

兵庫県南部地震における地盤の非線形挙動（その2）

佐藤工業（株） 末富岩雄，吉田望

地震後行われた様々な地盤構造に関する調査結果に基づいて，地盤の非線形挙動に着目した検討（基盤と地表の増幅率，最大地動分布の推定）を行い，また一次元等価線形解析により基盤地震動の逆推定を行った。その結果，以下に述べる事が明らかになった。

- 1) 震源近傍では，最大加速度はⅠ種地盤，最大速度・計測震度はⅡ種地盤，最大変位はⅢ種地盤で大きい傾向にある。
- 2) 三宮断面に関する一次元解析の結果，地盤の非線形化挙動により湾岸部では周期1.2秒付近から短周期側では三宮駅付近より小さくなるが，周期2秒付近は湾岸部の方が大きい。また，最大加速度分布は加速度応答スペクトルの0.5秒，最大速度分布は2秒，計測震度分布は周期1.2秒と調和的である。
- 3) 神戸市域における大阪層群上面での基盤入射波スペクトルを等価線形解析により評価した。

1 はじめに

筆者ら¹⁾は1995年兵庫県南部地震の際，沖積粘性土と埋立地盤で非線形挙動が卓越し，湾岸部では最大加速度が著しく小さくなること等を示した。その後，様々な地盤構造に関する調査が行われ，その成果もかなり公表されつつある。そこで，本論では最新の情報に基づいて改めて浅層地盤の非線形挙動に着目した検討を行い，非線形挙動が地震動に与えた影響を明らかにする。

2 観測記録からみた非線形挙動

筆者ら¹⁾は地盤種別毎に，最大加速度と最大速度について基盤と地表との増幅率を求め，顕著な地盤の非線形挙動が生じたことを示した。その後，さらに地震観測記録や地盤調査結果が公開されている。Sawada et al.²⁾は強震観測地点の地盤を rock, stiff, normal, soft の4種類に分類している。rock と stiff は道路橋示方書におけるⅠ種地盤，normal はⅡ種地盤，soft はⅢ種地盤に相当する。Sawada et al.に基づき，文献1)で用いたデータの修正・追加を行って得られた基盤と地表の最大加速度，最大速度（両者とも水平2成分の合成値）

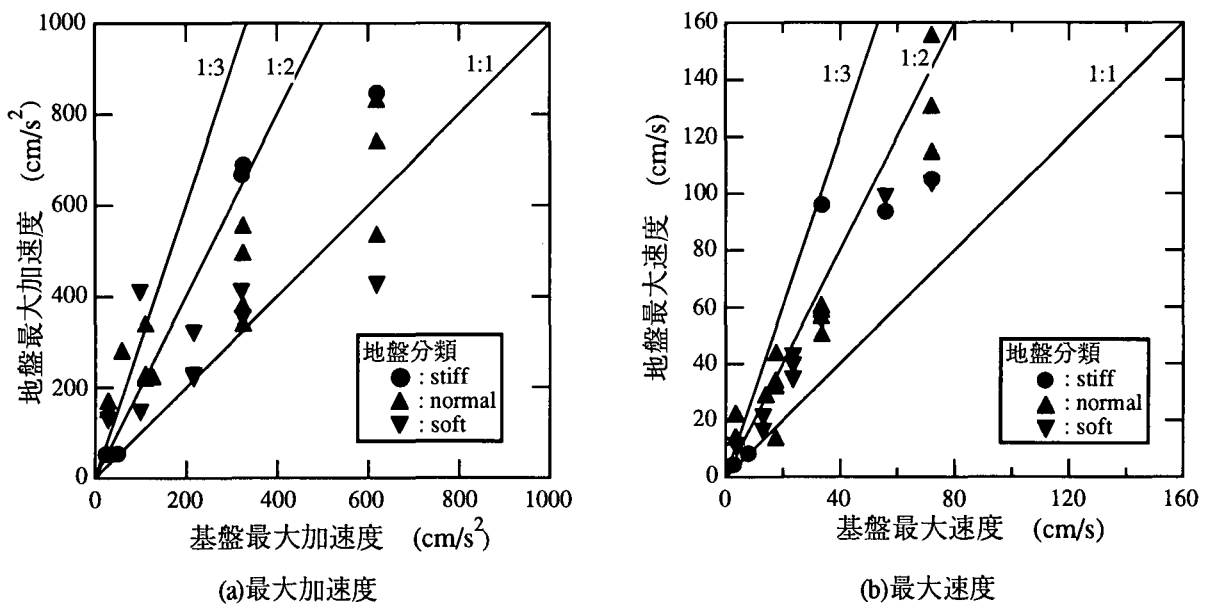


図1 基盤と地表の最大応答値の関係

キーワード：地震動，非線形，等価線形解析，基盤地震動

佐藤工業（株）中央技術研究所 03-3661-2298

表1 主な観測記録の最大地動パラメータ
(水平2成分の合成値)

観測点	PGA (cm/s ²)	PGV (cm/s)	PGD (cm)	計測震度
神戸海洋気象台 (I種地盤)	848	105	26.8	6.41
葺合供給所 (II種地盤)	834	131	49.2	6.49
JR 鷹取駅 (II種地盤)	743	156	49.0	6.48
新神戸変電所 (I種地盤)	669	94	29.5	6.18
神戸港工事事務所 (II種地盤)	538	115	45.2	5.91
ポートアイランド (III種地盤)	426	103	49.3	5.93
東神戸大橋 (III種地盤)	411	99	57.6	5.90
神戸大学 (岩盤)	322	56	15.1	5.66

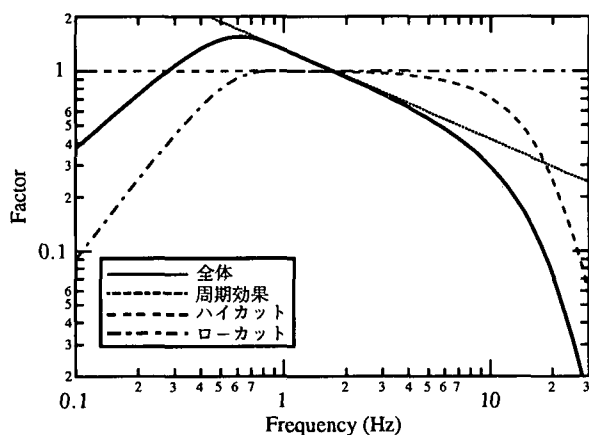


図2 計測震度の算出に用いたフィルター

の関係を図1に示す。文献1)と同様に基盤記録としては10km以内にある岩盤または地中の記録を用いている。基盤最大加速度が200cm/s²以下では、最大加速度はII種地盤、III種地盤で大きく増幅されるが、基盤最大加速度が300 cm/s²を越えると、逆にI種地盤での地表最大加速度が最も大きくなり、III種地盤では地表の最大加速度が基盤最大加速度よりも小さくなる場合も見られる。一方、最大速度の増幅率の低下は最大加速度ほど顕著ではなく、II種地盤で大きな増幅を示している。したがって、断層から遠いところ(震央距離50km程度以上)では、従来のイメージ通り軟弱地盤

ほど揺れやすいと言えるが、断層近傍では地震動の大きさを表す指標として何を採用するかによって揺れの大きさの度合いが異なると考えられる。

断層近傍の8点の主な観測点における最大加速度(PGA)、最大速度(PGV)、最大変位(PGD)、計測震度を表1に示す。計測震度は平成8年から使われている新しい計算法で算出した³⁾。なお、葺合供給所については、水平2成分の記録のみから算出している。最大加速度はI種地盤およびII種地盤、最大速度はII種地盤、最大変位はIII種地盤、計測震度はII種地盤で大きいことがわかる。計測震度は加速度記録から算出されるが、図2に示すようなフィルター処理が行われているので、加速度と速度の中間的な性質を有している⁴⁾。これは、最大速度の傾向に近い。

これまでに、この地震の最大加速度、最大速度は全体的には既往の距離減衰式と良く対応する⁵⁾、最大地動パラメータ間には良い相関が見られる⁴⁾、などが報告されているが、断層近傍に関しては上述のように最大地動パラメータの選択により、揺れの大小の評価は異なることになる。表1では、最大加速度が大きい順に並べてあるが、最大速度や最大変位に着目すれば順番は異なる。このことは、兵庫県南部地震のみにおける特徴ではなく、世界中の記録を比較した例⁶⁾でも最大地動パラメータの選択により順位は異なっていることが報告されている。最大地動パラメータ間の相関が高ければ、耐震設計を行う際の入力地震動を規定するパラメータの選択による結果への影響は大きくないが、断層近傍の記録を扱う場合には、構造物の特性を考慮して最大地動パラメータを規定する必要があると考えられる。

3 浅層地盤の非線形特性と地震動分布の関係

文献1)では三宮駅付近を通る南北断面について一次元等価線形解析を数点で行い、表層地盤の非線形挙動により最大加速度、最大速度が変化する様子を示した。前項で述べたように地盤の非線形化の影響の度合いは最大地動パラメータにより異なるので、周波数特性に着目して再検討を行う。文献1)と同じくポートアイランドGL-83mでの基盤入射波を、 $V_s=500\text{m/s}$ とした大阪層群上面位置に入力した。

ボーリング柱状図が得られている各点での得られた加速度応答スペクトル(減衰5%)を図3に示す。

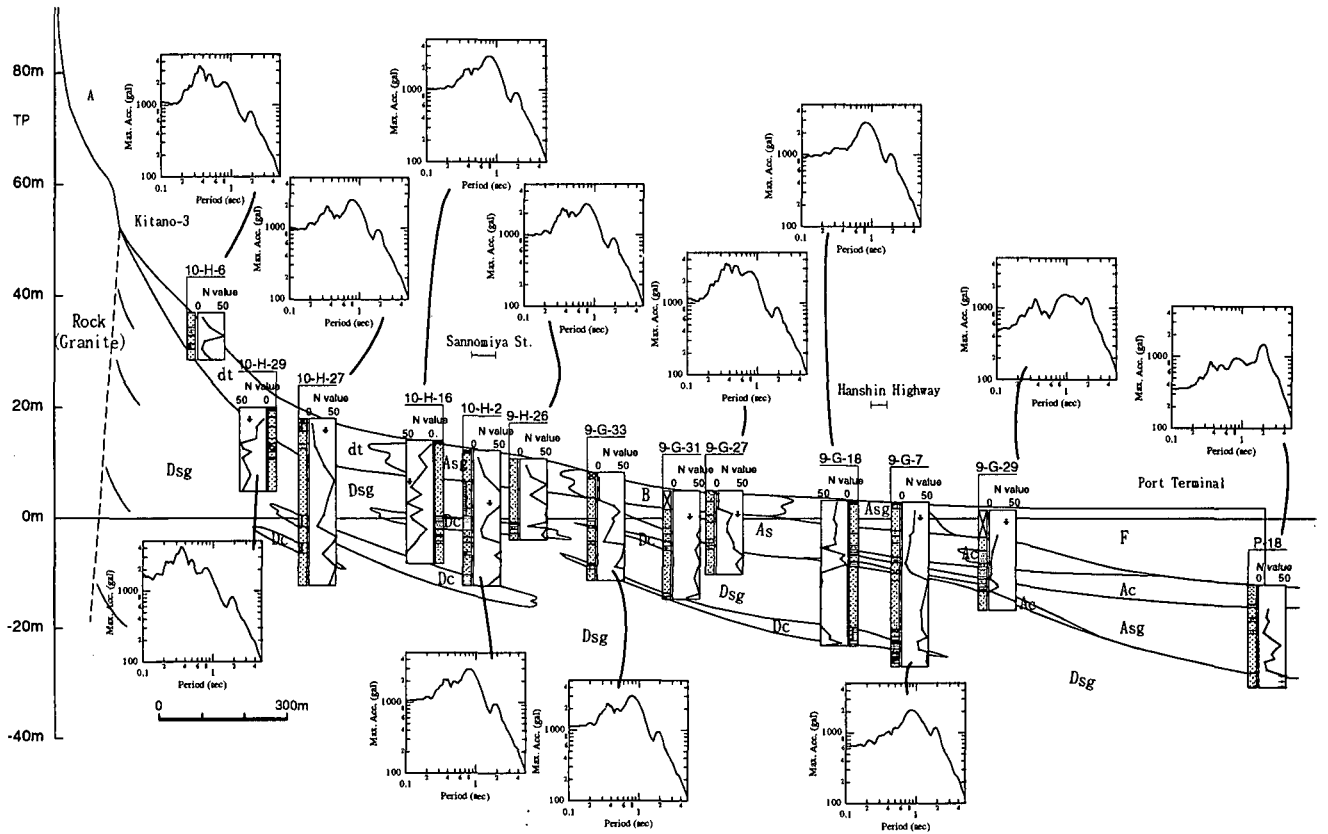


図3 三宮駅を通る断面の表層地盤と解析により得られた加速度応答スペクトル

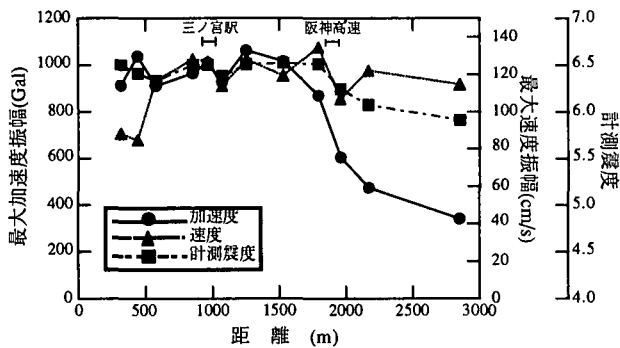


図4 三宮断面における最大応答値の分布

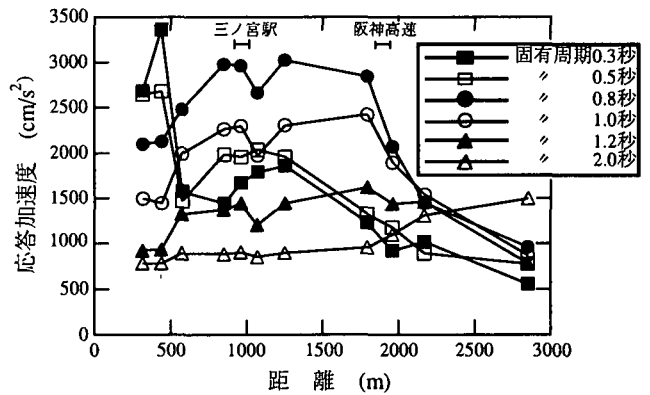


図5 応答加速度の分布

最大加速度，最大速度，計測震度（1成分のみで算出）の分布を図4に，図3に示した加速度応答スペクトルの固有周期0.3，0.5，0.8，1.0，1.2，2.0秒での値の分布を図5に示す。

最大加速度は山側では大きな変化はないが，1500m付近より海側では急激に低下している。図3の断面図と比較すると，この傾向は沖積粘性土が地層に現れると顕著になる事が分かる。一方，最大速度は500mより山側では小さくなっているものの，湾岸部での低下はそれほど大きくない。最大速度については地盤の非線形化による増幅倍率の低下が顕著でないことは，観

測記録に関する図1の結果と整合するものと考えられる。しかしながら，表1に示した観測値に比べ場所による差が小さい。計測震度は，湾岸部で小さくなり，山側で小さくなっていないという点で最大加速度に近い傾向を示している。

図3に示す加速度応答スペクトル（減衰5%）を見ると，短周期成分は山側で大きく海側で小さいのに対し，やや長周期成分は逆に海側で大きい傾向がある。周期0.3秒，0.5秒の短周期は，図4，5の距離500mより山側で著しく大きい。0.8秒，1.0秒の中周期は三ノ宮駅付近から阪神高速道路の北で大きくほぼ震度7の

地域に対応する。周期1.2秒でも同様の傾向であるが、顕著ではない。周期2秒では海側へ行くほど大きくなっている。したがって、地盤の非線形化による揺れの低減は、周期1秒以下で顕著に起こり、周期2秒以上では起こらないと考えられる。その中間(周期1.2秒)はちょうど遷移する部分と言える。

図4で示した最大地動パラメータのうち、最大加速度は0.8秒以下の短周期、最大速度は2秒、計測震度は1.2秒と対応した傾向を示している。計測震度の算出には図2のフィルターを用いるので、周期1.2秒と対応するのは当然と言える。

以上の検討から、いわゆる震災の帯と呼ばれる震度7の地域の地震動への地盤の非線形挙動の影響について考察する。この部分は図4,5においておよそ500mから1500mの間である。海側の境界については、表層地質、液状化地域、震災の帯の3者の境界は良く一致している。図5の結果から、固有周期1.2秒程度以下の構造物については、地盤の非線形挙動、特に液状化による地震動の低減の恩恵を受け、湾岸部では被害が少なかったものと考えられる。

山側の境界については、固有周期0.8~1.0秒については山側での応答加速度が明らかに小さくなるものの、0.5秒以下では逆に山側の方が大きく、また長周期側では差が見られない。深部地盤構造による影響については、一次元で概ね説明できるという考え⁷⁸⁾と、二次元・三次元解析により直達波と堆積層表面波の干渉(basin edge effect)を考慮する必要があるという考え⁹¹⁾がある。山側の境界については深層地盤構造を考慮した方が、震災の帯の境界付近での地震動の差異が明瞭になると考えられる。

4 基盤入射波スペクトルの逆推定

前項ではポートアイランドの地中記録を用いて得られた基盤入射波を大阪層群上面に入力した。任意の地点の地震動を推定するには、できるだけ対象地点に近いところで観測された記録を用いて基盤入射波を逆算するか、断層モデルにより算出するかの2つの方法が考えられる。必ずしも適切な観測記録が対象地点の近くで得られているとは限らないし、断層モデルでは1秒以下の短周期成分を表現することは困難である。両者を折衷した佐藤・他⁷⁾の方法を用いる場合でも、神戸海洋気象台のように局所的な地形の影響を受

けた記録やポートアイランドのように液状化した記録をそのまま用いて補間するよりも、表層の影響を除去した工学的基盤波で補間する方が合理的である。いずれにせよ、神戸市域での観測記録から基盤入射波スペクトルを評価することは重要である。ここでは、神戸海洋気象台、ポートアイランド、関西電力(株)新神戸変電所、大阪ガス(株)葺合供給所、JR 鵜取駅の5地点での観測記録について検討を行う。5地点とも、N40W° - S40E°の方向成分について検討を行った。この方向は推定断層と直交する方向、観測記録の変位軌跡の卓越方向に概ね対応している。解析対象振動数は10Hz以下とする。

1)神戸海洋気象台

周辺より20m程度高い丘陵上に位置しているため、2次元動的FEM解析により、大阪層群上面での基盤入射波を算出する。川瀬・林¹⁰⁾に基づいてモデル化を行ったが、本論で対象としているのは大阪層群上面であるので、水平方向・上下方向とも川瀬・林によるモデル化領域の一部を取り出したような形とし、メッシュの大きさは川瀬・林よりも小さくして10Hzまで考慮した。

2)ポートアイランド

一次元等価線形解析(SHAKE)⁷⁹⁾により、地中GL-83mの記録から入射波成分を分離する。埋土部分は吉田¹¹⁾によるモデル化に従い、沖積層、洪積層については、地震後に神戸市開発局により行われた詳細な地盤調査結果¹²⁾に基づき地盤をモデル化した。

3)関西電力(株)新神戸変電所

松本・他¹³⁾により詳細な地盤調査の結果と一次元等価線形解析(杉戸の方法¹⁴⁾)による基盤地震動の推定結果が報告されている。本論で対象としている大阪層群はこの地点では見られないので、花崗岩風化部上面(GL-33m)での基盤入射波を松本・他に基づいて算出した。

4)大阪ガス(株)葺合供給所

この地点での地盤に関する情報は、周辺でのボーリング資料のみである。本震直後の余震記録が得られており、ポートアイランドでも対応する観測記録が得ら

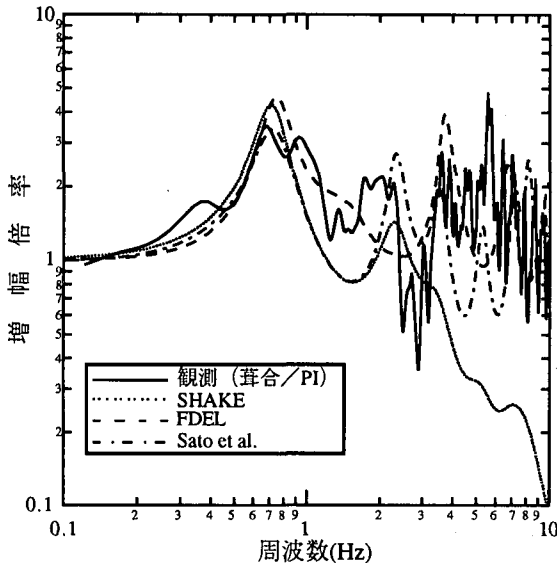


図6 葦合における伝達関数

表2 葦合供給所における計算で用いた地盤モデル

No.	土質	層厚(m)	密度 (t/m ³)	S波速度 (m/s)
1	盛土	2.0	1.7	150
2	砂	4.0	1.8	200
3	沖積砂礫層	2.5	1.9	240
4	砂・シルト	1.5	1.7	180
5	第1洪積砂礫層	30.0	2.0	350
6	洪積粘性土(Ma12)	20.0	1.9	300
7	第2洪積砂礫層	—	2.2	500

れているので、ポートアイランドGL-83mでの観測記録と葦合での観測記録のベクトル・スペクトル比¹⁵⁾を算出し、これと概ね対応するようにS波速度構造を定めた(表2)。動的変形特性としては、神戸商船大学¹⁶⁾、ポートアイランド¹²⁾等での試験結果を適用した。

本震について一次元等価線形解析により得られた伝達関数と、ポートアイランドGL-83mでの観測記録とのスペクトル比の比較を図6に示す。図6には、通常のSHAKE、周波数依存型の等価ひずみを用いる等価線形解析(杉戸・他¹⁴⁾の方法:FDEL)、散乱減衰等による減衰の周波数依存性を考慮した佐藤・他の方法¹⁷⁾による結果を比較して示している。SHAKEでは観測値に比べ明らかに3Hz以上の成分の増幅が小さすぎるのに対し、減衰の周波数依存性を考慮した杉戸の方法、佐藤・他の方法では3Hz以上でもある程度表現できていることがわかる。関西電力(株)総合技術

研究所のように非常に詳細な地盤調査結果に基づく解析結果¹⁸⁾ではSHAKEで非常に良く地震動を再現できており、どの手法が優れているかを結論づけることは容易でない。しかしながら、図6で示したように地盤情報が不十分なサイトでは、SHAKEを用いた場合、高振動数域で増幅率が小さくなりすぎる場合が多い。特に基盤を逆推定する場合、基盤地震動の高振動数成分が大きくなりすぎ、地中の最大加速度が1gを越えるということもしばしば起こりうる。今回のように、不十分な地盤情報で基盤地震動を逆推定する場合には、減衰の周波数依存性を考慮することにより、高振動数域での増幅率が著しく小さくなることを防ぐ必要がある。佐藤・他の方法では逆解析に基づきべき数を決定する必要があるが(本検討では-0.7を用いた)、神戸市域での検討例が少ないので、ここでは杉戸の方法による結果を用いることとする。

5)JR 鷹取駅

この地点での地盤に関する情報は、ボーリングデータと常時微動観測の結果¹⁹⁾のみである。軟らかい盛土(層厚2.5m)、沖積砂層(層厚10m)の下に洪積砂礫層と大きく3分割し、洪積砂礫層の厚さは常時微動の卓越周波数約2Hzと対応するように設定した。動的変形特性としては、神戸商船大学¹⁶⁾、ポートアイランド¹²⁾等での試験結果を適用した。葦合供給所と同様に、一次元等価線形解析(杉戸の方法:FDEL)により、基盤入射波を算出した。

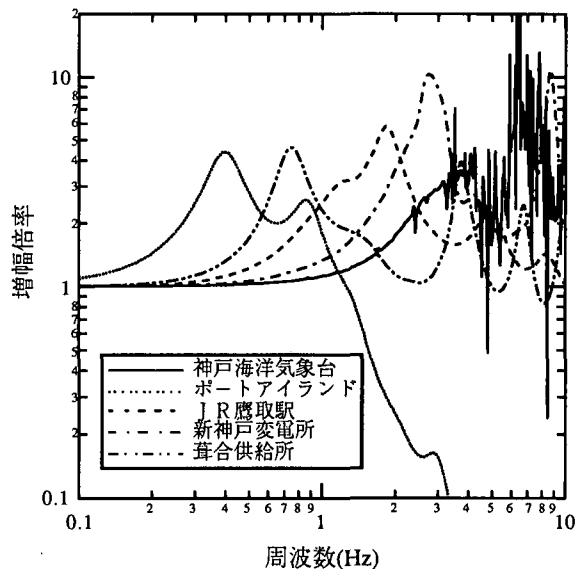


図7 5地点の伝達関数の比較

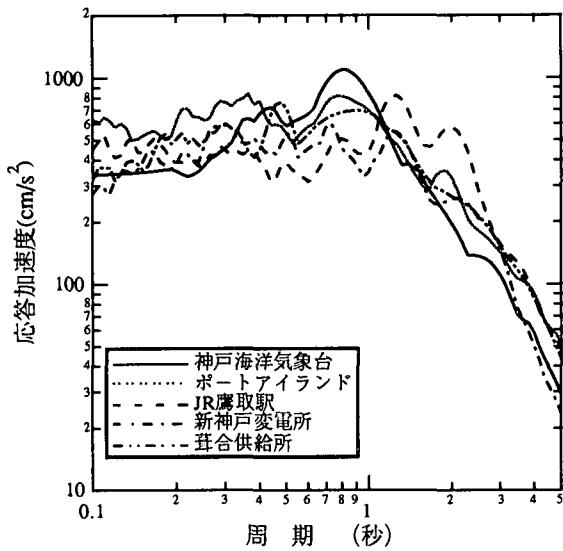


図8 工学的基盤入射波の加速度応答スペクトル（減衰5%）の比較

以上の5地点での大阪層群上面相当との伝達関数の比較を図7に、基盤入射波の加速度応答スペクトル（減衰5%）の比較を図8に示す。地点により地盤の伝達関数は大きく異なっているが、いずれの地点でも概ね基盤入射波のスペクトルは0.1秒から1秒まで500cm/s²前後で平坦であり、表層地盤の特性により地点間の地震動特性の差異が現れていることがわかる。神戸海洋気象台、ポートアイランド、葦合供給所に見られる0.8秒、JR 鷹取駅、新神戸変電所に見られる1.2秒、JR 鷹取駅、ポートアイランドに見られる2秒のピークは、震源特性や深層地盤構造の影響を反映したものと考えられる。5点の内、JR 鷹取駅のみが震度7の地域内にあり、そのJR 鷹取駅の記録において周期1～2秒の成分が大きいことは、直達波と堆積層表面波との干渉により震度7の地域で地震動が大きかったことを示すものと考えられる。しかしながら、鈴木・他²⁰⁾の様長田区での余震観測・常時微動観測の結果は、一次元モデルで説明できるという意見もある。JR 鷹取駅は他の地点に比べ地盤情報が充分でないこと、等価線形解析の適用範囲の目安である1%を越えるせん断ひずみが発生していることを考えると、ばらつきの範囲とも言え、今後地盤モデル、解析手法とも、詳細な検討が必要と思われる。

図9に基盤入射波の加速度波形を示す。絶対時刻が明確でない記録もあるため、時刻は図中で統一されていない。図8に示したスペクトルでは地点間の相違は

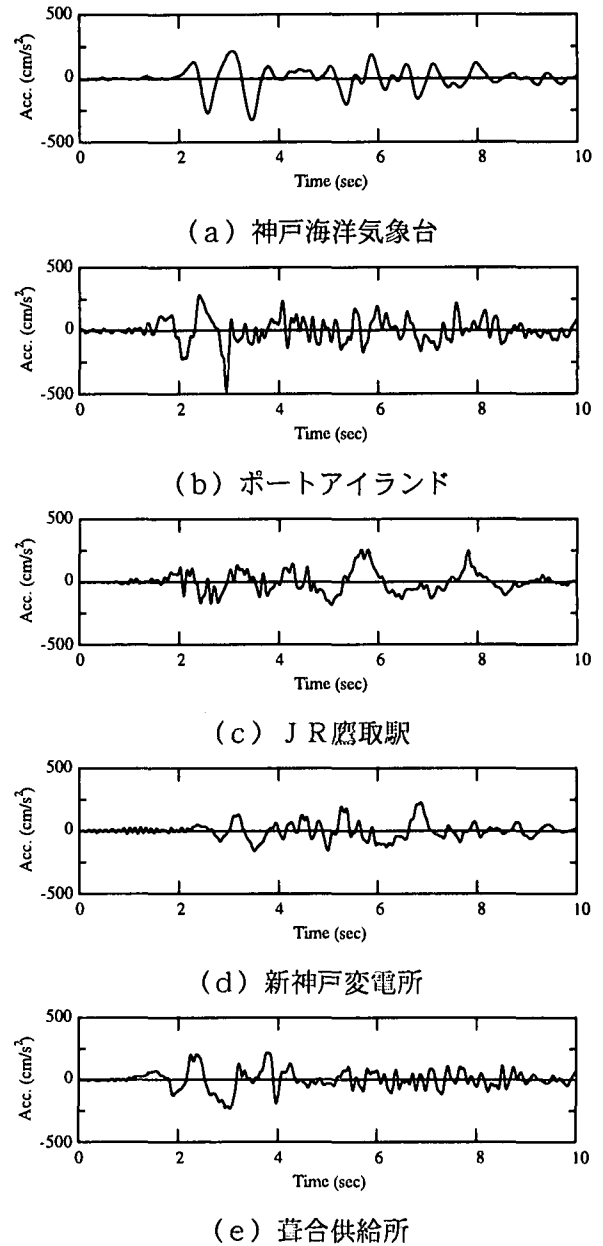


図9 工学的基盤入射波の加速度波形の比較

地表での相違に比べ小さくなったが、波形には地表で見られた地点毎の特徴が基盤においても見られる。5Hzより高い振動数については、等価線形解析の精度の問題や地盤の不均質による散乱等の影響があり、観測点間に共通性・相関性が見られないのはやむを得ないと思われる。周期1秒程度のやや長い成分に着目すると、中央区にある3点（神戸海洋気象台、ポートアイランド、葦合供給所）の波形は似通っており、最初の2波が大きい。新神戸変電所では図9の時刻7秒付近が最大となるが、これはいわゆる第3の破壊に対応するものである。JR 鷹取駅でも後からくる時刻6秒付近の波が大きく、中央区で観測された記録と異なる。

表3 基盤地震動の最大地動パラメータ

観測点	PGA (cm/s ²)	PGV (cm/s)	PGD (cm)	計測 震度
神戸海洋気象台	641	87	25	6.18
ポートアイランド	616	72	27	5.61
JR 鷹取駅	481	109	37	6.05
新神戸変電所	333	80	27	5.66
葺合供給所	356	79	33	5.74

中村・他¹⁹⁾は他の観測点が断層進行方向に位置しているのに対し、鷹取駅が断層通過域に位置するために鷹取駅の波形が他と異なると推察し、詳細は今後の検討課題としている。現段階で十分な解明を行うことは困難であり、今後、観測記録からと震源からと両方からの検討を積み重ね、震源特性の影響、深層地盤構造の影響、浅層地盤の非線形増幅特性の影響を抽出していく必要がある。

5地点での基盤入射波の最大加速度(PGA)、最大速度(PGV)、最大変位(PGD)、計測震度を表3に示す。地表観測記録の比較を行った表1に比較して、観測点間の差異は小さくなっており表層地盤の影響をある程度除去したこと、深層地盤が深いところで変位が大きい傾向にあることがわかる。

5 まとめ

兵庫県南部地震の際の地盤の非線形挙動およびそれが地震動に与える影響を様々な観点から検討した。その結果次のような事が分かった。

- 1) 震源近傍では、顕著な地盤の非線形化現象が数多く起こった。その結果、最大加速度はⅠ種地盤、最大速度・計測震度はⅡ種地盤、最大変位はⅢ種地盤で大きいという傾向になった。
- 2) 三宮断面に関する一次元解析の結果、地盤の非線形化挙動により湾岸部では周期1.2秒付近から短周期側では三宮駅付近より小さくなるが、周期2秒付近は湾岸部の方が大きい。また、最大加速度分布は加速度応答スペクトルの0.5秒付近、最大速度分布は2秒付近、計測震度分布は周期1.2秒付近と調和的である。
- 3) 神戸市域における大阪層群上面での基盤入射波スペクトルを等価線形解析により評価し、表層地盤の影響を除去して震源特性、深層地盤構造の影響を抽出

した。

地震から2年近く経ち、計算の精度は高まってきたものの、まだ不十分な点が多く、今後さらに詳細な検討が必要である。

謝辞 本報告では、気象庁 87 型電磁式強震計波形データ、関西地震観測研究協議会・神戸市・運輸省港湾技術研究所・建設省土木研究所・地震情報利用研究協議会(FDシリアル番号R-009)¹⁹⁾・関西電力株式会社・大阪ガス株式会社による観測記録を使用させていただきました。記して関係各位に感謝いたします。

参考文献

- 1) 吉田望, 末富岩雄, 中村晋, 規矩大義: 兵庫県南部地震における地盤の非線形挙動, 阪神・淡路大震災に関する学術講演会論文集, pp.117-124, 1996年1月
- 2) Sawada, S., J. Ejiri, K. Toki and Y. Goto: Strong Ground Motion Records, The 1995 Hyogoken-nambu Earthquake - Investigation into Damage to Civil Engineering Structures-, Committee of Earthquake Engineering, Japan Society of Civil Engineers, pp.7-14, 1996.6
- 3) 斎藤祥司: 新しい震度観測について, 土木学会誌, Vol.81, pp.44-45, 1996年5月
- 4) 童華南, 山崎文雄, 清水善久, 佐々木裕明: 計測震度と従来の地震動強さ指標の対応関係, 土木学会第51回年次学術講演会, pp.458-459, 1996年9月
- 5) 入倉孝次郎: 兵庫県南部地震の強震動の特徴, 平成6年度文部省科学研究費研究成果報告書(平成7年兵庫県南部地震とその被害に関する調査研究, 課題番号06306022) 研究代表者 藤原悌三, pp.103-119, 1995年3月
- 6) Naem, F.: On Seismic Design Implications of the 1994 Northridge Earthquake Records, Earthquake Spectra, Vol.11, No.1, pp.91-109, 1995.
- 7) 佐藤忠信, 塩見祐二: 震度7の帯内において最大地震動を推定することは可能か, 阪神・淡路大震災に関する学術講演会論文集, pp.45-52, 1996年1月
- 8) 新井洋, 時松孝次, 浅香美治: 微動観測から推定した神戸住吉地区の地下構造と地震動特性, 第31回地盤工学研究発表会, 1996, pp.1109-1110
- 9) Pitarka, A., K. Irikura and T. Kagawa: Source complexity of the January 17, 1995 Hyogoken-nambu Earthquake determined by near-field strong motion

- modeling:Preliminary results, J.Natural Disaster Science, Vol.16, No.3, pp.31-37, 1995
- 10)川瀬博・林康裕：兵庫県南部地震時の神戸市中央区での基盤波の逆算とそれに基づく強震動シミュレーション，日本建築学会構造系論文集，第480号，pp.67-76，1996年2月
- 11)吉田望：1995年兵庫県南部地震におけるポートアイランドの地震応答解析，土と基礎，Vol.43, No.10, pp.49-54，1995
- 12)神戸市開発局：兵庫県南部地震による埋立地地盤変状調査（ポートアイランド、六甲アイランド）報告書，1995年8月
- 13)松本正毅，小池章久，澤田義博：兵庫県南部地震強震動観測地点における基盤地震動特性，阪神・淡路大震災に関する学術講演会論文集，pp.81-84，1996年1月
- 14)杉戸真太・合田尚義・増田民夫；周波数特性を考慮した等価ひずみによる地盤の地震応答解析法に関する一考察，土木学会論文集，No.493, pp.49-58，1994年6月
- 15)中村晋；ベクトルスペクトルによる地震動の増幅特性評価とその適用，土木学会論文集，No.519, pp.161-173，1995年7月
- 16)岩田知孝，入倉孝次郎，土岐憲三，笹谷努，工藤一嘉，瀬尾和夫，横井俊明：神戸市及びその周辺部の地下構造探査，平成7年度文部省科学研究費（総合研究A）研究成果報告書（課題番号07300005）研究代表者 藤原悌三，pp.2-21~49，1996年3月
- 17)佐藤智美・川瀬博・佐藤俊明；観測記録から同定した地震動の統計的特性と地盤の非線形性を考慮した強震動予測，日本建築学会構造系論文集，第463号，pp.27-37，1994年9月
- 18)副田悦生，加藤要一，松田豪司，竹澤請一郎，前川太：鉛直アレー強震記録の地震応答解析例，土木学会第51回年次学術講演会，pp.356-357，1996年9月
- 19)中村豊，上半文昭，井上英司：1995年兵庫県南部地震の地震動記録波形と分析（Ⅱ），JR地震情報No.23d，財団法人鉄道総合技術研究所ユレダス開発推進部，1996
- 20)鈴木三四郎，堀家正則，工藤一嘉：神戸市長田区の地盤震動特性について その2：微動と地震動，日本建築学会大会学術講演梗概集（近畿），pp.295-296，1996年9月

Nonlinear Behavior of Ground during the 1995 Hyogoken-nanbu Earthquake (Part.2)

Iwao Suetomi and Nozomu Yoshida

The nonlinear behavior of the ground subjected to earthquake load is discussed through the various analyses and comparisons with the records observed the 1995 Hyogoken-nanbu earthquake. Analysis of the observed records shows that the softer the ground, the ratio of the PGA at the ground surface to the bedrock becomes smaller. The ratio is especially small at the sites where liquefaction occurred. Through the equivalent linear analysis carried out on the section passing the Sannomiya station, existence of the Holocene clay, a soft clay layer, and its thickness affect the response of the ground very much. It is also shown that there was no deamplification effect due to the nonlinear behavior of subsoils in the areas called as the band of earthquake disaster where damage to houses were especially severe. Incident wave spectra at bedrock are estimated for several observation records by the one-dimensional equivalent linear analysis.