

動的複合非線形解析による 鋼アーチ橋の座屈照査方法に関する考察

為廣 尚起*・大塚 久哲**

*株式会社構造計画研究所 解析技術本部 (〒164-0011 東京都中野区中央 4-5-3)

**工博 九州大学大学院教授 工学研究院建設デザイン部門 (〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)

長大橋の設計時に常時・地震時の座屈の可能性はしばしば懸念されるが、構造全体系の座屈に対する性能を明瞭に定量化して検討した例は少ない。またそのような定量情報の蓄積が既設橋梁について為されていないため、厳密な検討が必要かどうかについても判断基準がない。この状況を踏まえて座屈解析手法に関する調査・検討を進めた結果、非線形動的解析中の座屈点までの余裕を示す指標を得る解析手法を開発するに至った。これを用いた座屈照査手法を提案し、鋼アーチ橋への適用を通して有効性を考察した。

Key Words : Steel Arch Bridges with Large Spans, Buckling Capacity, Nonlinear Dynamic Analysis

1. はじめに

鋼製・コンクリート製に関わらず、長大スパンを有する橋梁ではしばしば座屈の可能性が懸念される。しかし例えば最近実施された国内のコンクリート長大アーチ橋の設計・施工方法に関する実態調査¹⁾等からは、長大橋設計時の座屈照査について概ね次のような現状が認識される。

- ① 実橋設計で常時・地震時別に全体座屈に関する明確な検討が実施された事例²⁾は少ない。
- ② 座屈の検討がなされているケースを見渡しても検討手法が統一されていない。
- ③ 既設構造物の座屈に対する性能に関して定量情報の蓄積がないため懸念自体が曖昧である。

このような状況を踏まえ、筆者らは一般的に広く認知され実施されている座屈解析手法がないとの前提に立ち、既往手法の調査・整理から必要に応じて新手法を開発することまでを視野に入れて検討を進めた。この結果、地震応答解析中に座屈点探索を行うプログラムを開発するに至ったので、本報ではこれを用いた動的な座屈照査手法を提案し、鋼アーチ橋への適用を通して手法の有効性を考察していく。

2. 座屈照査手法の問題点

座屈解析が実施される場合、固有値解析またはプッシュオーバー解析による場合が多い。いずれも基本的には接線剛性マトリックス (材料剛性マトリックス K + 幾何剛性マトリックス K_g) の行列式の値が0、すなわち特異となる荷重状態を探索することを目的としている。

線形座屈固有値解析による照査は主に常時荷重作用状態に式(1)の固有方程式を適用するものである。

$$([K] + \lambda [K_g])\{u\} = \{0\} \quad (1)$$

[K]: 材料剛性マトリックス (初期断面)

[K_g]: 現応力状態で評価される幾何剛性マトリックス

{u}: 固有モードベクトル

固有値 λ_a は、想定荷重による各部材の応力 (または断面力) 状態がプロポーシオン不変のまま一律に線形に増加すると仮定した場合の座屈 (特異) 点までの倍率を示す。常時荷重が想定されている場合は、実際の常時状態を示す 1.0 より大きい最小固有値 λ_a を得ることで余裕が確認される。手軽な手法である一方、解は基準の状態 ($\lambda_a = 0.0$) から線形に推移する範囲でしか信憑性を持たないという適用範囲の狭さを併せ持つ。従って常時荷重等による座屈について余裕を確認するには有効であるが、非線形領域に及ぶ荷重設定には適用できない。

筆者らが支間長 600 m という超長大コンクリートアーチ橋の地震時の座屈に着目した際³⁾は、複合非線形 (弾塑性性と幾何学的非線形を同時に考慮した) プッシュオーバー解析による特異点探索を試みた。特異点はさらに極大点または分岐点に分類されるが (図-1)、いずれもそれ以上の耐荷力は期待できない状態であり、かつ座屈後挙動の追跡を目的としていなかったため、特異判定を以って座屈とみなした。

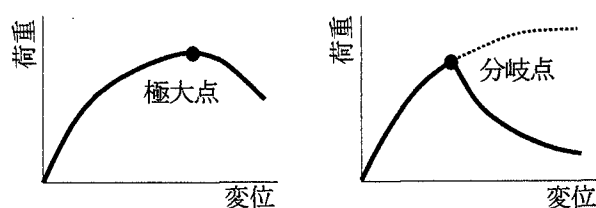


図-1 特異点 (座屈点) の分類⁵⁾

しかしながら、この静的手法を一様震度の水平荷重分布で支間長 600 m のコンクリートアーチ橋モデルに適用したところ、極端に小さい震度 (0.1G 程度) での座屈判定が現れるなど疑問が残る結果となった。このことから、静的な座屈解析に使用する地震荷重設定について通常の耐震解析時と異なる観点での検討が必要と考えられたが、この検討の為にも、あるいは座屈解析手法のオプションとしても、より直接的に動的複合非線形解析中に座屈判定を行う手法の必要性が浮上した。

長大アーチ橋・斜張橋等では架構の応力状態・変形状態の変化が動的挙動に与える影響が大きいことが知られており⁴⁾、動的複合非線形解析はこの観点でこれらの橋梁には有効である。近年、厳密に時々刻々と部材座標系と幾何剛性マトリックスを更新していく修正ラグランジェ定式化⁵⁾や、常時の幾何剛性のみ考慮する簡易手法 (線形化有限変位理論⁶⁾) などを用いた動的複合非線形解析事例の報告⁷⁾が為されている。

ただし、動的挙動中の座屈に着目している場合は、動的複合非線形解析のみでは十分とはいえない。理由は以下の通り。

- ① (動的複合非線形解析のみでは) 明確な数値指標で座屈判定ができない。発散や急激な大変形等、現象からの座屈判定には検証作業が必要である。
- ② 連続する解析ステップの中間に存在する特異点を検出できない。特異点を通過しているにも関わらず計算が安定に進んでしまう可能性がある。
- ③ 動的解析の最後まで座屈しない場合でも、どの程度の余裕を持って座屈しなかったのかを確認すべきであるが、その為の情報は何も得られない。

3. 増分形式の座屈固有値解析

以上の不足を補う手段として、動的複合非線形解析の各増分ステップに、式(1)をより一般化した式(2)の固有値方程式を解く座屈固有値解析⁸⁾を挿入することが考えられる。

$$([K] + \lambda [\Delta K_g])\{u\} = \{0\} \quad (2)$$

[K]: 前ステップの平衡状態における接線剛性マトリックス

[\Delta K_g]: 現ステップの増分応力(または断面力)による

幾何剛性マトリックスの増分係数

\{u\}: 固有モードベクトル

式(2)は、非線形解析においても単一の増分ステップ区間内はほぼ線形に推移する (とみなせるくらいに十分に細かい時刻刻みが設定されている) という前提で、前ステップの平衡状態を基準にして、現ステップの各部材の増分応力が実際に発生したものの一律何倍であれば接線剛性マトリックスが特異となるかを求めるものである (図-2)。式(2)の固有方程式を解いた結果得られる座屈固有値 λ がこの倍率を表し、同時に座屈モードを得ることができる。振動固有値と異なり各次のモードに同

時性はないので、最小固有値 λ_1 がチェックの対象となる。

$\lambda_1=1.0$ は現ステップの初期応力状態 (図-2 の B)、 $\lambda_1=0.0$ は前ステップの平衡状態 (同 A) をそれぞれ指しているから、 $0.0 \leq \lambda_1 \leq 1.0$ であれば前・現ステップ間に座屈点 (特異点) が存在することを示している。

一方、 $\lambda_1 > 1.0$ は現ステップまで座屈しないことを示しており、 λ_1 の値が 1.0 から離れているほど座屈点までの余裕が大きいことを示している。動的挙動中の λ_1 の最小値は地震時の対座屈性能指標として利用できる。

このほか、 $\lambda_1 < 0.0$ となる場合があるが、これは除荷等で現ステップの応力増分が近傍座屈点から遠ざかる方向に進行中であることを示している。

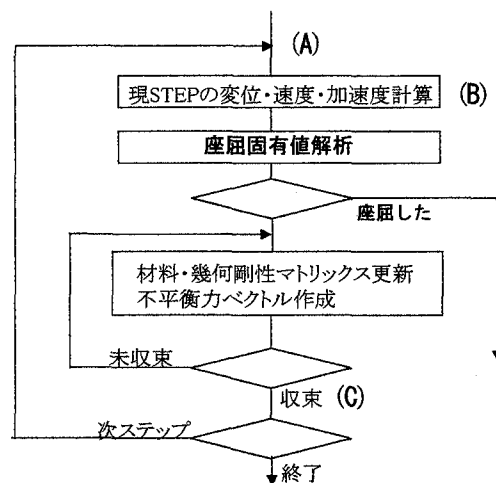
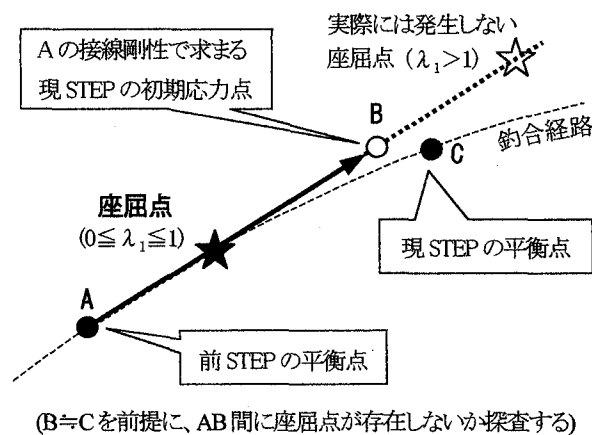


図-2 増分解析中の座屈判定

4. 動的解析への座屈固有値解析挿入

動的解析中に座屈固有値解析を挿入し、座屈するしないの判定を行った解析事例報告は存在するが⁹⁾、判定のみならず座屈点までの余裕の定量評価も視野に入れて前述のような増分形式の座屈固有値解析を挿入した例はない。開発に当たっては理論・運用の両面でいくつかの検討項目が発生した。以下にそれらの項目と筆者らが採った対応や運用上の決め事を記しておく。

(1) 座屈固有方程式を適用する剛性マトリックス

動的問題を直接積分法（ここではニューマークβ法）で解く場合、式(3)の運動方程式は式(4)のような連立一次方程式問題に展開される。⁵⁾

$$[M]\{\Delta\ddot{y}\} + [C]\{\Delta\dot{y}\} + [K_t]\{\Delta y\} = -[M]\{\Delta\ddot{y}_0\} \quad (3)$$



$$[K_e]\{\Delta y\} = \{\Delta P_e\} \quad (4)$$

[M] : 質量マトリックス, [C] : 減衰マトリックス,
[K_t] : 接線剛性マトリックス, [K_e] : 有効接線剛性マトリックス,
{Δ \ddot{y} }, {Δ \dot{y} }, {Δy} : 加速度、速度、変位ベクトル(増分),
{ΔP_e} : 有効荷重ベクトル(増分)

動的解析中に剛性マトリックスが静的に特異となる点を検出するのであれば式(1)に用いる接線剛性マトリックスは式(3)内の K_t であるが、動的な解が得られなくなる特異点を探索するのであれば式(4)内の K_e を用いるべきである。動的解析中の座屈判定としていずれを用いるのが適切なかは開発段階では判断し兼ねた為、両方の設定が可能になるようにし、状況に応じて使い分けることとした。

(2) 出力情報

本報で提案する動的な照査手法は座屈判定が出るまで地震動を増幅させるのではなく、想定した地震動入力時の余裕を確認することに主眼をおく。最後まで座屈判定が出ない場合でも、危険時間帯やその時点の余裕を確認するためにλ₁を時刻歴出力しておく必要がある。しかし、動的複合非線形解析の全解析ステップに座屈固有値解析を挿入することは、実用性を著しく低下させる恐れがあるため、動的解析の積分時間間隔(Δt)と座屈固有値解析の挿入時間間隔を個別に指定でき、固有値解析は動的解析のある時間帯のみ挿入できるようにした。

一度やや荒い間隔で全時間帯に渡り固有値を得て、危険時間帯を絞り込んでから、その時間帯のみΔtと同ピッチで固有値を得るために再実行するのが合理的である。座屈モードは最小λ₁発生時または座屈判定時のもののみを出力することとした。

(3) 結果の評価・比較時の留意事項

λ₁は動的解析のステップの増分応力に対する倍率であるから入力地震動によって値が変化する。また同一の解析モデルと地震動を用いた場合でも動的解析のΔtにより値が変化する。複数ケースの解析を行い各々のλ₁の比較を行う際は入力地震動とΔtを揃えておく必要がある。

尚Δtと座屈固有値解析の挿入時間間隔が異なる場合でも、式(2)が適用されるステップ区間はΔtによって刻まれる区間であるから、座屈固有値解析の挿入時間間隔はλ₁の値に影響しない。固有値解析の挿入自体が動的解に影響することもない。

(4) 座屈判定時の処理

座屈後の架構に靱性ほかの性能を期待することはできないので、座屈後挙動の追跡は設計の観点からは重要ではない。座屈判定が出た時点で座屈モードを出力し動的解析を中断する。

(5) プラットホーム

今回、以上のような機能を載せるためのプラットホームとしたのは、表-1のような既に複合非線形解析までを可能にしていた骨組み解析プログラムである(各手法の詳細は参考文献5)等に詳しい)。筆者らが作業可能との理由で選択したこのプログラムは必ずしも標記のテーマに最適な手法を選択し集めたものではないが、一般的に橋梁の耐震性照査に使用されているプログラムであるから、今後様々な形式の橋梁構造の対座屈性能を検証していく上で既に数多くのサンプルデータが存在しているという利点がある。

表-1 プラットホームソフトの基本仕様

種別	3次元汎用骨組解析ソフト	
弾塑性	M-φ関係により規定	
幾何学的非線形	幾何剛性マトリックス	部材の軸力項のみを考慮して作成
	定式化	修正ラグランジェ定式化
動的解析	直接積分法	ニューマークβ法
	収束計算	ニュートン・ラプソン法 残留不平衡力は次ステップへ持ち越し
固有値解析	振動	サブスペース法
	座屈	逆反復法

5. アーチ橋解析モデルと解析条件

以上のような手法を表-2上に示す鋼中路アーチ橋解析モデルに適用し、1地震波入力時の対座屈性能(座屈点までの余裕)の定量化を試みた。また表-2下のコンクリート中路アーチ橋モデルにも同様の解析を実施して比較対象とする。これらの解析モデルは過去個別の耐震検討に用いられたものであるが、今回以下のように解析条件を揃えて再計算を実施した。

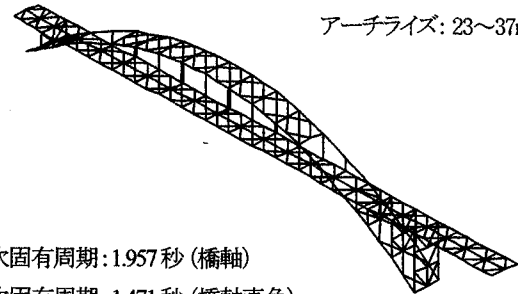
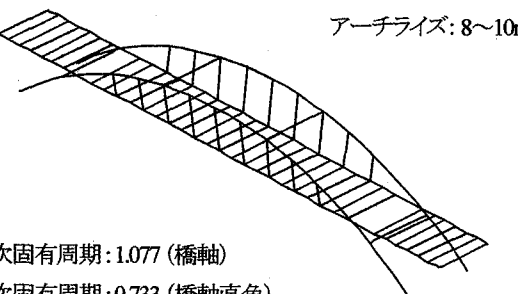
- ① 座屈固有値解析を含む修正ラグランジェ法による3次元動的複合非線形解析を実施。
- ② 動的解析は直接積分法(ニューマークβ法, β=1/4)で、積分時間間隔Δt=0.001秒
- ③ 各部材の減衰定数はコンクリート3%、鋼2%に統一し、各次減衰定数を得て、レーリー減衰を設定(有効質量比から採用次数決定)。減衰マトリックスは解析中更新しないものとした。
- ④ 入力地震波はJMA神戸波3方向同時入力(図-3)

表-2中に記した固有周期は常時の幾何剛性考慮のものである。また常時座屈固有値λ₀は常時荷重状態に線形座屈固有方程式(1)を適用して得たものである。

一方、この後に示す動的解析中の座屈固有値λ₁は0.001秒

の増分応力に対する倍率である。 λ_{d1} と λ_1 は同じ指標の数値が変化したものではなく、常時と地震時で別個に評価されるべきものである点は留意されたい。

表-2 アーチ橋解析モデル

<p>モデル名 SM160</p> <p>形式：鋼中路 アーチ支間：160m アーチライズ：23～37m</p>  <p>1次固有周期：1.957秒(橋軸) 2次固有周期：1.471秒(橋軸直角) 常時座屈固有値 λ_{d1}：4.182</p> <p>参考文献 10)</p>	<p>モデル名 CM100</p> <p>形式：コンクリート中路 アーチ支間：100m アーチライズ：8～10m</p>  <p>1次固有周期：1.077秒(橋軸) 2次固有周期：0.733秒(橋軸直角) 常時座屈固有値 λ_{d1}：22.440</p> <p>参考文献 11)</p>
--	--

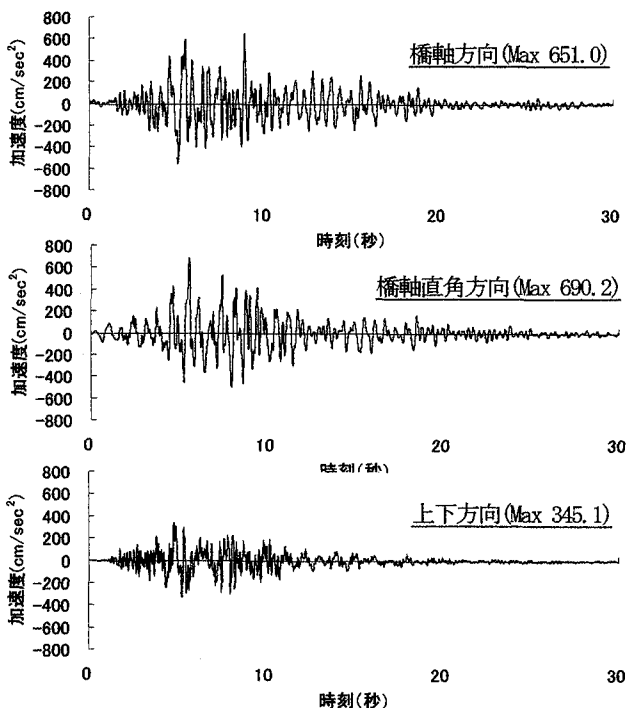


図-3 入力地震動

6. 動的解析結果

まず、SM160 モデルの動的複合非線形解析により得られた座屈固有値 λ_1 の時刻歴を図-4 に示す。固有値解析挿入間隔は 1/100 秒である。式(3)の K_t を使用した場合と式(4)の K_e を用いた場合の λ_1 は、ほぼ同傾向の遷移で前者の方が 2桁ほど小さい数値であったので、ここでは発生までの余裕がより小さい前者を採用し正の倍率を示すもののみプロットした。図-4 より危険時間帯を 5.5～6.5 秒と判断し、この時間帯のみ動的解析の Δt と同じ 1/1000 秒間隔で得た λ_1 の時刻歴を図-5 である。これらより最小座屈固有値 $\lambda_1=122.0$ (6.167 秒) を得た。

動的解析時は構造物の応答に伴い座屈点への接近が繰り返されるため、図-5 に見られるように λ_1 の時刻歴図は複数の V 字が並ぶような形状になる。着目しているのは λ_1 の最小値であるから、各 V 字の最下部を結んだ包絡線(図4内の破線)の方が性状を把握しやすい。2モデルの λ_1 時刻歴包絡線を図-6 に、最小 λ_1 比較を表-3 に示す。また各モデルの最小 λ_1 発生時の座屈モードを図-7 に示す。

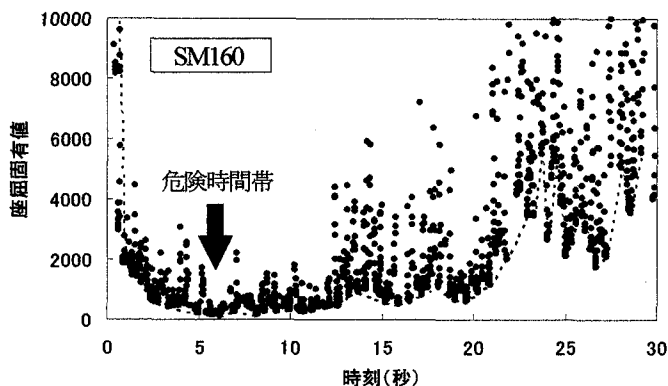


図-4 座屈固有値時刻歴(1/100秒間隔)

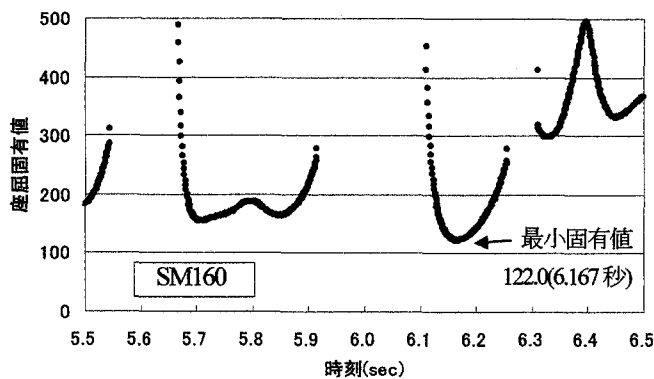


図-5 危険時間帯の座屈固有値時刻(1/1000秒間隔)

表-3 動的解析時最小座屈固有値

SM160	122.0 (6.17 秒)
CM100	646.7 (8.31 秒)

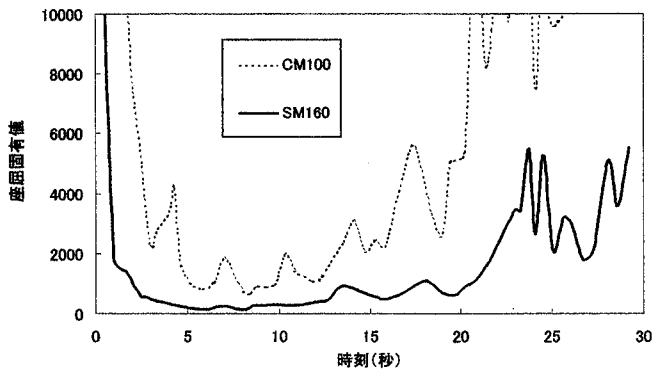


図-6 座屈固有値時刻歴下側包絡線

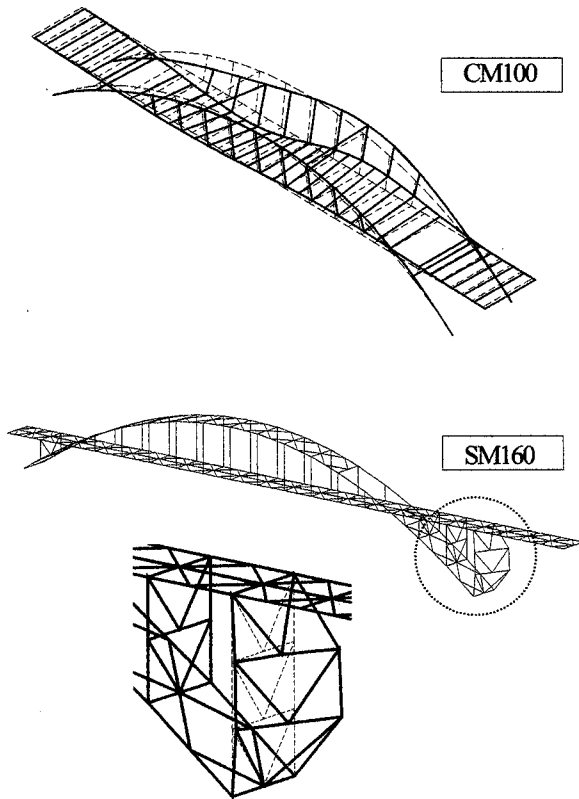


図-7 最小 λ_1 発生時の座屈モード図
(固有値解析により得られたもので、瞬間の変形図ではない)

これらによると、まず両者とも座屈には至っていない。両者の最小 λ_1 とも 1.0 より大きい数値であるから、先の地震動入力時の座屈に関しては余裕を持っていることが確認された。

しかし、その一方で両者の性状には明白な差異が見られる。 λ_1 の遷移を見ると最小値のみならず全時間帯で SM160 の方が低い数値を示している。また最小 λ_1 発生時の座屈モードは、CM100 がアーチリブおよび主桁に渡る全体的なモードであるのに対し、SM160 では主桁下の鉛直部材の局部座屈モードが見られる。

7. 考察

(1) 座屈固有値と座屈モード

ここでは両者とも座屈点までの余裕が確認されたことよりも、両者の λ_1 に差が見られた点に着目する。SM160 と CM100 は中路アーチ橋という形式が共通しているのみで、鋼製/コンクリート製という違いを始め、橋長・幅員・アーチ支間長とライズ、あるいは固有周期など様々な構造特性が異なっているから λ_1 が同様でないのは当然であるが、両者の顕著な性能差を決定付けているのは座屈モードの違いである。SM160 の各時刻の λ_1 における座屈モードは、危険時間帯付近の最小 λ_1 発生時以外のもを確認しても、同じ位置の桁下鉛直部材の局部モードが卓越している。一方、SM160 の図-8 のような全体座屈モードに限定した λ_1 は時刻 8.02 秒で最小値 769.2 が発生している。これは SM160 の問題位置の局部座屈の可能性を低くする構造改善により、架構全体としてはさらに対座屈性能の向上が見込めることを示している。ただし以上は一つの地震波に対する結果であり、かつ現状でも余裕が確認されているから、これを以って改善の必要ありと結論付けるものではない。

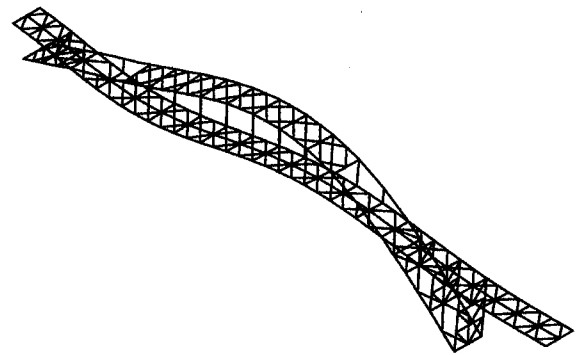


図-8 SM160 全体座屈モード

(2) 対座屈性能指標の必要性和評価方法

常時および地震時の座屈に対する性能指標 (λ_{st} , λ_1) を設定することにより、定量的な評価・比較が可能になることはこれまでの過程で示されたが、今後特に次の項目に重点を置いて、引き続き合理的な座屈照査手法を検討していく必要がある。

- ① 座屈照査の観点でのプッシュオーバー解析時の地震荷重設定方法、あるいは動的解析時の入力地震動の設定方法。これらによって評価は異なってくる。
- ② クライテリアの設定を含む固有値の評価方法。現段階では、座屈固有値によって示される余裕が十分といえるのかどうかを判断する基準がない。
- ③ 既設構造物の性能データ蓄積方法。地震波や Δt に依存する λ_1 のままではデータ蓄積の観点で難がある。また、現段階では比較対象となる他プログラムや実験情報が少ないため、解自体が十分な説得力を持っているとはいえない。

これらを明確にして行くことも今後の重要課題である。

8. 終わりに

以上、動的な対座屈性能照査方法を提案し考察を行った。本報では長大アーチ橋を題材としたが、手法の適用範囲はこれに限られるものではない。今後、座屈が懸念される様々な構造物に適用を試みる所存である。

参考文献

- 1) コンクリート製長大アーチ橋の設計方法に関する研究小委員会:コンクリート長大アーチ橋の設計・施工技術の現状と将来展望, (財)土木学会, 2000.8
- 2) 幸左賢二・渡部尚夫・徳山清治:全体系模型による RC アーチ橋耐荷性状確認実験, コンクリート工学年次論文報告集 Vol.17, No.2, pp423~pp428, 1995 等
- 3) 大塚久哲・夏青・矢葺 亘・為廣尚起:長大 RC アーチ橋における複合非線形動的解析と座屈・分岐解析, 構造工学論文集 Vol.47A, pp873~881, 2001.3
- 4) 平成 9.10 年度耐震設計ソフトウェアに関する研究委員会報告書, (財)土木研究センター, pp 451~458, 1999.4 等
- 5) 鷲津ほか:有限要素法ハンドブックII応用編, 培風館, 1983
- 6) 尾下里治・大森邦雄:線形化有限変位理論によるアーチ橋の設計法の提案, 土木学会 構造工学論文集 A, Vol.44, No.3, 1998
- 7) 猪熊康夫・台原 直・為廣尚起:鋼・コンクリート複合アーチ橋の耐震設計—富士川橋の場合—, 第1回地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, pp 241~244, 1998.1 等
- 8) 日本機械学会編:固体力学におけるコンピュータアナリシス, 第4章, コロナ社, 1986
- 9) 姫野正太郎・田辺忠顕:長大スパンコンクリートアーチ橋の非線形動的解析, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.21No.3, pp.385-390, 1999
- 10) 大江豊・大塚久哲・水田洋司・劉貴位・飯星智博:鋼アーチ橋における主部材の断面特性と弾塑性動的解析, 構造工学論文集, Vol.46A, pp.821-830, 2000.3
- 11) 大塚久哲・矢葺 亘・夏青:中路式RCアーチ橋における2軸曲げ評価と終局限界状態に関する考察研究, 構造工学論文集, Vol.46A, pp.789-796, 2000.3

(2001年12月7日受付)

AN ANALYTICAL STUDY ON ESTIMATION METHOD FOR BUCKLING CAPACITY OF STEEL ARCH BRIDGES

Naoyuki TAMEHIRO and Hisanori OTSUKA

Buckling of bridges with large spans under dead loading and earthquake excitement is often concerned on design stages. However quantitative estimations of bridges' buckling capacities have rarely been performed because so far no suitable estimation method has been established. Therefore the information about those capacities has been accumulated so little that the necessity of detailed analytical investigation is still uncertain. Considering the situation and studying on existing numerical analysis methods for buckling, we've developed a new method to get seismic-buckling capacity indicators by means of eigen analyses during a material and geometrical non-linear dynamic analysis. In this paper we will introduce the method and show its reasonability through the application to a three-dimensional steel arch bridge model.