

非定常地震動予測モデル EMPR に基づく 応答スペクトルの規定法

山根 光雄¹・能島 暢呂²・杉戸 真太³・古本 吉倫⁴

¹ 岐阜大学大学院博士前期過程工学研究科土木工学専攻 (〒501-1193 岐阜市柳戸 1-1)

² 正会員 博士 (工学) 岐阜大学助教授 工学部土木工学科 (〒501-1193 岐阜市柳戸 1-1)

³ 正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科 (〒501-1193 岐阜市柳戸 1-1)

⁴ 正会員 修士 (工学) 岐阜大学助手 工学部土木工学科 (〒501-1193 岐阜市柳戸 1-1)

想定地震に対する地震動を時刻歴波形の形で予測する手法として、非定常パワースペクトルの重ね合わせにより地震動を推定する手法 (EMPR) が提案されている。動的解析には応答スペクトルが用いられることも多く、その簡便な評価法の確立は重要課題である。本研究では、EMPR モデルの非定常パワースペクトルを規定する断層パラメータから、不規則振動論に基づいて応答スペクトルの確率分布を直接的に求めることを目的としている。まず、変位応答の RMS 値やピーク係数の検討を行った。得られた推定式を EMPR モデルに導入し、時刻歴波形による応答計算結果と比較することにより、理論値の妥当性とパラメータの最適値を検討した。その結果、マグニチュードと震源距離が与えられれば、任意の減衰定数に対する応答スペクトルの確率分布を精度良く推定することが可能となった。

Key Words : *response spectrum, evolutionary power spectrum, RMS of structural response, random vibration, peak factor*

1. はじめに

ある着目点における地震動の工学的特性を、想定される地震のパラメータから精度良く推定することは、地震工学の基本的課題である。Sugitoら¹⁾は、既往の強震記録の統計処理により非定常パワースペクトルをモデル化し、これに基づいて、工学的基盤面における非定常地震動予測モデル (EMPR) を開発した。このモデルは、マグニチュードと震源距離の2つのパラメータから地震動の時刻歴波形を得る EMPR-I、および、小断層の合成により断層の広がりや破壊伝播方向の影響など詳細な震源特性を考慮できる EMPR-II という2つのクラスより構成されており、自治体の地震被害想定や耐震設計用の入力地震動として利用されるに至っている。

一方、応答スペクトルに基づく動的解析においては、設計スペクトルの規定方法が重要な検討事項となる。EMPR モデルはこの目的にも利用可能であり、所与の震源パラメータから時刻歴波形をシミュレートして応答計算を行えば、応答スペクトルを求めることができる。しかしながら、シミュレーションのサンプル波ごとに応答スペクトルの値が異なるため、構造物の動的信頼性を

正しく評価するには、応答スペクトルの不確定性を含めた詳細な検討を行っておく必要がある。

そこで本研究では、不規則振動論の理論を用いれば、サンプル波のランダム性に起因する応答のランダム性を定量的に記述可能であることに着目して、EMPR モデルの非定常パワースペクトルを規定する断層パラメータから、応答スペクトルの確率分布を直接的に求める方法を提案するものである。これにより、時刻歴波形をシミュレートすることなく応答スペクトルを評価でき、なおかつ、構造物の最大応答の不確定性を議論することも可能となり、工学的有用性は非常に高いと考えられる。将来的には EMPR-II モデルへの適用を目標とするが、本研究ではこれに先立って、EMPR-I モデルを対象とした検討を行うものである。

以下、2. ではまず、本研究で用いる EMPR-I モデルについて概説する。3. では、不規則振動論に基づく応答の RMS 値とピーク係数の評価法について述べる。4. では、EMPR-I モデルに適用した応答スペクトルの評価法の概要と、数値計算例を示す。なお、不規則振動論の基礎理論については、柴田²⁾ や星谷³⁾ による成書を参照されたい。

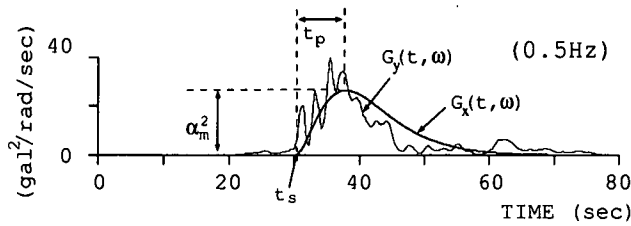


図-1 非定常パワースペクトルのモデル化

2. 非定常地震動予測モデル (EMPR-I)

非定常性を有する地震動 $x(t)$ は次式で表現できる⁵⁾。

$$x(t) = \sum_{k=1}^n \sqrt{4\pi \cdot G_x(t, 2\pi f_k) \Delta f} \cdot \cos(2\pi f_k t + \phi_k) \quad (1)$$

ここに、 $G_x(t, 2\pi f_k)$:時刻 t 振動数 f_k における非定常パワースペクトル、 Δf :周波数の刻み幅、 ϕ_k : $t=0$ における位相 ($0 \sim 2\pi$ の一様乱数) である。非定常パワースペクトル $G_x(t, 2\pi f_k)$ は、次式で示す関数で図-1のようにモデル化されている。

$$\sqrt{G_x(t, 2\pi f)} = \alpha_m(f) \frac{t - t_s(f)}{t_p(f)} \exp\left(1 - \frac{t - t_s(f)}{t_p(f)}\right) \quad (\text{ただし, } 0 \leq t \leq t_s \text{ では } 0)$$

ここに、 $\alpha_m(f)$:強度パラメータ ($\sqrt{G_x(t, 2\pi f)}$ の最大値)、 $t_s(f)$:時間パラメータ ($G_x(t, 2\pi f)$ の立ち上がり時間)、 $t_p(f)$:継続時間パラメータ ($t_s(f)$ から最大値に至るまでの時間) であり、マグニチュードと震源距離の関数として推定式が与えられている¹⁾。

3. ランダム入力に対する変位応答の RMS 値およびピーク係数

線形一自由度系の定常ランダム入力に対する変位応答を表す確率過程 $Y(t)$ について検討する。最大変位応答 d_{max} を、次式のように変位応答の RMS 値 σ_y とピーク係数 β の積として表現する。

$$d_{max} = \beta \sigma_y \quad (3)$$

(1) 変位応答の RMS 値 σ_y

対象とする線形一自由度系の固有円振動数、固有振動数、固有周期、減衰定数をそれぞれ、 ω_0 、 f_0 、 T_0 、 h とする。ホワイトノイズ入力に対する応答の RMS 値は、理論的に解析解が求められる。定常ランダム入力 $g(t)$ のパワースペクトル密度関数 $G(\omega)$ が任意の形であっても、その変化が穏やかで、固有振動数近傍のパワースペクトル成分の寄与が大きい場合、応答の RMS 値はホワイトノイズ入力に対する結果をもとに、次式で近似される²⁾。

$$\sigma_y \cong \sqrt{\frac{\pi G(\omega_0)}{4h\omega_0^3}} \quad (4)$$

(2) 最大応答のピーク係数 β

構造物の安全性を検討するときには、ある時間内に振幅が一定値を超える確率や、振幅の極値、最大値の確率分布などの振幅分布に関する性質が問題となるため、式 (3) のピーク係数 β について検討する。

変位応答 $y(t)$ と速度応答 $\dot{y}(t)$ が無相関で、それらの同時確率密度関数が2次元ガウス分布で与えられるとすると、単位時間内に振幅の絶対値 $|y|$ が閾値 d を超える確率 ν_d は次式で表わされる²⁾

$$\nu_d = \frac{2}{T_0} \exp\left\{-\frac{d^2}{2\sigma_y^2}\right\} \quad (5)$$

閾値 d が十分大きいとき、 $|y| > d$ となる事象の発生確率は十分小さく、また独立事象とみなしてよいから、これをポアソン過程と考えることができる。従って時間 T 内に絶対値が d を超えない確率 P_d は次のようになる。

$$P_d = \exp\left\{-\frac{2T}{T_0} \exp\left(-\frac{d^2}{2\sigma_y^2}\right)\right\} \quad (6)$$

ピーク係数は式 (6) を逆算して次式のように導かれる。

$$(2) \quad \beta_1 = \frac{d_{max}}{\sigma_y} = \sqrt{2 \ln \left[\frac{2T}{T_0} \cdot \frac{1}{-\ln P_d} \right]} = \sqrt{2 \ln z} \quad (7)$$

ここで、 z は次式で表わされる。

$$z = \frac{2T}{T_0} \cdot \frac{1}{-\ln P_d} \quad (8)$$

(3) 閾値通過の従属性を考慮したピーク係数の補正

式 (7) は閾値通過の独立性を仮定して誘導されたが、減衰が小さい系の狭帯域振動で、閾値 d が小さい場合、閾値通過がクランプ (絶対値 $|y|$ が閾値 d を何回か連続して超える現象) を形成するため、独立性の仮定が成り立たない。Vanmarcke⁶⁾ は、クランプの大きさを考慮して、式 (6) の修正式を提案した。

$$P_d = \exp\left\{-\frac{2T}{T_0} \exp\left(-\frac{d^2}{2\sigma_y^2}\right) \frac{1 - \exp\left(-\sqrt{\frac{\pi}{2}} q \frac{d}{\sigma_y}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{d^2}{2\sigma_y^2}\right)}\right\} \quad (9)$$

ここで q は、変位応答のパワースペクトル密度関数 $G_y(\omega)$ の形状の広がりを示す指標で、次式で表される。

$$q \cong 2\sqrt{\frac{h}{\pi} \left(1 - \frac{h}{\pi}\right)} \quad (10)$$

Vanmarcke⁶⁾ は、式 (9) より最大応答のピーク係数の近似解を求めており、式 (8) の z を用いると次式を得る。

$$\beta_2 = \frac{d_{max}}{\sigma_y} = \sqrt{2 \ln \left[z \left\{ 1 - \exp\left(-q\sqrt{\pi \ln z}\right) \right\} \right]} \quad (11)$$

本研究では、式 (11) を得るに至るまでの近似過程に注目し、 z が小さい領域での近似精度を改善して次式を得た。

$$\beta_3 = \frac{d_{max}}{\sigma_y} = \sqrt{2 \ln \left[\frac{z \left\{ 1 - \exp(-q\sqrt{\pi \ln z}) \right\}}{1 - \frac{1}{z}} \right]} \quad (12)$$

(4) 線形一自由度系の非定常ランダム応答

継続時間の短い非定常地震動が入力された場合、応答が定常状態に達する前の過渡応答を考慮する必要がある。前述の $g(t)$ が $t = 0$ でステップ状に突然作用する場合の過渡応答については、応答の RMS 値の時間関数 $\sigma_y(t)$ は近似的に次式で表される。

$$\sigma_y(t) \cong \sqrt{\frac{\pi G(\omega_0)}{4h\omega_0^3} \{1 - \exp(-2h\omega_0 t)\}} \quad (13)$$

パワースペクトルの形状パラメータ q は、次式のように時間とともに単調減少する時間関数となり、応答が広帯域過程から狭帯域過程へと変化することを表わす。

$$q(t) \cong 2\sqrt{\frac{h \{1 + 2 \exp(-h\omega_0 t) - \exp(-2h\omega_0 t)\}}{\pi \{1 - \exp(-2h\omega_0 t)\}}} \quad (14)$$

4. EMPR モデルに基づく応答スペクトルの算出

非定常地震動予測モデル (EMPR-I) では、非定常パワースペクトル $G_x(t, \omega_0)$ は、マグニチュードと震源距離より推定されるパラメータ α_m, t_p, t_s を用いて式 (2) で求められ、 $G_x(t, \omega_0)$ の最大値 $\alpha_m^2(f_0)$ に時間包絡線が乗じられた形となっている。ここでは応答の最大値に注目するので、最大値 $\alpha_m^2(f_0)$ に相当する地震動が継続時間パラメータ t_p に比例した等価継続時間 $T = kt_p$ だけ継続すると仮定する。この係数 k については後述する。

以降、図-2 に示す手順に従ってシミュレーション地震動による応答スペクトルと、不規則振動論より導かれる応答スペクトルを比較する。比較 1 では、7 回のシミュレーション試行による応答スペクトルのサンプルと、非超過確率 $P_d = 20\%, 50\%, 80\%$ に相当する理論値との関係を検討する。比較 2 では、7 種類の振動数を対象として、それぞれ 1000 波のシミュレーション波形を用いて、応答計算より得られた最大応答分布と、理論値による確率分布を比較検討する。

(1) 入力の変常性と閾値通過の独立性を仮定した場合

まず、閾値通過の独立性を仮定して $\alpha_m^2(f_0)$ の定常入力加わっている状態で、等価継続時間 $T = kt_p$ の間の最大応答について検討する。よって式 (8) は、

$$z = \frac{2T}{T_0} \cdot \frac{1}{-\ln P(d, T)} = \frac{2kt_p f_0}{-\ln P_d} \quad (15)$$

となる。右辺に現れる $kt_p f_0$ は等価継続時間 kt_p における波数に相当する。また式 (4) より、

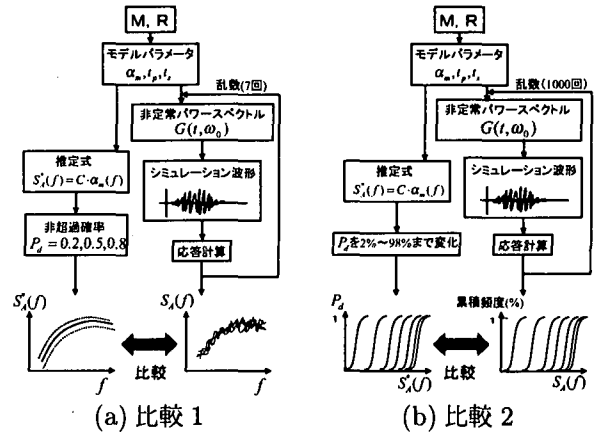


図-2 EMPR-I による比較の方法のフローチャート
M=7.0, R=20km(h=0.05)

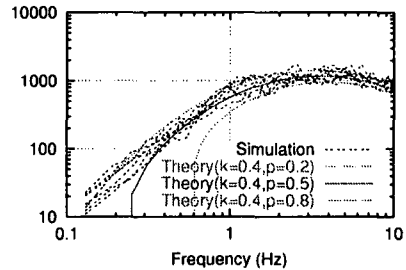


図-3 7 回のシミュレーション試行による加速度応答スペクトルのサンプルと非超過確率値 (20%, 50%, 80%) に対する理論値 (比較 1)

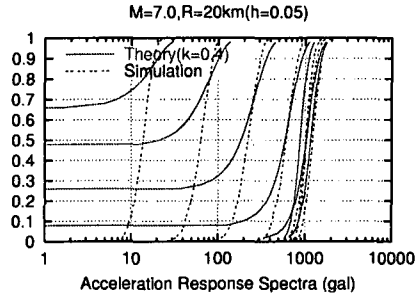


図-4 1000 回のシミュレーション試行による確率分布と理論値 ($f_0 = 0.13, 0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8\text{Hz}$) (比較 2)

$$\sigma_x(t, \omega_0) \Big|_{max} = \alpha_m(f_0) \sqrt{\frac{\pi}{4h\omega_0^3}} \quad (16)$$

よって、式 (7), (15), (16) を用いて加速度応答スペクトルの推定式を得る。

$$S_A(f_0, h, P_d) \cong \omega_0^2 d(t, \omega_0) \Big|_{max} = \beta_1 \cdot \alpha_m(f_0) \sqrt{\frac{\pi\omega_0}{4h}} \quad (17)$$

ただし、数値計算上の要請から、次の制約を設ける。

$$z = \frac{2kt_p f_0}{-\ln P_d} \geq 1 \quad (18)$$

係数 k については、振動数 $f = 0.5 \sim 4$ (Hz) において、応答計算による値と理論値の適合度が最もよくなるように調整した結果、減衰定数の関数として、 $k = 0.20 + 4h$ という関係式が得られた。M = 7, R = 20km についての計算結果を図-3, 図-4 に示す。高振動数領域では精度よく推定できているが、低振動数領域では著しく適合が悪い。

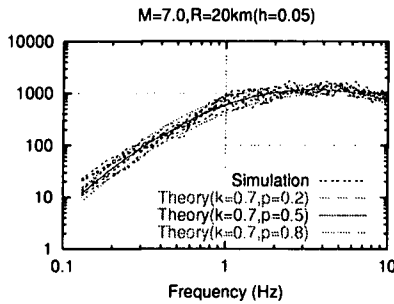


図-5 7回のシミュレーション試行による加速度応答スペクトルのサンプルと非超過確率値(20%,50%,80%)に対する理論値(比較1)

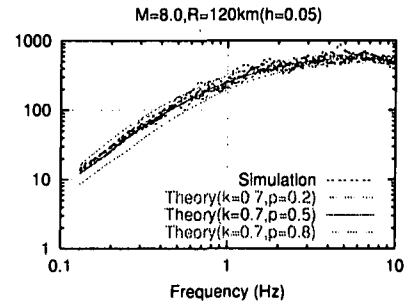


図-7 7回のシミュレーション試行による加速度応答スペクトルのサンプルと非超過確率値(20%,50%,80%)に対する理論値(比較1)

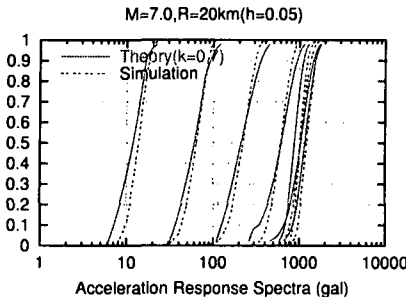


図-6 1000回のシミュレーション試行による確率分布と理論値($f_0 = 0.13, 0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8\text{Hz}$)(比較2)

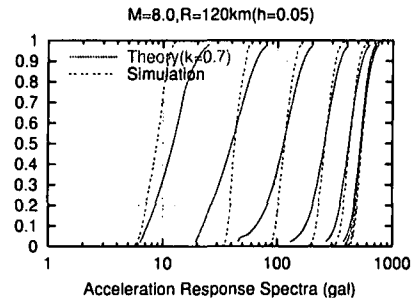


図-8 1000回のシミュレーション試行による確率分布と理論値($f_0 = 0.13, 0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8\text{Hz}$)(比較2)

(2) 過渡応答特性と閾値通過の従属性を考慮した場合

次に、過渡応答特性と狭帯域振動でのクランプの影響を考慮した結果を示す。ここでは、式(12),(13),(14)を用いるが、式(13)は振幅の過渡特性を考慮し、式(14)は振動数の過渡特性を考慮するものである。各式に現れる時間項 t をそれぞれ t_1, t_2 とすると、 t_p を用いて、 $t_1 = 2t_p, t_2 = t_p$ が適当であると判断された。以上より、式(17)に対応する推定式として次式を得る。

$$S_A(f_0, h, P_d) = \beta_3 \cdot \alpha_m(f) \sqrt{\frac{\pi\omega_0}{4h}} \cdot \sqrt{1 - \exp(-2h\omega_0 t)} \quad (19)$$

ただし、式(18)に加えてさらに次の制限を設けた。

$$\begin{cases} z(1 - \exp\{q(t)\sqrt{\pi \ln z}\}) \geq 1 \\ 1 - \frac{1}{z} \geq \frac{1}{2} \\ \beta \geq \beta_{\min} = \sqrt{2}\{1 + (P_d - 0.5)\} \end{cases} \quad (20)$$

係数 k については、 $k = 0.50 + 4h$ という関係式が得られた。 $M = 7, R = 20\text{km}$ についての計算結果を図-5、図-6に示し、 $M = 8, R = 120\text{km}$ についての結果を図-7、図-8に示す。いずれも減衰定数を $h = 0.05$ としている。図-5、図-7を見ると、シミュレーション結果のほとんどが、理論値の非超過確率20%と80%のラインの間にある。図-6、図-8においては、低振動数領域でやや適合しない部分もあるが、全体を通してほぼ精度良く推定でき、特に高振動数領域で精度の高い推定が行えた。なお図示は省略したが、 $h = 0.02, 0.10, 0.20$ についても高い精度で推定できることを確認している。

5. おわりに

本研究で提案した手法を用いれば、与えられたマグニチュード M と震源距離 R により EMPR-I のモデルパラメータを推定し、任意の減衰定数に対する応答スペクトルの確率分布を得ることが可能となり、簡便な推定法として有用と思われる。高振動数領域で減衰も大きい場合、比較的簡単な β_1 でも実用的な精度で推定できるので、使用条件や求められる精度に応じて使い分けられるであろう。

EMPR-II モデルにおいては、より多くの震源パラメータを用いて、震源過程の影響を詳細に考慮できるので、このモデルの応答スペクトル規定法を検討する意義は、さらに大きいと考えられ、今後の検討課題としたい。

参考文献

- 1) Sugito, M., Furumoto, Y. and Sugiyama, T.: Strong Motion Prediction on Rock Surface by Superposed Evolutionary Spectra, 12th World Conference on Earthquake Engineering, 2111/4/A, CD-ROM, 2000.
- 2) 柴田明德: 最新耐震構造解析, 森北出版, 1981.
- 3) 星谷勝: 確率論手法による振動解析, 鹿島出版会, 1974.
- 4) 辰巳安良: 地震応答スペクトルに関する確率論的考察, 土木学会論文集, 第356号, pp517~526, 1985.4.
- 5) 亀田弘行: 強震地震動の非定常パワースペクトルの算出法に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第235号, pp.55-62, 1977.
- 6) Vanmarcke, E.H.: Properties of spectral moments with applications to random vibration, Proc. of ASCE, EM2, pp.425~446, Apr., 1972.