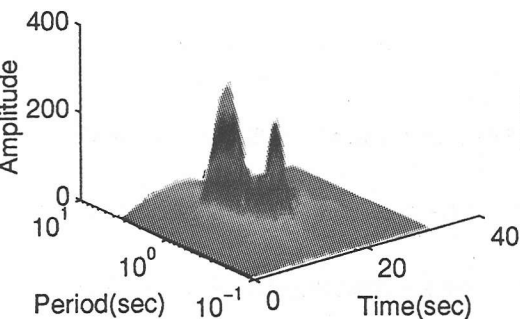
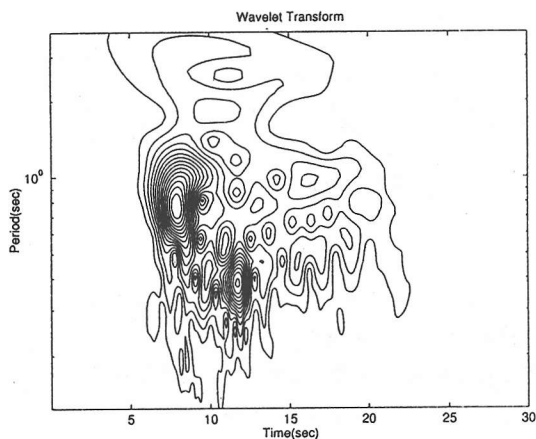


図2 ウェーブレット変換による非定常スペクトル

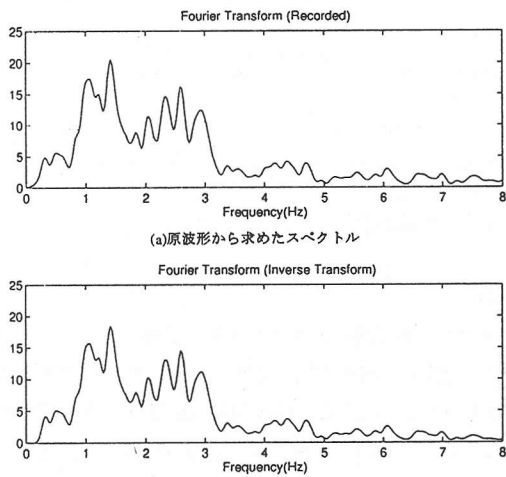


図4 原波形・再構成波形のフーリエスペクトル

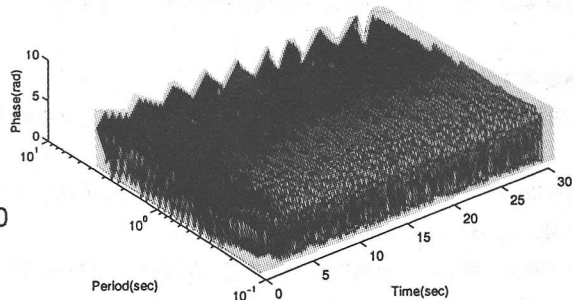


図6 ウェーブレット変換による位相の時間-周波数軸上分布

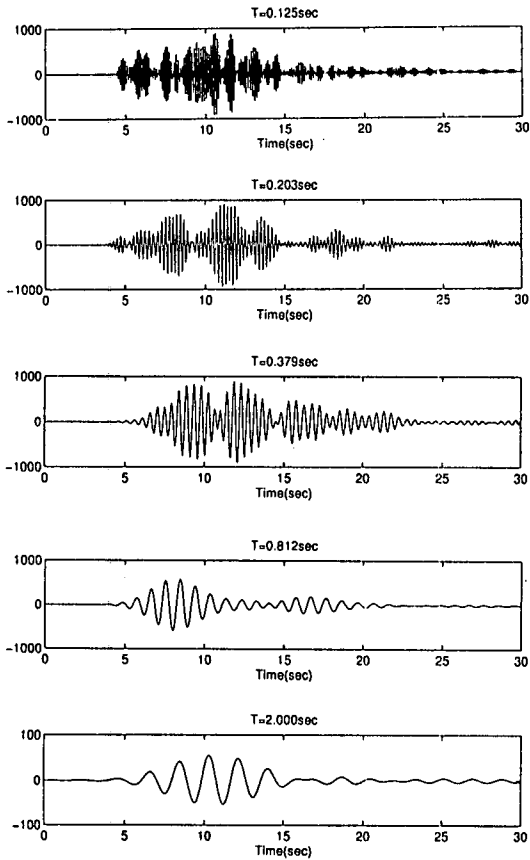


図5 各成分別に再構成した波形

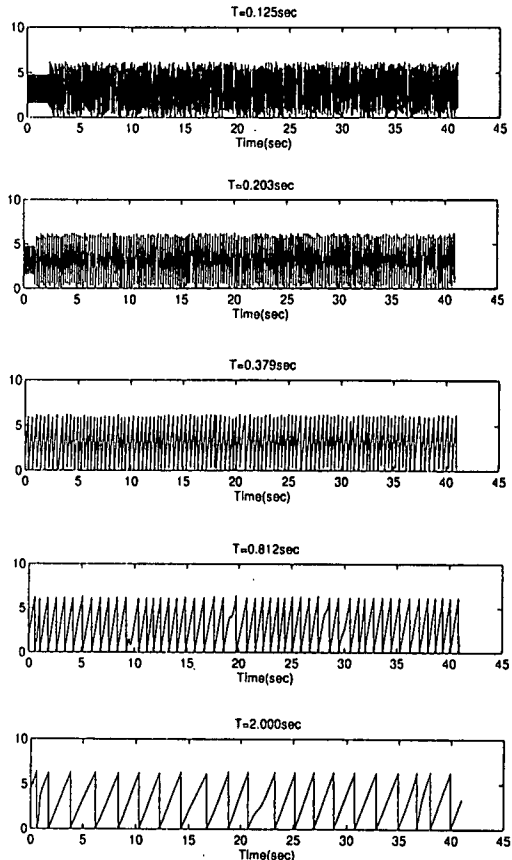


図7 位相の時間変動

4.おわりに

本研究では、地震動のように不規則な変動をする非定常過程を捉えるためにウェーブレット解析を行った。その結果、1)兵庫県南部地震のように複数の断層破壊による各波動成分の識別を極めて容易に行えること、2)その逆変換により原波形がほぼ問題ない精度で再構成できることなどがわかった。これより、地震動非定常解析において本手法は有用な手段となり得るものと考えられる。スペクトルの非定常特性を考慮した上で、ウェーブレット解析を地震動のシミュレーション手法に応用するには、位相のもつ物理的意味を明らかにする必要がある。この点については別途報告する予定である。

■参考文献

- 1)後藤尚男・北浦勝：地震動の非定常スペクトル密度とその模式化、土木学会論文報告集、第236号、pp.47～58、1975.
- 2)亀田弘行：強震地震動の非定常パワースペクトルの算出法に関する一考察、土木学会論文報告集、第235号、pp.55～62、1975.
- 3)谷崎浩・野田茂・菊池久和・安中正：高速ウェーブレット解析による地震動の非定常パワースペクトルの評価、土木学会第49回年次学術講演会概要集I、pp.1340～1341、1994.