

(46) 時間領域での逆算による基盤入力地震動の推定

若築建設(株) 正会員 酒井久和
 京都大学 正会員 澤田純男
 京都大学 正会員 土岐憲三

1. はじめに

軟弱地盤上の構造物の設計に際しては、地盤・構造物間の相互作用による影響を無視できなくなり、相互作用を考慮した動的解析による照査が必要となる。この場合、地表あるいは地盤内における地震観測記録から基盤入力地震動を推定する必要があるが、推定は一般にプログラム”SHAKE”に代表されるような周波数領域での重複反射理論に基づく方法が採用されている。一方、地震応答解析では、時間領域での非線形応答解析が行われることが多いが、等価線形化モデルを用いた重複反射理論による推定波を入射波に採用すると、観測地点における観測記録と解析波形が一致しない。そこで、本研究では時間領域での基盤入力地震動の推定法の確立を目的とし、運動方程式を時間領域において数値積分することによって基盤入力地震動の推定を行う手法を考案した。

2. 計算方法

2.1 運動方程式の定式化

復元力が非線形である系の運動方程式は次式で与えられる。

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + \{F_s\} = -[M]\{i\}\ddot{z} \quad (1)$$

ここに、 $[M]$ 、 $[C]$ はそれぞれ質量、減衰マトリクス、 $\{F_s\}$ は復元力ベクトル、 $\{x\}$ は相対変位ベクトル、 $\{i\}$ はその成分が全て1であるベクトル、 \ddot{z} は基盤入力加速度である。また、 \cdot は時間に関する微分を意味する。

ここで、復元力をFig. 1に示すように、線形項と非線形項の調整項に分けることで、式(1)を次式で書き換える。

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} - \{Q\} = -[M]\{i\}\ddot{z} \quad (2)$$

ここに、 $[K]$ は剛性マトリクス、 $\{Q\}$ は非線形復元力の線形項との調整外力ベクトルで次式で与えられるような $\{x\}$ の関数であり、次式で定義される。

$$\{Q\} = [K]\{x\} - \{F_s\} \quad (3)$$

いま、ある点 k の絶対応答加速度成分 \ddot{y}_k が測定されている場合、 $\ddot{y}_k = \ddot{x}_k + \ddot{z}$ より、式(2)は次式のように書き換えられ、

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} - \{Q\} = -[M]\{i\}\ddot{y}_k + [M]\{i\}\ddot{x}_k \quad (4)$$

さらに、上式を整理することで次式を得る。

$$[M']\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} - \{Q\} = -[M]\{i\}\ddot{y}_k \quad (5)$$

ここで、 $[M']$ は次式で与えられる。

$$M'_{ij} = M_{ij} - \sum_{l=1}^N M_{il}\delta_{jk} \quad (6)$$

ただし、 M'_{ij} 、 M_{ij} は $[M']$ 、 $[M]$ の i 行 j 列成分、 δ_{jk} はKroneckerのデルタ、 N は自由度の数である。例えば集中3質点系(質量 m_1 、 m_2 、 m_3)で \ddot{y}_1 が観測されている場合には、次のようになる。

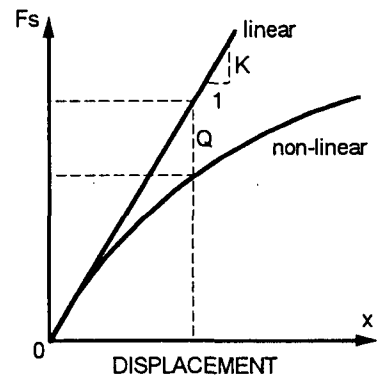


Fig.1 Non-linear stiffness

$$[M'] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -m_2 & m_2 & 0 \\ -m_3 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

2.2 運動方程式の逐次積分方法

本研究では状態方程式を逐次積分する際の時間積分法としてNewmarkの β 法¹⁾を採用した。Newmarkの β 法では応答加速度、速度、変位ベクトルの間に以下の関係が仮定される。

$$\{\dot{x}\}_{n+1} = \{\dot{x}\}_n + (1-\gamma)\Delta t\{\ddot{x}\}_n + \gamma\Delta t\{\ddot{x}\}_{n+1} \quad (7)$$

$$\{x\}_{n+1} = \{x\}_n + \Delta t\{\dot{x}\}_{n+1} + \frac{1}{2}\Delta t^2\{\ddot{x}\}_n + \beta\Delta t^2(\{\ddot{x}\}_{n+1} - \{\ddot{x}\}_n) \quad (8)$$

ただし、 Δt は計算時間間隔、各ベクトル下付きの添字は計算ステップ数であり、 Δt との積は時刻を表す。

通常、逐次積分は時間軸の正の方向に行う。そのため、応答ベクトルは n ステップ目が既知で、 $n+1$ ステップ目が未知となる。しかし、本手法では、逐次積分を時間軸の負の方向へ行うこととし、応答ベクトルは逆に、 $n+1$ ステップ目が既知で、 n ステップ目が未知となる。すなわち、式(7)、(8)を n ステップ目の速度、変位ベクトルについて書き直すと次式ようになる。

$$\{\dot{x}\}_n = \{\dot{x}\}_{n+1} - (1-\gamma)\Delta t\{\ddot{x}\}_n - \gamma\Delta t\{\ddot{x}\}_{n+1} \quad (9)$$

$$\{x\}_n = \{x\}_{n+1} - \Delta t\{\dot{x}\}_{n+1} + \left(\frac{1}{2} - \gamma + \beta\right)\Delta t^2\{\ddot{x}\}_n + (\gamma - \beta)\Delta t^2\{\ddot{x}\}_{n+1} \quad (10)$$

上式を n ステップ目における式(5)に代入し、未知ベクトル $\{\ddot{x}\}_n$ について表すと次式となり、

$$\{\ddot{x}\}_n = \left([M'] - (1-\gamma)\Delta t[C] + \left(\frac{1}{2} - \gamma + \beta\right)\Delta t^2[K] \right)^{-1} \left((-[M']\{\dot{x}\}_k + \{Q\}_n + [C](\{\dot{x}\}_{n+1} - \gamma\Delta t\{\ddot{x}\}_{n+1}) + [K](\{x\}_{n+1} - \Delta t\{\dot{x}\}_{n+1} + (\gamma - \beta)\Delta t^2\{\ddot{x}\}_{n+1}) \right) \quad (11)$$

式(11)を式(9)、(10)に再代入し、 n ステップ目の応答ベクトルを確定する。以降、同様の方法で逐次計算を行う。

3. 解析モデルおよび結果

解析は式(9)、(10)の γ 、 β をパラメータ化し、 $\gamma=0$ 、 $1/4$ 、 $1/2$ 、 $\beta=1/4$ 、 $1/2$ の計6ケースについて行う。解析モデルは4種類でその概要をTable 1に示す。また、Fig. 2からFig. 5にそれぞれの解析モデル、復元力特性、入射波、質点(3質点の解析モデル2では最上部)における観測波、および、逆解析により求められた入射波の推定波形を示す。図中に解析に用いた計算時間間隔を併記する。

Table 1 解析モデルの概要

解析モデル	自由度	減衰	復元力	入射波
1	1	無	線形	正弦波
2	3	有	線形	El Centro (NS)
3	1	無	線形	正弦波
4	1	無	非線形	正弦波

4. 考察

解析モデル1の場合、Fig. 2.5から、 $\gamma=1/2$ では、 $\beta=1/4$ で解が発散したり、 $\beta=1/2$ で短周期の振動が起こったりしている。しかし、 γ が小さくなるにしたがって、ノイズの周波数が小さくなり、高精度の入射波の逆算が達成されている。

次に、モデル2は、自由度が3で高次の振動モードも存在することから、解の安定性はモデル1より厳し

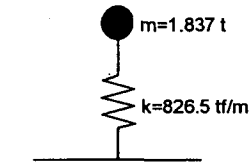


Fig.2.1 Linear SDOF model

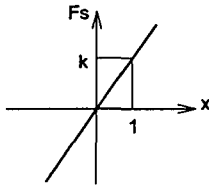


Fig.2.2 Elastic stiffness

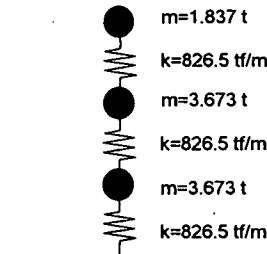


Fig.3.1 Linear 3DOF model

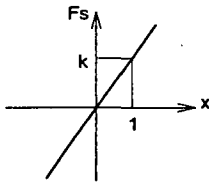


Fig.3.2 Elastic stiffness

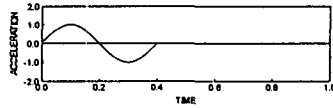


Fig.2.3 Input acceleration

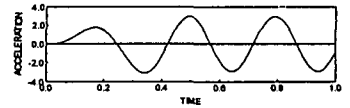


Fig.2.4 Absolute response acceleration

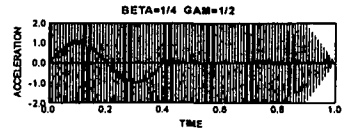
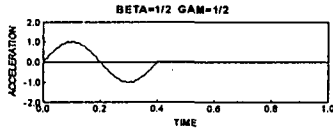
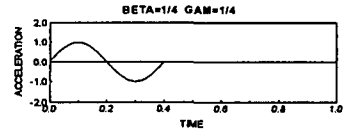
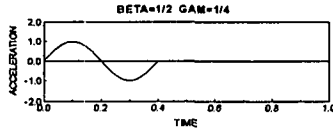
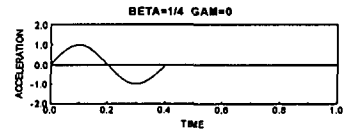
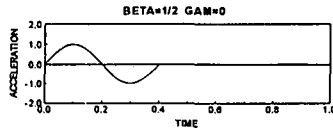


Fig.2.5 Calculated input acceleration (dt=1/1,000 sec)

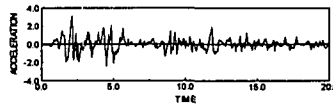


Fig.3.3 Input acceleration

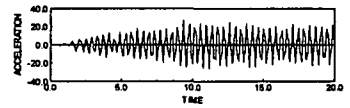


Fig.3.4 Absolute response acceleration

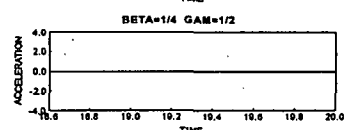
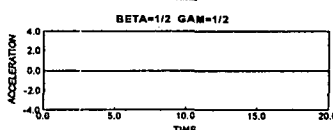
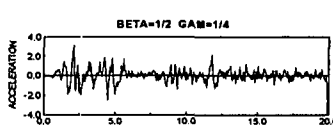
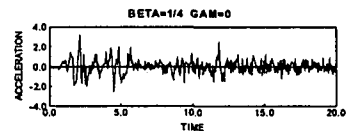
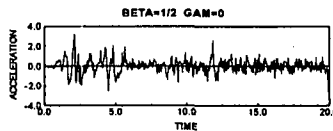


Fig.3.5 Calculated input acceleration (dt=1/10,000 sec)

くっており、また、入射波がEl Centro(1940)のNS成分で、他の解析モデルより高振動数成分を含んだ波である。にもかかわらず、Fig. 3.5に示すように、 $\gamma = 1/2$ の2ケース以外は高周波ノイズが多少混入しているが、高精度の近似ができています。ただし、計算時間間隔は解析モデル1よりさらに小さく設定しなければ、解の発散が生じた。

モデル3では減衰を考慮している。そのため、Fig. 4.5に示すように、 $\gamma = 0$ の2ケースについては入射波の概形の推定できているものの、逆解析中に発生した微小な誤差が時間軸の負の方向に徐々に増幅し、低周波のノイズとして推定波形を乱している。

モデル4はFig. 5.2のようなバイリニアな復元力特性を示す系である。Fig. 5.5から、 $\gamma = 0, 1/4$ の4ケースについては、剛性変化が起こる時点において、高周波の非常に大きなノイズが発生している。しかし、そ

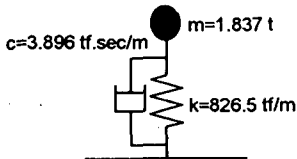


Fig.4.1 Linear SDOF model

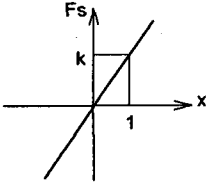


Fig.4.2 Elastic stiffness

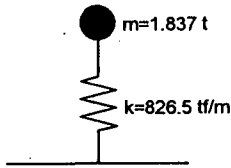


Fig.5.1 Non-linear SDOF model

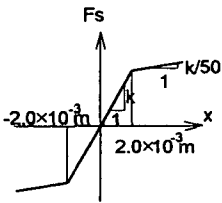


Fig.5.2 Elasto-plastic stiffness

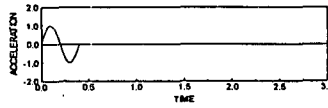


Fig.4.3 Input acceleration

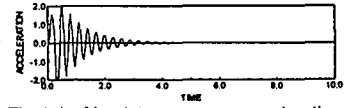


Fig.4.4 Absolute response acceleration

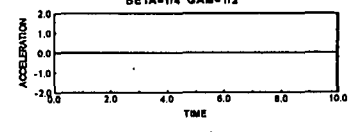
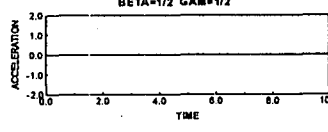
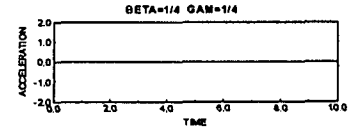
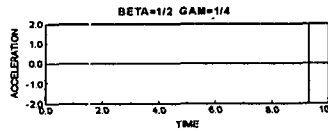
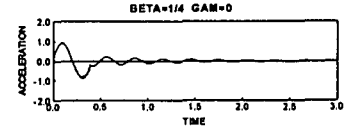
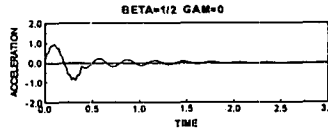


Fig.4.5 Calculated input acceleration (dt=1/100 sec)

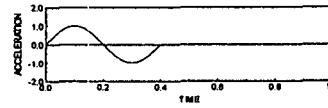


Fig.5.3 Input acceleration

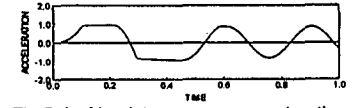


Fig.5.4 Absolute response acceleration

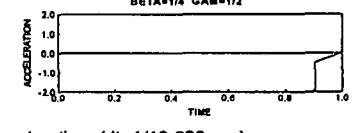
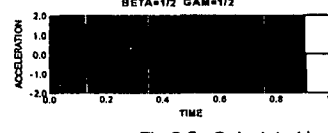
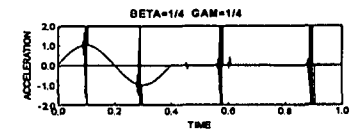
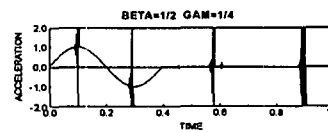
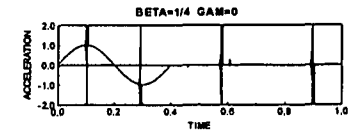
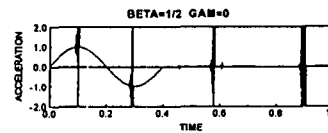


Fig.5.5 Calculated input acceleration (dt=1/10,000 sec)

他の時点においては非常に高精度な推定波形の近似ができています。

以上、4つの解析例を通じて、本手法は自由度の小さい線形モデルおよび1自由度非線形モデルに対して、入射波の精度良い推定が行えることが判った。しかし、解の発散傾向が強かったり、減衰を考慮したときに時間軸の負の方向に誤差が増幅するなど、現段階では問題点も多い。今後、この手法を基に実用的な逆解析手法を確立したいと考える。

参考文献

- 1) N.M. Newmark: A method of computation for structural dynamics, *J.eng.mech. div. ASCE85(EM3)*, pp67-94, 1959