

地震動強度評価を目的とした 弾塑性応答スペクトルの提案

小川 好¹・岡田佳久²

¹正会員 博士(工学) 東京都建設局道路管理部保全課 (〒163-8001 東京都新宿区西新宿2-8-1)

²正会員 工修 東京都土木技術研究所地象部 (〒136-0075 東京都江東区新砂1-9-15)

地震動の強度を構造物に対する潜在的な破壊力から評価するための指標として、弾塑性1自由度質点系が応答する過程で消費するエネルギーをスペクトルの形式で表現する方法を提案した。提案する弾塑性系の骨格曲線は変位の大小にかかわらず一定の減衰を与えると同時に、平均的な剛性である骨格曲線の傾きに対しても同一の減衰となる。応答解析では離散化した骨格曲線をバネとスライダから構成される力学的モデルに変換している。応答過程で消費されるエネルギーはスライダの移動に伴う仕事として定義されており、復元力のなす仕事で定義される消費エネルギーよりも厳密な結果が得られる。また、質点系の固有周期としては、最大応答変位とこのときの復元力のなす割線剛性から規定した。

Key Words : *Response spectrum, Elasto-plastic response, Earthquake motion, Iwan's model, Plastic energy dissipation, Energy dissipation spectrum, Single mass system*

1. はじめに

地震動の構造物に対する破壊力を適切に評価することは、いうまでもなく耐震工学上きわめて重要な課題である。通常、この目的には粘弾性1自由度質点系の最大応答値から求められる応答スペクトルが広く利用されている。このスペクトルでは、構造物を固有周期と減衰定数というきわめて一般化された特性でとらえることができることから、観測された複数の地震動記録について、その破壊力を周期領域で比較することが可能となる。粘弾性系の最大加速度ないし最大速度応答スペクトルは、仮に構造物が弾性的に挙動すれば示すであろう応答値として解釈されることが多い。

一方、地震動による構造物の損傷を表す指標として、1自由度質点系の減衰によって消費されるエネルギーを利用する方法も提案されている。この場合、構造物の減衰機構は粘性よりも塑性が卓越すると考えられることから、弾塑性1自由度質点系による応答解析が採用されている。既存の研究では、その復元力特性は構造種別ごとの特徴を単純化したモデルによって計算されることから、より具体的な構造物についての解析は可能であるが、粘弾性応答スペクトルのように固有周期と減衰定数のみによって規定される一般化された応答特性については検討されて

いない。この報告では、地震動の強度を塑性変形によって消費されるエネルギーから評価する試みの第一歩として、変形の大小にかかわらず減衰定数を一定とする復元力特性を定義するとともに、この復元力特性をもつ1自由度質点系が地震動に反応する過程で消費する塑性エネルギーの解析法を提案する。また、塑性による消費エネルギーを“周期”に対するスペクトルとして表示することで、地震動のもつ潜在的な構造物の損傷能力の評価を試みる。

2. 解析手法

(1) 復元力特性への力学的モデルの適用

1自由度質点系の弾塑性復元力特性としては、Iwanによって提案された力学的モデル¹⁾を採用する。このモデルは、バネとクーロン・スライダを直結した要素(Jenkinエレメント)を、直列ないし並列に連結することで構成される。エレメントが1つの場合は完全弾塑性、2つの場合はバイリニア型、3つではトリリニア型の復元力特性を表現することができる。今回の解析では、変形に対する復元力を解析で使用することから、図-1に示す並列型モデルを採用し、骨格曲線を離散化することで復元力特性を表現する。

Iwanモデルは骨格曲線が1価の単調な増大関数であり、その接線勾配が原点から離れるにしたがって

単調に減少するとき、常にMasingの規則を満足した履歴曲線を描くことができる。このために必要となる履歴の情報は、スライダの移動量とバネの伸縮量に変換される。また、モデルはバネとスライダという力学的要素によって構成されていることから、復元力が発揮された状態での弾性エネルギーと、復元力が変化するときの消費エネルギーを解析的に求めることができるという特徴がある。Iwanモデルを構成するバネの弾性定数とスライダの摩擦力は、図-2のように骨格曲線を離散化したのち、(1)式によって決定される。

$$k_m = \sum_{i=m}^n f_i, \quad f_m = k_m - k_{m+1} \quad \dots(1)$$

$$g_m = f_m \cdot y_m$$

ここで k_m は y_{m-1} と y_m との間の勾配であり、 f_m と g_m はIwanモデルのスライダが1番から順に移動しはじめると規定したときの、 m 番目のバネの弾性定数とスライダの摩擦力である。

(2) 減衰定数を一定とする骨格曲線の関数形

粘弾性系の減衰定数 h は(2)式で与えられる^{2,3)}。

$$h = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\Delta W}{W} \quad \dots(2)$$

ここで ΔW は1周期の間に粘性によって消費されるエネルギー、 W は弾性要素(バネ)に貯えられるひずみエネルギーである。 ΔW と W は図-3に示すようにヒステリシス・ループの面積と、最大変位と原点によって規定される三角形の面積によってそれぞれ与えられる。

弾塑性系についても、変位の大きさにかかわらず(2)式を満足する骨格曲線が存在すれば、その復元力特性は減衰定数を一定とすることができる。弾塑性系の場合、1周期の間に消費されるエネルギー ΔW は、Iwanモデルではスライダの移動によって消費される摩擦エネルギーに相当し、ヒステリシス・ループの面積と一致する。しかし、弾性要素(バネ群)に貯えられるひずみエネルギーは、粘弾性と同様の面積とはならない。今、図-2の骨格曲線で、点 m まで変形した状態を考えると、ひずみエネルギー W はスライダが移動している1番から $m-1$ 番までのJenkinエレメントのバネに貯えられるエネルギーと、スライダが静止状態にある m から n までのエレメントのバネに貯えられるエネルギーの和で表される。

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m-1} f_i \cdot y_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=m}^n f_i \cdot y_m^2 \quad \dots(3)$$

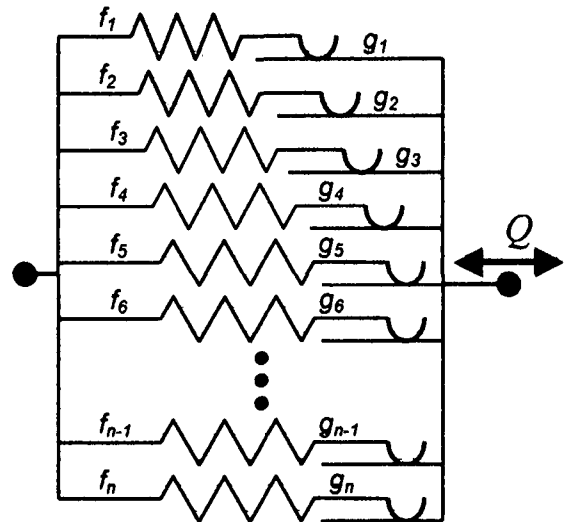


図-1 Iwanの並列型モデル

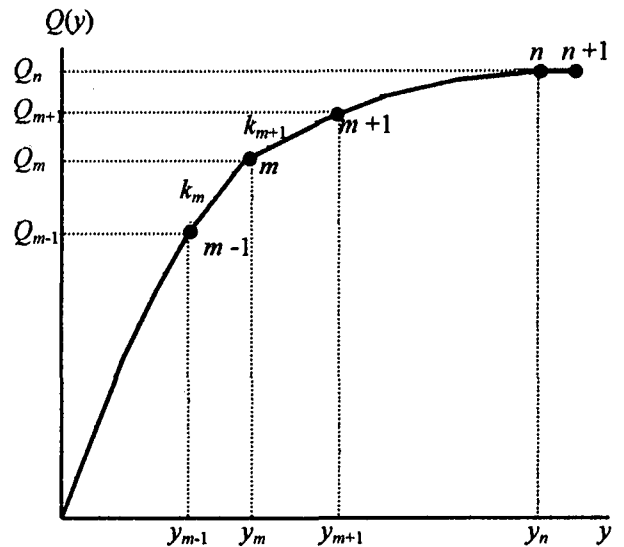


図-2 骨格曲線の離散化

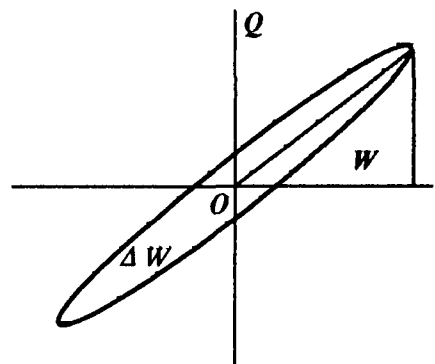


図-3 粘弾性系での消費エネルギー ΔW と最大弾性エネルギー W の関係

(3)式を(4)式にしたがって変形することにより、ひずみエネルギーは図-4の面積 S_1 から S_2 を引いた値となる。この結果、弾塑性系のひずみエネルギー W は、最大変位と原点によって規定される三角形の面

積（粘弾性系でのひずみエネルギー表記）から1周期間に消費されるエネルギー ΔW の8分の1を差し引いた量となる。

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m-1} \left(\frac{Q_i - Q_{i-1}}{y_i - y_{i-1}} - \frac{Q_{i+1} - Q_i}{y_{i+1} - y_i} \right) \cdot y_i^2 \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=m}^n \left(\frac{Q_i - Q_{i-1}}{y_i - y_{i-1}} - \frac{Q_{i+1} - Q_i}{y_{i+1} - y_i} \right) \cdot y_m^2 \\
 &= S_1 - S_2 \\
 &= S_1 - \Delta W/8 \quad \dots(4)
 \end{aligned}$$

減衰定数を一定とする骨格曲線 $F(y)$ は(2)式に(4)式を代入することで与えられ

$$h = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{8 \left[\int_0^Y F(y) dy - \frac{1}{2} Y \cdot F(Y) \right]}{\frac{1}{2} Y \cdot F(Y) - \left[\int_0^Y F(y) dy - \frac{1}{2} Y \cdot F(Y) \right]}$$

$$F(y) = C \cdot y^{\frac{1}{1+h}} \quad \dots(5)$$

となる。ここで C は骨格曲線の全体的な勾配（剛性）を規定する定数である。

(3) 1自由度質点系の応答解析

地震動加速度 \ddot{x} に対する弾塑性応答は(6)式を時刻歴に解析することで得られる。

$$m\ddot{y} + Q(y) = -m\ddot{x} \quad \dots(6)$$

ここで m は質点系の質量であり、1kgに基準化する。また、 $Q(y)$ は復元力であり、(5)式で求めた骨格曲線をIwanモデルに変換した演算子に変位 y を入力することで、ヒステリシス・ループ上の復元力が与えられる。骨格曲線の離散化にあたっては復元力の最大値を $50 \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{sec}^2$ とし、この間の骨格曲線を変位について等間隔として1000分割した。ただし、減衰定数 h が20%の場合は精度を保つため、2秒以上の長周期で復元力の最大値を $5 \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{sec}^2$ とした。

時刻歴解析では時刻 t での加速度と変位を与件として線形加速度法で $t + \Delta t$ での変位を求め、(6)式のつりあいから収束計算によって Δt 間の加速度増分を計算している。

3. 解析結果

神戸海洋気象台で観測された兵庫県南部地震（1995年）の地震動（NS成分）について、減衰定数 h を5%としたときの弾塑性系と粘弾性系の加速度

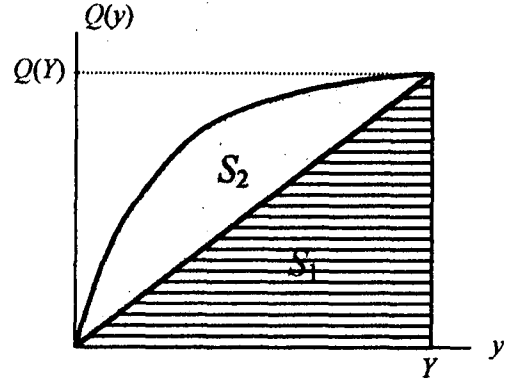


図-4 弾塑性系の弾性エネルギー

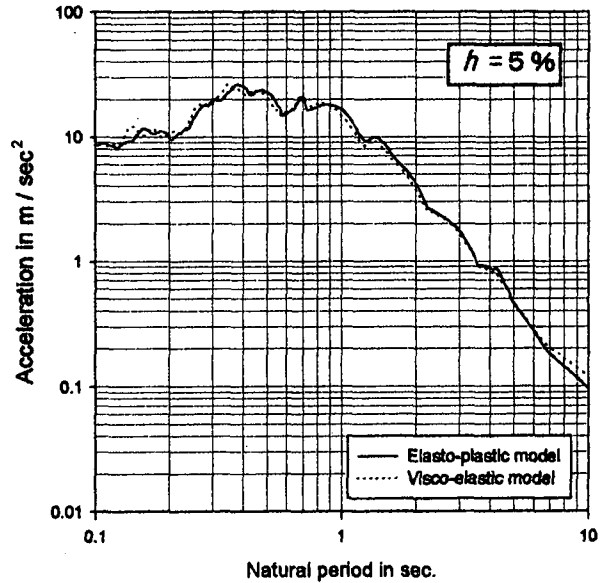


図-5 神戸海洋気象台で観測された兵庫県南部地震の加速度応答スペクトル

応答スペクトルを図-5に示す。周知のように、弾塑性系では周期を規定するための剛性率を粘弾性系のように明確に定義することはできない。また、(5)式の骨格曲線は、既存の復元力特性のような初期剛性部分をもたないことから、初期剛性をもとに周期を定義することができない。このため、周期を規定する剛性率として、最大応答変位とこのときの復元力によって規定される割線剛性を採用した。図から明らかなように、弾塑性系と粘弾性系の応答スペクトルはよい一致を示している。

固有周期が1.14秒のときの弾塑性系と粘弾性系について、変位応答と消費されるエネルギーの時刻歴解析結果を図-6に示す。最大応答を含む強制振動の部分では両者の応答変位はよく一致しているが、減衰振動が卓越する12秒以降では、減衰機構のちがいを反映して差が見られる。また、消費されるエネルギーは塑性と粘性とも5秒付近の主要動で急激に増加するとともに、1.14秒の周期では塑性によって消費されるエネルギーの方が粘性によるものよりも大きくなっている。

塑性および粘性によって消費されるエネルギーをスペクトルの形で表示した結果が図-7である。塑性と粘性によるエネルギー消費量は、2秒以上の長周期部分をのぞくと比較的よく一致している。また、スペクトルのピークは加速度応答スペクトルよりも明瞭に現れている。

鳥取県西部地震（2000年）の際に防災科学技術研究所のkik-netによって日野で観測された地震動（NS成分）について、減衰定数 h を5%と10%、20%としたときの弾塑性系の消費エネルギー・スペクトルを図-8に示す。固有周期は各減衰定数での最大変位とこのときの復元力によって規定される剛性率をもとに計算している。

減衰定数 h が5%のとき、塑性によって消費されるエネルギーの最大値は、日野での解析値の方が神戸海洋気象台での値に比べて2倍以上大きく、その固有周期もほぼ等しい。減衰定数を変化させた日野の解析結果では、消費されるエネルギーの最大値は減衰定数が大きくなるにしたがって漸減するとともに、最大となる周期は長周期に移行するのが見られる。減衰定数の増加は消費エネルギーの増大をもたらすが応答も抑制される結果、最大値は減少すると考えられる。また、このスペクトルの包絡線は、計算された減衰定数の幅での消費エネルギーの最大値を与えることから、構造物の損傷程度を表す指標として利用できる可能性がある。

4. おわりに

この報告では構造物の損傷の程度を表す指標として、塑性変形によって消費されるエネルギーのスペクトル表現の方法について検討した。提案した骨格曲線によって解析される消費エネルギーは、その数値の絶対値には意味はないが、ことなる地震動について、どの周期がどの程度、構造物の損傷に寄与するかという相対的な比較は可能である。

謝辞： 解析にあたって、神戸海洋気象台の地震動は気象庁の観測記録を、鳥取県西部地震での日野の地震動は防災科学技術研究所の観測記録を使用しました。記して感謝します。

参考文献

- 1) Iwan, W. D.: A Distributed - Element Model for Hysteresis and Its Steady - State Dynamic Response, J. of Applied Mechanics, December, pp. 893 - 900, 1966.
- 2) 石原研而：土質動力学の基礎，鹿島出版会，1976.
- 3) 大崎順彦：新・地震動のスペクトル解析入門，鹿島出版会，1994.

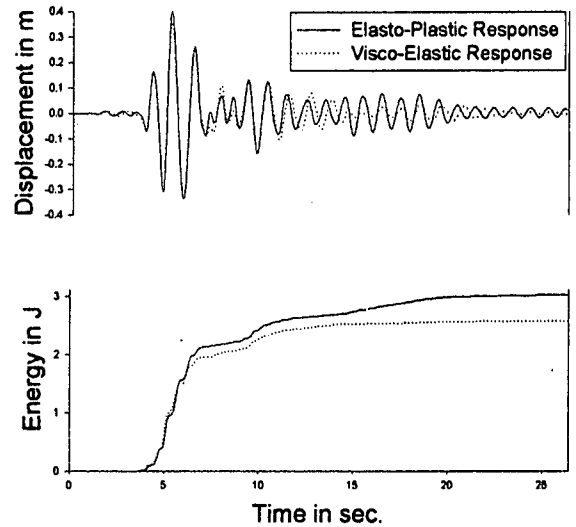


図-6 固有周期が1.14秒での変位（上図）と消費されるエネルギー（下図）の時刻歴応答

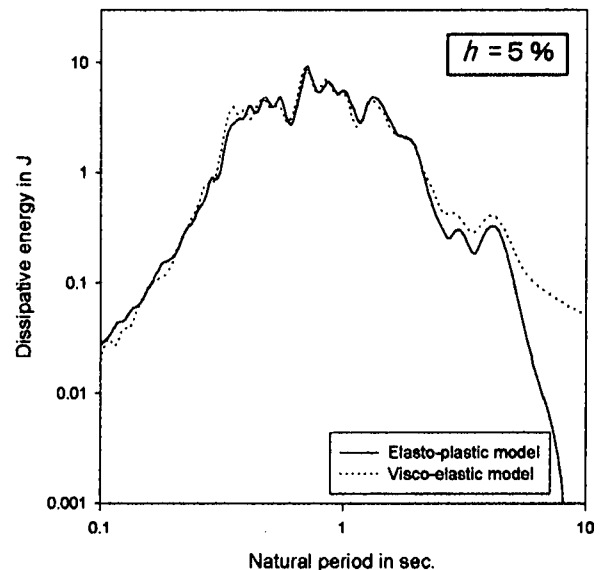


図-7 弾塑性系と粘弾性系の消費エネルギー・スペクトル（神戸海洋気象台の記録， $h=5\%$ ）

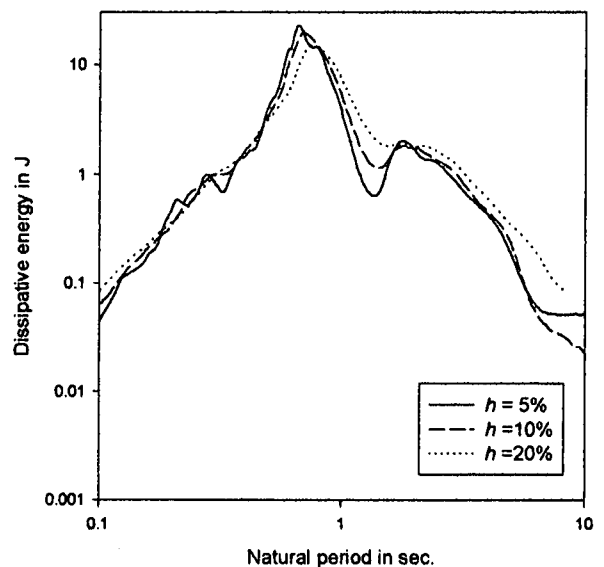


図-8 弾塑性消費エネルギー・スペクトル（kik-netによる日野の記録）