

# 引張試験に基づく材料定数をパラメータとする 鋼材の繰り返し構成則

奈良 敬\* , 村上茂之\*\* , 小西隆史\*\*\*

\*正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科 (〒501-1193 岐阜市柳戸1番1)

\*\*正会員 博士(工学) 岐阜大学講師 工学部土木工学科 (〒501-1193 岐阜市柳戸1番1)

\*\*\*学生会員 岐阜大学大学院工学研究科土木工学専攻博士前期課程 (〒501-1193 岐阜市柳戸1番1)

本研究では、混合硬化則に2曲面モデルの概念を採り入れ、繰り返し載荷試験を必要とせず、引張試験から構成則の定数を決定できる構成則を開発した。この構成則を用い、弾塑性有限変位解析を行ない、板要素と補剛板が軸方向に繰り返し載荷を受けたときの弾塑性挙動について数値計算を行なった。さらに、その結果を修正2曲面モデルを用いた数値計算結果と比較することにより本構成則の妥当性を確認した。

Key Words: cyclic loading, constitutive model, tensile coupon test,  
steel plate, buckling

## 1. まえがき

地震時において、鋼構造物が繰り返し外力を受ける場合の挙動を正確に把握することは、鋼構造物の耐震性能を評価する上で重要である。そのためには、実構造物に使用されている鋼材の繰り返し塑性履歴を精度よく表現できる構成則が必要となる。また、実用性の観点から、構成則に含まれる定数が少なく、定数の決定法が簡潔で明瞭であることは、実構造物の耐震性能を予測する上で重要である。

構成則については、繰り返し荷重を受ける鋼材に発生するBauschinger効果をモデル化するために、Prager<sup>1)</sup>により、降伏曲面がひずみ増分の方向へ移動すると仮定する移動硬化モデルが提案された。その後、Ziegler<sup>2)</sup>はPragerの移動硬化モデルに降伏曲面の移動方向を応力の増分方向とする修正を施した。さらに、Dafalias-Popov<sup>3)</sup>は、より精度よく鋼材のひずみ硬化領域を表現するために、応力空間に、降伏曲面と境界曲面の2つの曲面を用いる2曲面モデルを開発した。この2曲面モデルを発展させた研究として、従来の降伏曲面および境界曲面に加え、仮想境界曲面および記憶曲面などを導入することにより、降伏棚での繰り返し挙動が表現できるShen・水野ら<sup>4)</sup>の修正2曲面モデル、単調載荷時の応力ひずみ曲線を直接利用し、鋼材の繰り返し塑性履歴を初期弾性域、単調載荷曲線の一部をなす領域、弾性遷移領域と非線形遷移領域からなる遷移領域によって表現する西村ら<sup>5)</sup>の修正2曲面モデルなどがある。これらの構成則は、高い精度で鋼材の繰り返し塑性履歴を表現できる

ものの、構成則の定数の決定には繰り返し載荷試験を必要とする。これらの構成則に対して、奈良ら<sup>6)</sup>は、繰り返し載荷試験を必要とせず、引張試験から得られるパラメータのみを使って、繰り返し挙動を表現した混合硬化則に基づく数値解析法を開発した。奈良らの混合硬化則は、弾性域の大きさの減少を考慮していないが、構成則の定数の決定方法が簡潔であり、実構造物の弾塑性繰り返し挙動を予測することができる。

そこで本研究では、混合硬化則に2曲面モデルの概念を採り入れ、繰り返し載荷試験を必要とせず、単調引張試験から構成則の定数を決定できる構成則を開発すると共に、この構成則を用い、板要素の弾塑性有限変位解析を行い、板要素と補剛板が軸方向に繰り返し載荷を受けたときの弾塑性挙動について数値計算例を示す。さらに、その結果を、修正2曲面モデルを用いた数値計算結果と比較、検討した結果について報告する。

## 2. 構成則の概要

本研究で用いる構成則は、降伏曲面と境界曲面の2つの曲面を用い、鋼材の応力ひずみ履歴を、弾性域、遷移領域、硬化領域の3つの領域に分類している。図-1に本研究で用いる構成則の概要、図-2に偏差応力空間における模式図を示す。ここで、 $r$ は境界曲面の半径、 $drc$ は境界曲面の半径の拡大である。降伏曲面・境界曲面は、von Misesの降伏条件、混合硬化則に従い、降伏曲面・境界曲面の中心の移動は、Ziegler則に従うものと仮定した。また、構成則に係る定数を、以下に示すよ

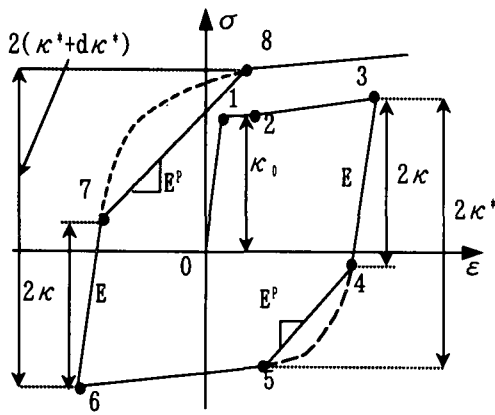


図-1 構成則の概要

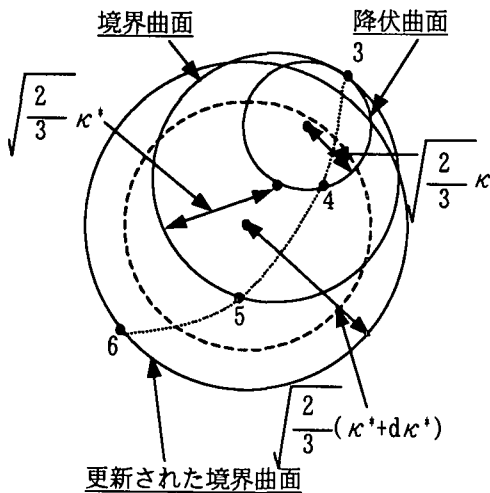


図-2 偏差応力空間

うに、引張試験から得られる材料定数を用いて与えるものと仮定した。以下に、図-1中の点1~8を示して、3つの領域について説明を加える。

### 2. 1 弾性域 (図-1点0-1, 点3-4および点6-7)

弾性域については、鋼材が繰り返し塑性履歴を受けるとBauschinger効果により弾性域の大きさは初期の弾性域の大きさより減少し、ある程度以上の繰り返し塑性履歴を受けると弾性域の大きさは一定値に収束することが明らかにされている<sup>4), 5)</sup>。本構成則では、繰り返し塑性履歴に伴う弾性域の大きさの変化を次式で示すように一定値で与える。

$$\frac{\kappa}{\kappa_0} = 0.6, \quad (1)$$

ここに、 $\kappa$  : 弾性域の大きさ、  
 $\kappa_0$  : 初期の弾性域の大きさ ( $\sigma_y$ )。

### 2. 2 遷移領域 (図-1点4-5および点7-8)

繰り返し载荷試験<sup>3-5, 7)</sup>によると、遷移領域は緩やかな曲線となるが、本構成則では簡素化のため簡単に直線で表現し、遷移領域の開始点と終了点を結ぶ直線の傾

き、すなわち接線塑性係数と累積相当塑性ひずみ<sup>7)</sup>の関係を以下の式によって与える。

$$E^P = E \left( 0.1 + \frac{0.9}{1.0 + \overline{\epsilon}^P / \epsilon_Y} \right), \quad (2)$$

ここに、 $E^P$  : 接線塑性係数、 $E$  : 弾性係数、  
 $\overline{\epsilon}^P$  : 累積相当塑性ひずみ、  
 $\epsilon_Y$  : 降伏ひずみ。

### 2. 3 硬化領域 (図-1点1-3, 点5-6および点8-)

硬化領域では、一般に応力ひずみ関係を降伏応力度 $\sigma_y$ 、降伏ひずみ $\epsilon_Y$ で無次元化した次式で与える。

$$\frac{\sigma}{\sigma_Y} = B \left( C + \frac{\epsilon}{\epsilon_Y} \right)^n = B \left( C + \frac{\epsilon_Y + \overline{\epsilon}^P}{\epsilon_Y} \right)^n, \quad (3)$$

ここに、 $B$ ,  $n$ ,  $C$  : 引張試験から得られる鋼材によって

決まる定数、

$\sigma_Y$  : 降伏応力度、

$\epsilon_Y$  : 降伏ひずみ、

$\overline{\epsilon}^P$  : 累積相当塑性ひずみ。

### 2. 4 境界曲面

境界曲面の半径の拡大 $d\kappa^*$ を次式によって決める。

$$d\kappa^* = H' d\overline{\epsilon}^P = \chi H_A d\overline{\epsilon}^P \quad (4)$$

ここで、 $H'$ は等方硬化率、 $d\overline{\epsilon}^P$ は相当塑性ひずみ増分であり、 $\chi$ は全ひずみ硬化係数 $H_A$ のうち等方硬化の割合を表わす係数で、移動硬化率を $H_k'$ とするとそれぞれ次のような関係がある。

$$H' = \chi H_A \quad (5)$$

$$H_k' = (1 - \chi) H_A \quad (6)$$

$$H_A = H' + H_k' \quad (7)$$

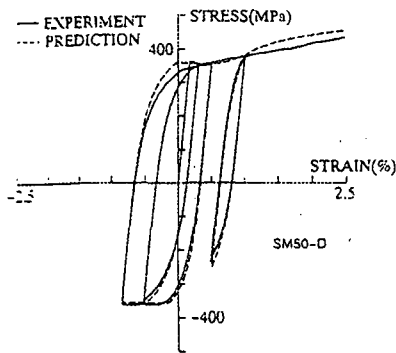
したがって、 $\chi=1$ なら等方硬化、 $\chi=0$ なら移動硬化となる。

## 3. 数値計算例

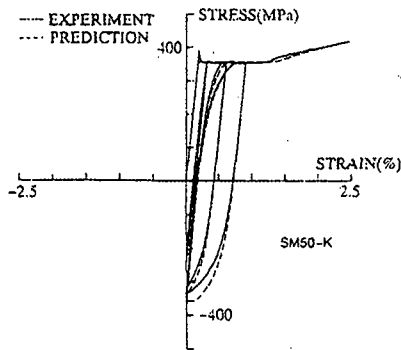
### 3. 1 繰り返し応力ひずみ関係

本構成則が鋼材の繰り返し応力ひずみ関係を精度よく表現できることを検証するために、2つの繰り返し载荷パターンについて文献4)の実験結果と修正2曲面モデルによる数値計算結果と比較する。

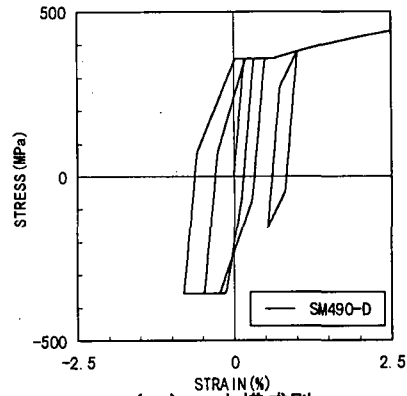
数値計算に使用する鋼種はSM490とし、材料定数は降伏応力度 $\sigma_y$ を356.7MPa、弾性係数 $E$ を205.8GPa、降伏棚の長さを $1.24 \times 10^{-3}$ とする。また、等方硬化の割合を表わす係数 $\chi$ は0.5とする。



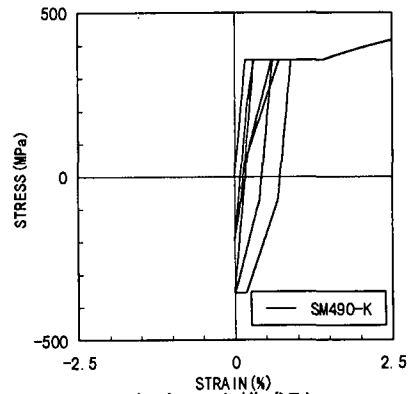
(a) 修正2曲面モデル<sup>4)</sup>



(c) 修正2曲面モデル<sup>4)</sup>



(b) 本構成則



(d) 本構成則

図-3 繰り返し応力ひずみ曲線

図-3 (a), (c) に実験結果, 修正2曲面モデルによる数値計算結果, 図-3 (b), (d) に本構成則による数値計算結果を示す。ただし, 図-3 (a), (c) 中の実線が実験結果, 破線が修正2曲面モデルによる数値計算結果を表している。図-3 より本構成則の応力ひずみ関係は直線的であるが, 実験結果を比較的精度よく予測することが分かる。また, SM490 以外の鋼種についても文献8) において実験結果と比較しており, 本構成則が精度よく実験結果を予測可能であることが検証されている。

### 3. 2 板要素

図-4 に示すような繰り返し軸方向荷重を受ける板要素を対象として, 本構成則を用いた数値計算結果と, 修正2曲面モデルを用いた文献9) の数値計算結果とを比較して, 構成則が数値計算結果に及ぼす影響について検討する。

#### (1) 解析モデル

解析モデルは構造および変形の対称性より 1/4 モデルとする。要素分割は  $4 \times 4$  とする。

初期たわみ  $W_0$  は, 次式で与える。

$$W_0 = \delta_0 \cos \frac{\pi X}{a} \sin \frac{\pi Y}{b}, \quad (8)$$

ここで,  $\delta_0 = b/450$ ,  $b$ : 板幅,  $a$ : 板の長さ。

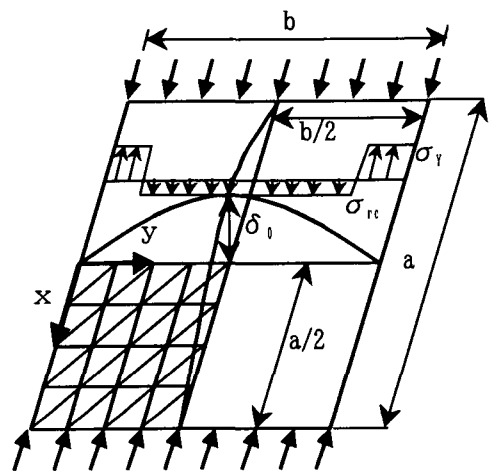


図-4 解析モデル

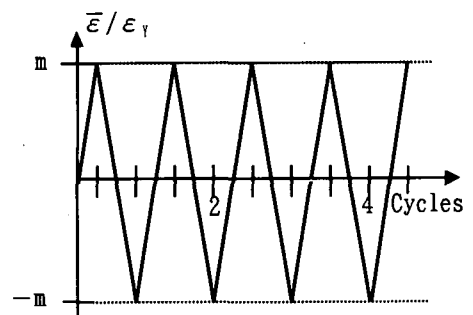
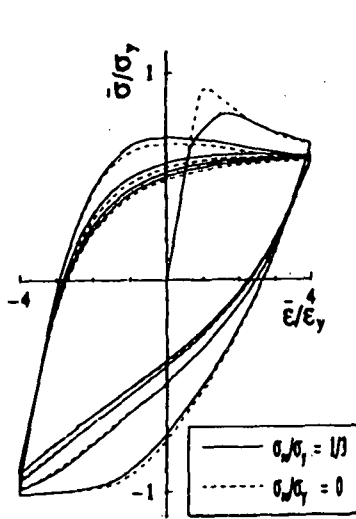
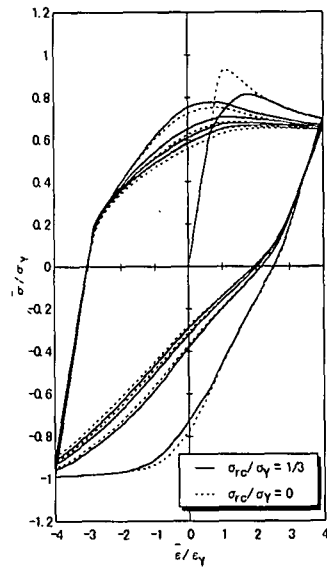


図-5 载荷パターン



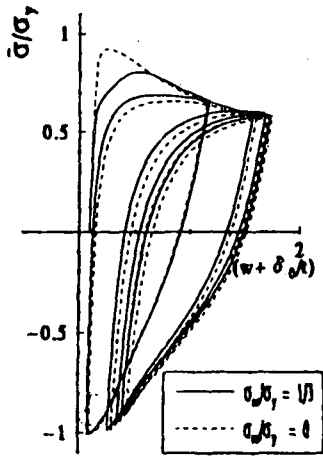
a/b=0.7  
b/t=40  
t=1cm



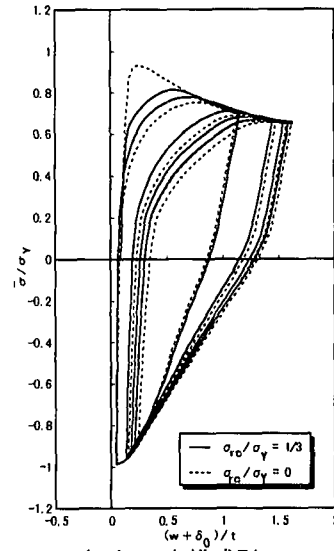
(a) 修正2曲面モデル<sup>9)</sup>

(b) 本構成則

図-6 平均応力-平均ひずみ曲線



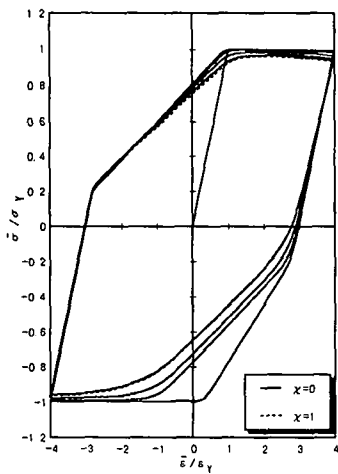
a/b=0.7  
b/t=40  
t=1cm



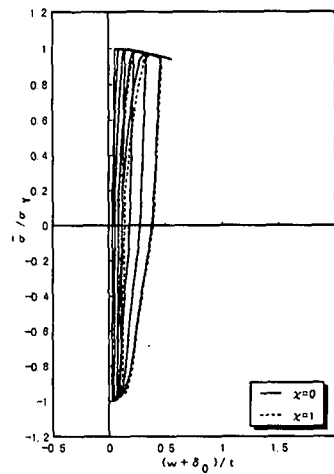
(a) 修正2曲面モデル<sup>9)</sup>

(b) 本構成則

図-7 平均応力-板たわみ曲線



(a) 平均応力-平均ひずみ曲線



(b) 平均応力-板たわみ曲線

図-8 xの影響

図-4に示すように、残留応力はX軸方向では一定であり、引張残留応力度 $\sigma_{rt}$ および圧縮残留応力度 $\sigma_{rc}$ を、それぞれ $\sigma_{rt}=\sigma_y$ 、 $\sigma_{rc}=-\sigma_y/3$ で与える。鋼種はSS400とし、降伏応力度 $\sigma_y$ を274.4MPa、ヤング係数Eを207.7GPa、ポアソン比 $\nu$ を0.29、アスペクト比a/bを0.7とする。

### (2) 荷重パターン

圧縮から始まる一定ひずみ振幅を4.5サイクルまで図-5に示すように荷重辺に与える。ひずみの振幅は $m=4$ で行なう。ここで、 $m=(\text{平均ひずみの最大値})/(\text{降伏ひずみ})$ である。

### (3) 数値計算結果と考察

図-6(a),(b)に、幅厚比パラメータ $\bar{\lambda}_p$ が0.767の場合について、それぞれ修正2曲面モデルと本構成則の平均応力-平均ひずみ曲線を示す。図-7(a),(b)にはそれぞれ修正2曲面モデルと本構成則の平均応力-板たわみ曲線を示す。図中の実線は残留応力のある場合、点線は残留応力のない場合を示す。ただし、 $\chi$ は0.5とする。図-6の(a)と(b)を比較すると、残留応力のあるなしに関わらず、両モデルは、よく一致している。図-7の(a)と(b)を比較すると、1ループ目は、よく一致しているが、2ループ目以降、本構成則による平均応力とたわみの方が修正2曲面モデルのそれらより若干小さい値を示している。その差は、引張側では平均応力で-2~-5%であり、圧縮側では板たわみで-6%である。

また、 $\chi$ の影響を調べるため幅厚比パラメータ $\bar{\lambda}_p$ を0.4として、数値計算を行なった結果を図-8に示す。図-8の(a)と(b)にそれぞれ本構成則の平均応力-平均ひずみ曲線、平均応力-板たわみ曲線を示す。図中の実線は $\chi=0$ のとき、破線は $\chi=1$ のときの数値計算結果を表わしている。図-8から、SS400の場合、 $m \leq 4$ では $\chi$ の影響がほとんどないことが分かる。このことは、ひずみ硬化領域までひずみが進行せず、降伏棚上にあるため境界曲面が拡大しないことが原因と考えられる。

これらのことから、軸方向に繰り返し荷重を受ける板要素の挙動について、修正2曲面モデルと本構成則を用いた数値計算結果はよく一致していることが分かる。また、 $\chi$ の値は、生じるひずみが小さく降伏棚上にあるときは数値計算結果に影響しないことが分かる。

### 3.3 補剛板

図-9に示すような繰り返し軸方向荷重を受ける補剛板を対象として、本構成則を用いた数値計算結果と、修正2曲面モデルを用いた文献10)の数値計算結果と比較して、構成則が数値計算結果に及ぼす影響について検討する。

### (1) 解析モデル

解析モデルは、図-9のメッシュ部分に示すような縦補剛材4本の連続補剛板モデル<sup>11)</sup>とする。要素分割は、板パネル部分について荷重方向(X軸方向)に36分割、非荷重方向(Y軸方向)に15分割とし、補剛材は荷重方向に36分割とした。

数値計算に使用した鋼材は、SM490で、材料定数は $\sigma_y=314\text{MPa}$ 、 $E=206\text{GPa}$ および $\nu=0.3$ である。断面寸法は、補剛板の幅Bを170.5cm、板パネル部分の板厚tを2cm、縦補剛材間隔bを34.1cm、補剛材高さ $h_r$ を14.9cm、補剛材の板厚 $t_r$ を4cmとした。

### (2) 初期たわみ

初期たわみ $W_0$ は、次式で与える。

$$W_0 = \delta_{G0} + \delta_{L0} \quad (9)$$

$$\delta_{G0} = -\delta_s \cdot \cos\left(\frac{\pi X}{A}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi Y}{B}\right) \quad (10)$$

$$\delta_{L0} = -\delta_{pt} \cdot \cos\left(\frac{5\pi X}{A}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi Y}{b}\right) \quad (11)$$

ここで、 $\delta_s=A/1000$ 、 $\delta_{pt}=b/150$ とする。

### (3) 残留応力

文献12)に基づき、残留応力の分布形状を図-10に示す。これは、補剛板全体で自己平衡を満たすように定めたものである。図中、 $\sigma_{rc}=-0.6\sigma_y$ 、 $\sigma_{rt}=\sigma_y$ 、 $\sigma_{rc,r}=-0.17\sigma_y$ 、 $\sigma_{rt,r}=0.6\sigma_y$ である。

### (4) 荷重パターン

本数値計算に用いた荷重パターンを、図-11に示す。ただし、圧縮側を正とする。片振り繰り返し荷重パターンは、元の位置を基準にして1サイクルごとに圧縮変位の幅を降伏変位の大きさだけ増加するように変位を与える。両振り繰り返し荷重パターンは、圧縮変位を与えた後、その圧縮変位と同じ幅の引張変位を与え、1サイクルごとにその変位の幅を降伏変位だけ増加するように与える。

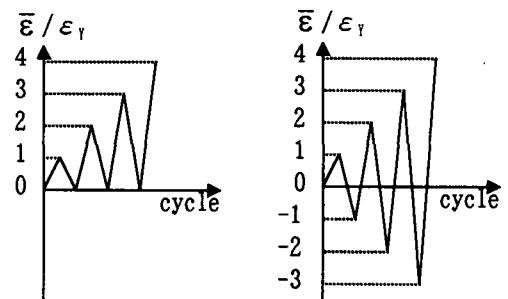


図-11 荷重パターン

(5) 数値計算結果と考察

図-12の(a), (b)に修正2曲面モデル, 図-12の(c), (d)に $\chi=0.5$ とした本構成則, 図-12の(e), (f)に $\chi=0$ とした本構成則を用いた場合の補剛板の平均応力-平均ひずみ曲線を示す。図-12の(a), (c), (e)は荷重パターンが片振りの場合, 図-12の(b), (d), (f)は荷重パターンが両振りの場合の結果を示したものである。

図-12の(a), (c)から, 圧縮側に着目すると3サイクルまで両モデルはよく一致している。4サイクル目以降, 本構成則の方が修正2曲面モデルの場合より若干小さい平均応力を示している。その差は約-6%である。引張側に着目しても全体的に本構成則の方が若干小さい平均応力を示しており, その差は約-7%である。

図-12の(c), (e)から,  $\chi$ の影響はあまり認められないことが分かる。このことは, ひずみがひずみ硬化領域まで十分に進展しておらず, 降伏棚上であることが原因と考えられる。

両振り荷重の場合は, 図-12の(b), (d)から, 本構成則の場合の方が修正2曲面モデルの場合に比較して, 平均応力は圧縮側で約6%大きく, 引張側で約7%小さい

値を示している。

図-12の(d), (f)から,  $\chi=0$ とすれば $\chi=0.5$ の場合と比較して圧縮側の平均応力が約10%小さくなること分かる。また, 圧縮応力から引張応力へと変化する領域(応力が引張(負)で平均ひずみが圧縮(正)の領域)においては,  $\chi=0$ のときの応力ひずみ曲線の方が $\chi=0.5$ のときのそれと比較して平均引張応力が約3%大きく外に膨らむことが分かる。その後, 平均ひずみが負の範囲においては,  $\chi=0$ のときの方が $\chi=0.5$ のときと比較して引張平均応力が約3%小さな値を示すことが分かる。このことから, 今回の両振りのように大きなひずみ, すなわち, 降伏棚上を超えて, ひずみ硬化領域に至るひずみが生じるとき,  $\chi$ の値が数値計算結果に影響を及ぼす程度が分かる。

これらのことから, 軸方向に繰り返し荷重を受ける補剛板の挙動について, 修正2曲面モデルを用いた数値計算結果と本構成則を用いた数値計算結果はよく一致していることが分かる。また,  $\chi$ の値は, 大きなひずみが生じる場合において数値計算結果に影響を及ぼすことが分かったが, 実用的には数値計算例で対象とした鋼材の場合,  $\chi=0$ として問題はないものと考えられる。

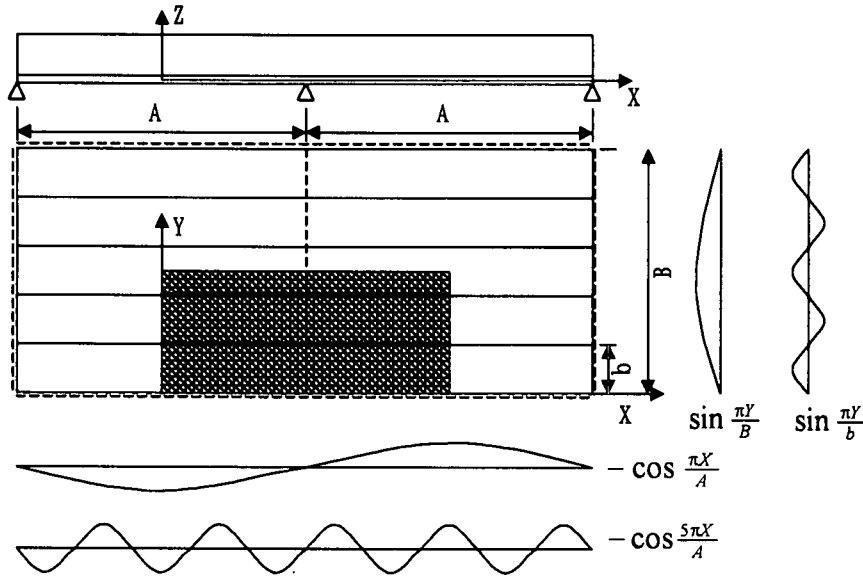


図-9 解析モデル

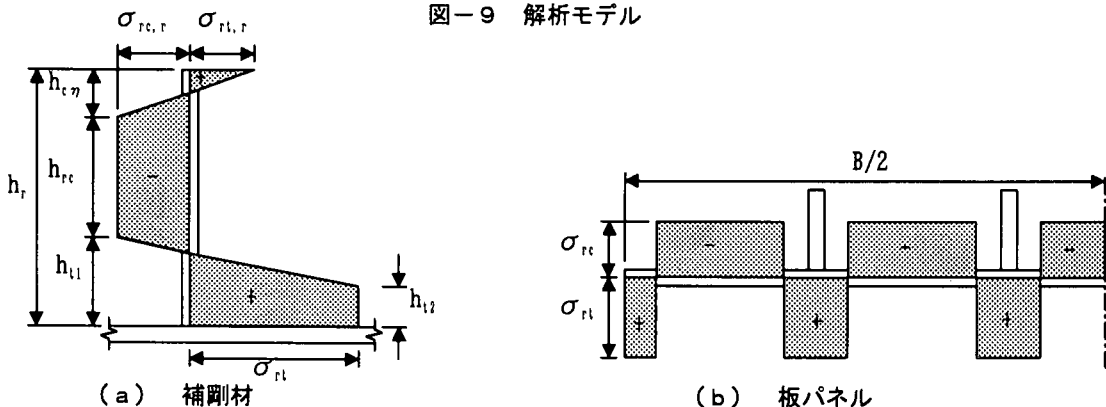
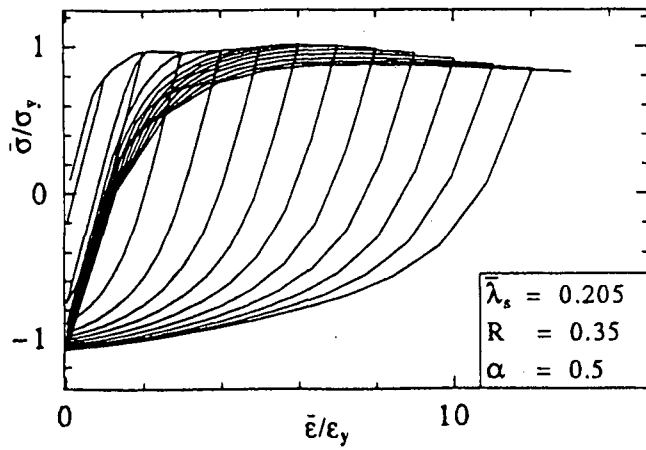
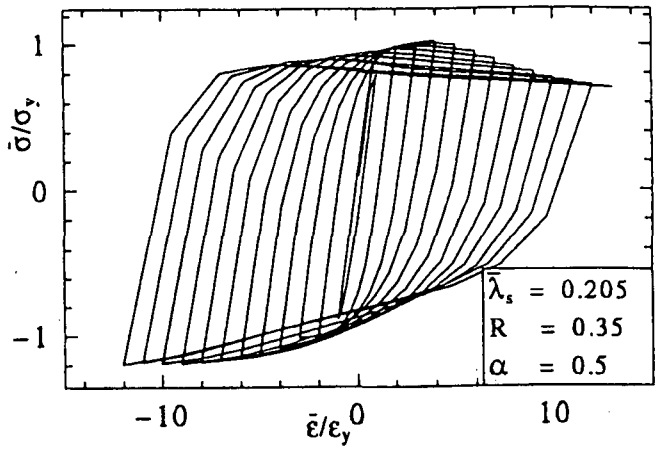


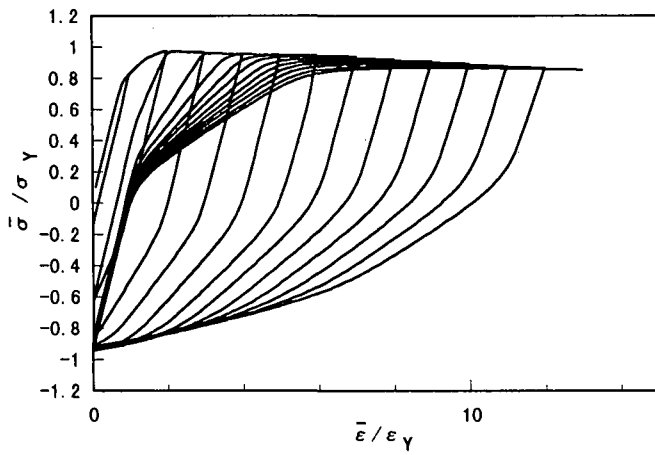
図-10 残留応力分布



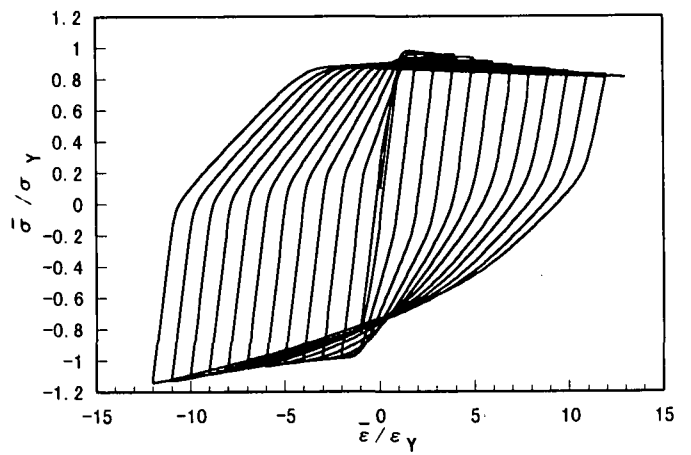
(a) 修正 2 曲面モデル (片振り)<sup>10)</sup>



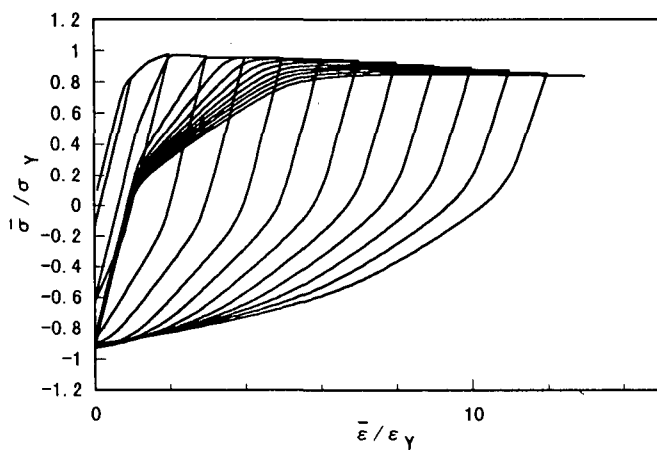
(b) 修正 2 曲面モデル (両振り)<sup>10)</sup>



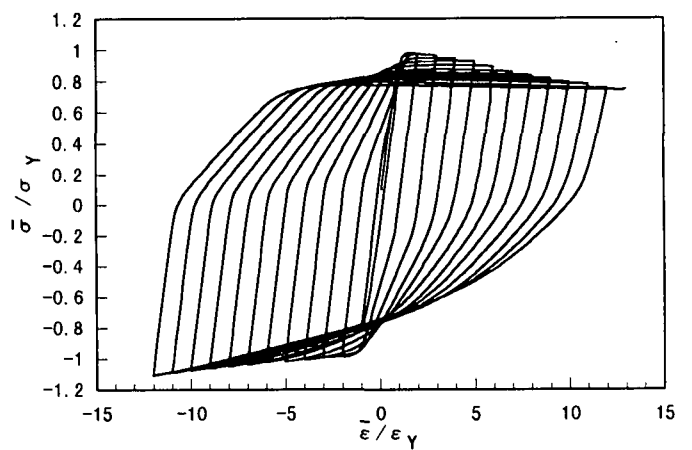
(c) 本構成則 ( $\chi=0.5$ , 片振り)



(d) 本構成則 ( $\chi=0.5$ , 両振り)



(e) 本構成則 ( $\chi=0$ , 片振り)



(f) 本構成則 ( $\chi=0$ , 両振り)

図-12 平均応力-平均ひずみ曲線

#### 4. まとめ

本研究では、引張試験に基づく材料定数をパラメータとする鋼材の繰返し構成則を提案した。本研究をまとめると以下ようになる。

- 1) 混合硬化則に2曲面モデルの概念を取り入れ、応力ひずみ履歴を弾性域、遷移領域、硬化領域の3つの領域に分類して定式化した。
- 2) 実験結果と比較することにより、本構成則が繰返し応力ひずみ関係を精度よく予測できることを確認した。
- 3) 軸方向に繰返し荷重を受ける板要素を対象として、本構成則を用いた数値計算結果を修正2曲面モデルを用いた数値計算結果と比較することにより、本構成則が有効であることを確認した。
- 4) 軸方向に繰返し荷重を受ける補剛板を対象として、本構成則を用いた数値計算結果を修正2曲面モデルを用いた数値計算結果と比較することにより、補剛板の数値計算においても本構成則が有効であることを確認した。
- 5) 等方硬化の割合を表わす $\chi$ は、数値計算において生じるひずみの大きさにより数値計算結果に及ぼす影響が変化する程度が分かった。

#### 参考文献

- 1) Prager, W.: A New Method of Analysing Stresses and Strain in Work-Hardening Plastic Solids, *Journal of Applied Mechanics*, pp. 493-496, December, 1956.
- 2) Ziegler, H.: A Modification of Prager's Hardening Rule, *Quarterly Journal of Applied Mathematics*, Vol. 17, pp. 55-65, 1959.
- 3) Y.F. Dafalias and E.P. Popov: A Model of Nonlinear Hardening Materials for Complex Loading, *Acta Mech.*, pp. 173-192, 1975.
- 4) C. Shen, E. Mizuno and T. Usami: Development of Cyclic Two-surface Model for Structural Steels with Yield Plateau, *NUCE Research Report*, No. 9302, March, 1993.
- 5) 西村宜男, 小野潔, 池内智行: 単調載荷曲線を基にした繰返し塑性履歴を受ける鋼材の構成式, *土木学会論文集*, No. 513/I-31, 27-38, 1995年4月.
- 6) 奈良敬, 服部松利, 森脇良一: 繰返し軸方向荷重を受ける鋼板の弾塑性解析, *構造工学における数値解析法シンポジウム論文集*, 第19巻, pp. 177-182, 1995年7月.
- 7) 皆川勝, 西脇威夫, 益田陳紀: 塑性流れ域における構造用鋼の単軸繰返し挙動の推定, *構造工学論文集*, Vol. 35A, 1989年3月.
- 8) S. Murakami, S. Nara, Y. Shimazu and T. Konishi: A simplified constitutive model for steel material under cyclic loading conditions, *The 7th International Symposium on Structural Failure and Plasticity* (掲載予定).
- 9) 坂野茂, 宇佐美勉, 水野英二: 修正二曲面モデルによる板要素の繰返し圧縮・引張弾塑性有限変位解析, *土木学会論文集*, No. 525/I-33, pp. 1-15, 1995年10月.
- 10) 渡辺智彦, 葛漢彬, 宇佐美勉: 繰返し荷重を受ける補剛板の強度と変形能に関する解析的研究, *構造工学論文集*, Vol. 45A, pp. 185-195, 1999年3月.
- 11) 奈良敬, 小松定夫, 北田俊行: 連続補剛板の極限圧縮強度特性に関する研究, *土木学会論文集*, 第392号/I-9, pp. 273-280, 1998年4月.
- 12) 小松定夫, 牛尾正之, 北田俊行: 補剛板の残留応力および初期たわみに関する実験的研究, *土木学会論文報告集*, 第265号, pp. 25-35, 1977年9月.

(1999年11月19日受付)

### A constitutive model with parameters of tensile coupon test for structural steels under cyclic loading

Satoshi NARA, Shigeyuki MURAKAMI and Takafumi KONISHI

This paper presents a constitutive model for steel material under cyclic loading. Parameters of the model are given by material coupon test under tensile monotonic loading. Three kinds of numerical examples, which consist of analytical models for material coupons, plate elements, and stiffened plates, are demonstrated. It shows that numerical results obtained by the proposed constitutive model give a good agreement with those by the modified two-surface model.