

# 断面力表示構成則による軸力-2軸曲げ相関関係を考慮した地震応答解析手法の提案

森下邦宏\*・井上幸一\*・増田伊知郎\*\*・上平 悟\*\*・山本利弘\*\*\*

\* 工修 三菱重工業株式会社 広島研究所 鉄構・土木研究室 (〒730-8642 広島市中区江波沖町5-1)

(名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 博士課程(後期課程)在学中)

\*\* 工修 三菱重工業株式会社 広島製作所 橋梁技術課 (〒730-8642 広島市中区江波沖町5-1)

\*\*\* 博(工) 株式会社リョーセンエンジニアズ 技術計算センター (〒733-0036 広島市西区観音新町1-20-24)

橋梁の耐震設計は、従来の地震時保有水平耐力照査法から変形照査に基づく性能設計法に移行しつつあり、地震時の非線形応答を求めるための解析手法として、ファイバーモデル、 $M-\phi$ モデルを用いた時刻歴地震応答解析法など幾つかの手法が検討されている。しかし、ファイバーモデルでは、長大橋のような大型構造物モデルの地震応答解析を行う場合、解析モデルの複雑さ、計算時間などの点で解析が困難となる場合も想定される。また、 $M-\phi$ モデルでは、塑性領域における軸力と2軸曲げ相関および断面力増分方向などに関して明確に定義されていないと応答が大きく異なる可能性もある。これらを踏まえ本論文では、ひずみ増分、曲率増分と断面力増分の関係を用いた断面力構成則に基づく動的地震応答解析法を提案し、この解析手法を用いて単柱橋脚モデルに対するベンチマーク解析結果<sup>2)</sup>との比較を行い、さらに複雑な構造であるラーメン橋脚に対する2方向地震入力時のファイバーモデルによる解析結果との比較を行い、本手法の精度を検討した。

**Key Words :** dynamic seismic response analysis, interaction of axial force-bending moment, stress resultant constitution law

## 1. 緒言

現在、橋梁の耐震設計は、従来の地震時保有水平耐力照査法から変形照査に基づく性能設計法に移行しつつあり、そのためには、まず構造物の非線形挙動を的確に表現できる解析手法により、動的地震応答解析を実施する必要がある。その応答解析手法としては、文献<sup>2)</sup>などに示されるように、幾つもの手法が提案されている。その中でも、近年、注目されているのが部材断面を小要素に分割し、材料の応力-ひずみ構成則を導入することで材料非線形性を考慮するのみでなく、軸力と曲げの相関関係を自動的に考慮できるファイバーモデルを用いた地震応答解析手法である。さらに、この方法を用いた応答解析結果より、断面毎に発生する軸ひずみを用いて性能照査を行う方法も提案されている<sup>1),2),3)</sup>。また、その他の応答解析手法としては、軸力と曲げモーメントの相関関係を考慮した、断面の $M-\phi$ 関係を用いた応答解析手法などが提案されている。しかし、これらの解析手法の内、ファイバーモデルでは、長大橋のような大型構造物モデルの地震応答解析を行う場合、解析モデルの複雑さ、計算時間などの点で解析が困難となる場合も想定される。また、 $M-\phi$ モデルでは、塑性領域における軸力と2軸曲げ相関および断面力増分方向などに関して明確に定義されていないと応答が大きく異なる可能性がある。

これらを踏まえ、本論文では、解析モデルが比較的簡

易であり、かつファイバーモデルと同程度の解析精度を有する簡易な地震応答解析手法を提案することを目的とした。この方法は、文献<sup>4)</sup>にて静的解析手法として検討されている方法であり、その考え方を基に動的応答解析手法として拡張したものである。ただし、ファイバーモデルにおいては、任意の応力-ひずみ構成則が考慮可能であるが、本手法ではバイリニアの応力-ひずみ関係に基づいた復元力特性を仮定している。

提案手法は、各部材の塑性ひずみ、相当塑性曲率増分と断面力増分の関係に基づく断面力構成則を用いた解析手法である。基本的には軸力-軸ひずみ関係( $N-\epsilon$ 関係)および曲げモーメント-曲率関係( $M-\phi$ 関係)を基準とした解析手法であり、降伏関数を用いて全塑性状態を考慮する点では従来手法と同等である。しかし、本手法における特徴としては、初期降伏曲面~全塑性曲面(相関曲面の通過点として定義している)に至る領域において補間的な降伏関数を定義している点、また、初期降伏曲面~全塑性曲面に至る領域、および全塑性曲面に達した後の硬化域において、法線則などに基づいた断面力の増分方向を規定した上で、軸力と曲げモーメントの相関関係を考慮している点などが挙げられる。

本論文では、まず上記の解析手法の定式化を行い、単純なT字型単柱式橋脚モデルに対するベンチマーク解析<sup>2)</sup>を実施し、解析手法の妥当性を検討した。次に、付加

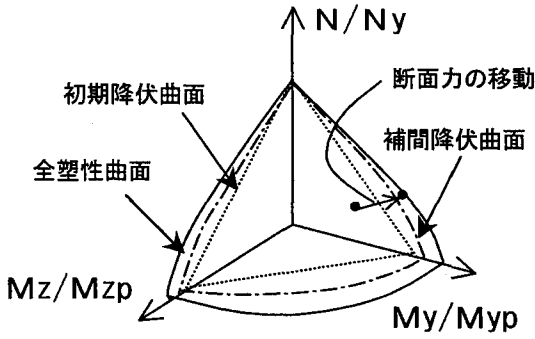


図-1 3次元相関曲面概念図

曲げの影響が大きい偏心曲げが作用する逆し字型鋼製橋脚モデルに対するベンチマーク解析<sup>2)</sup>を実施した。さらに、より複雑な構造であるラーメン橋脚を対象として、2方向同時地震入力時のファイバーモデルによる解析結果との比較、検討を行い、軸力-2軸曲げ相関の影響がある場合について、提案手法の妥当性の検討を行った。

ただし、本論文では鋼製中空箱形断面部材のみを対象とした検討を行ったものであることを注記しておく。

## 2. 断面力構成則に基づく解析手法の定式化

### 2.1 初期降伏関数および全塑性状態降伏関数

軸力-2軸曲げ相関関係の概念図を図-1に示す。相関関係は図中の初期降伏曲面(点線)、全塑性曲面(実線)、その両者の間を補間する補間降伏曲面(一点鎖線)、および全塑性曲面到達後のひずみ硬化域により構成される。これらの一連の曲面を降伏関数として定義する。初期降伏曲面としては、次の関数形で与えられる。

$$f_y \cdot m_y + f_z \cdot m_z + n = 1.0 \quad (1)$$

ここで、 $m_y = M_y / M_{py} = M_y / (f_y M_{yy})$ 、 $m_z = M_z / M_{pz} = M_z / (f_z M_{yz})$ 、 $n = N / N_y$ 、 $M_{yy} = y$ 軸回り降伏モーメント、 $M_{yz} = z$ 軸回り降伏モーメント、 $N_y =$ 全断面降伏軸力、 $f_y$ 、 $f_z =$ 各軸回りの形状係数、 $M_{py} = y$ 軸回り全塑性モーメント、 $M_{pz} = z$ 軸回り全塑性モーメント、 $N$ 、 $M_y$ 、 $M_z$ は発生断面力である。

また、全塑性曲面に関しては、想定する断面形により異なるものであり、例えば軸力と一軸曲げを受ける矩形断面については、 $m = 1.0 - n^2$ で与えられる。

本論文においては、初期降伏曲面式(1)から初期降伏関数 $F_1$ を、全塑性状態における相関関係式から全塑性状態降伏関数 $F_2$ を統一的に次式によって定義する。

$$F_1 = f_y \cdot m_y + f_z \cdot m_z + n - 1.0 \quad (2)$$

$$F_2 = m_y^{c_1} + m_z^{c_2} + n^{c_3} - 1.0 \quad (3)$$

ここで、 $c_1$ 、 $c_2$ 、 $c_3$ は各断面形により決まる係数で、2.3に詳細を示す。ただし、本論文における相関関係は、軸力と曲げモーメントのみによるものとし、せん断、ねじりの降伏関数に与える影響については考慮していない。

また、応力-ひずみ関係としては、ひずみ効果を考慮するので、本来は全塑性状態は存在しないが、ここでは、相関曲面の1つの通過点として、全塑性曲面を定義している点に注意されたい。

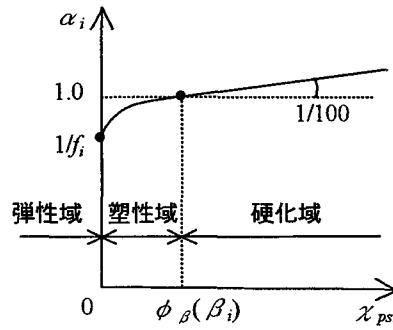


図-2  $\alpha - \chi_{psi}$  関係図

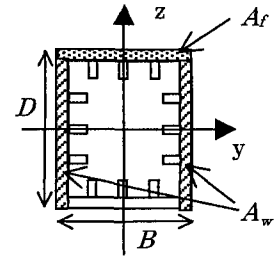


図-3 対象断面形

### 2.2 補間降伏曲面(補間降伏関数)

補間降伏関数を定義するために、まず、断面における塑性化の度合いを示す指標、すなわち断面塑性尺度を設定する必要がある。本論文では、相当塑性曲率 $\chi_{ps}$ に基づく関数形として断面塑性尺度 $\alpha$ を導入した。ただし、断面塑性尺度 $\alpha$ は純曲げを受ける断面について定義したものであり、各断面軸回りに対して式(4)のように仮定した。この仮定は、曲げが支配的となる構造物に対して成り立つものである。ここで仮定した $\alpha_i - \chi_{psi}$ 関係の概念図を図-2に示す。断面塑性尺度 $\alpha$ は、物理的な意味として塑性モーメントを全塑性モーメントで割った値、すなわち $M_i / M_{pi}$ を表しているものである<sup>4)</sup>。式(4)は、純曲げが断面に生じる際に、弾性域すなわち相当塑性曲率 $\chi_{ps}$ が零の場合は(弾性限)、 $\alpha_i = 1/f_i$ 、全塑性曲面に達した場合は、 $\alpha_i = 1.0$ で勾配が $1/100$  ( $d\alpha_i/d\chi_{ps} = 1/100$ )となるような関数形として導出したものである。また、それ以降は $1/100$ の一定勾配を保持したまま硬化するものとした。これによって、初期降伏から全塑性曲面に至るまでの塑性域の広がり方を考慮する。

$$\alpha_i = \begin{cases} \frac{\{\phi_\beta(\beta_i) - \chi_{psi}\} + (\chi_{psi})^{a_i}}{f_i \cdot \phi_\beta(\beta_i)} + \frac{(\chi_{psi})^{a_i}}{\{\phi_\beta(\beta_i)\}^{a_i}} & (0 \leq \chi_{psi} \leq \phi_\beta(\beta_i)) \\ 1.0 + \{\chi_{psi} - \phi_\beta(\beta_i)\} / 100 & (\phi_\beta(\beta_i) < \chi_{psi}) \end{cases} \quad (4)$$

ここで、サフィックス $i=y, z$ を示し、これらは以降の式でも同様である。 $\beta_i$ は断面形により設定される各軸回りの係数で箱形断面の場合、式(5)で示される<sup>4)</sup>。式(4)の $f_i$ は前述の形状係数、 $\phi_\beta(\beta_i)$ は $\beta_i$ を変数とする関数で、 $\alpha_i = 1.0$ に達する際の $\chi_{psi}$ の値であり、式(6)で表される。これは、式(5)で変数となっている $A_f / 2A_w$ の値を変化させたいくつかの断面に対して行った断面解析結果より求めた推定式である。この際の応力-ひずみ関係としては、パイリニアで2次剛性が $1/100$ の特性とした。係数 $a_i$ は式(7)で、 $\chi_{psi}$ は式(8)で表される。

$$\beta_y = 1.45 + 0.23 \frac{A_f}{2A_w}, \quad \beta_z = 1.45 + 0.23 \frac{A_w}{2A_f} \quad (5)$$

$$\phi_\beta(\beta_i) = 0.773 + 19.2 / \beta_i^2 \quad (i=y, z) \quad (6)$$

$$a_i = \frac{\phi_\beta(\beta_i)}{100} + \frac{1}{f_i} \quad (i=y, z) \quad (7)$$

$$\chi_{psi} = \frac{\chi_{ps}}{(M_{pi} / EI_i)} \quad (i=y, z) \quad (8)$$

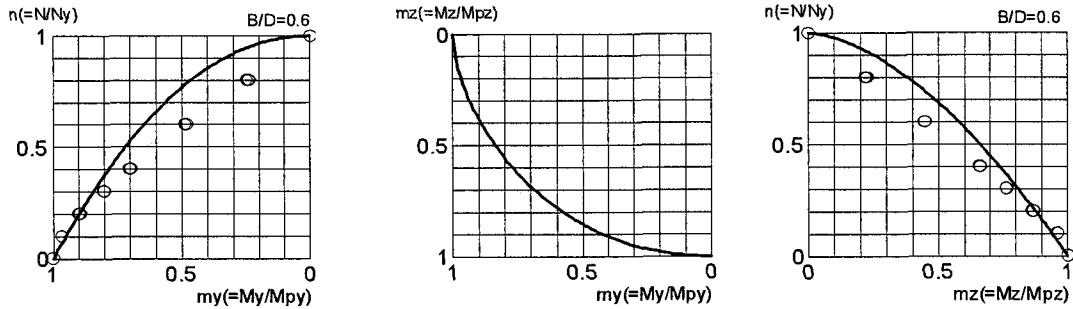


図-4 推定曲面と断面解析結果の比較

式(5)中の  $A_f$ ,  $A_w$  は図-3に示すような、曲げ軸が  $y$  の場合の圧縮フランジ断面積, 片側ウェブ断面積を示す。式(8)の  $\chi_{ps}$  は式(9)で示される相当塑性曲率を,  $E$  はヤング率,  $I_1$  は断面2次モーメントを示す。式(9)中の  $d\phi_{py}$ ,  $d\phi_{pz}$  は, 各軸回りの塑性曲率増分を示す。

$$\chi_{ps} = \int d\chi_{ps} = \int \sqrt{(d\phi_{py})^2 + (d\phi_{pz})^2} \quad (9)$$

次に, 上記の断面塑性尺度  $\alpha$  を用いて, 2.1に示す初期降伏関数  $F_1$  と全塑性状態関数  $F_2$  の間を補間する補間降伏関数を導出する。前提として, 初期降伏状態, 全塑性状態では式(2), (3)と同じ関数形になるように設定する必要がある。式としては次式(10)のように設定した。

$$F = (m_y / \alpha_y)^{c_1} + (m_z / \alpha_z)^{c_2} + n^{c_3} - 1.0 + \sqrt{(1 - \alpha_y)(1 - \alpha_z)} g(m_y, m_z, n) \quad (10)$$

式(10)を見ると,  $\alpha_i = 1.0$  すなわち全塑性状態に達した際には式(3)と同一となる。ここで, 式中の  $\sqrt{(1 - \alpha_y)(1 - \alpha_z)}$  は必ずしもこのようにする必要はないが, 文献4)を参照して採用した。次に, 弾性限 ( $\alpha_i = 1/f_i$ ) においては, 式(10)は式(2)と同一となる必要がある。これを満足させるために, 式(10)の  $g(m_y, m_z, n)$  は, 弾性限の際  $F = F_1$  となるように決定した。この定義より関数を導くと次のようになる。

$$g(m_y, m_z, n) = \frac{\{n - n^{c_3}\} + \{f_y m_y - (f_y m_y)^{c_1}\} + \{f_z m_z - (f_z m_z)^{c_2}\}}{\sqrt{(1 - 1/f_y)(1 - 1/f_z)}} \quad (11)$$

### 2.3 係数 $c_1$ , $c_2$ , $c_3$ の設定

係数を求めるために, まず鋼製箱形断面の断面のみを取り出した断面力解析を行った。解析では図-3に示すようにフランジ幅  $B$  (ここでは断面  $y$  軸回りのモーメントに圧縮抵抗する面をフランジと称する) とウェブ幅  $D$  の断面アスペクト比  $B/D$  をパラメータとし, 各アスペクト比に対して, 軸力および2軸曲げモーメントを載荷した場合の全塑性状態における  $N$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  を求めた。次に, これらを無次元量として図-1のような3次元空間にプロットし, 式(3)で仮定した全塑性曲面の式形に適するように, 式(12)を用いた最小二乗法により係数  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  を決定した。さらに, 断面アスペクト比をパラメータとして, 各係数を直線近似し, 式(13)に示す式形として整理した。

$$\Sigma (m_{y_j}^{c_1} + m_{z_j}^{c_2} + n_j^{c_3} - 1.0)^2 \rightarrow \text{最小} \quad (12)$$

ここでアスペクト比をパラメータとしたのは, 箱形断面形には限らないが, 断面アスペクト比の違いにより, 各曲げ方向に対する全塑性相関曲面は異なった形状を有するので, その影響を考慮するためである。

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= -0.45(B/D) + 2.380 \\ c_2 &= 0.54(B/D) + 1.352 \\ c_3 &= 1.0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式(13)において係数  $c_3$  を 1.0 としているが, 初期の近似結果では  $c_3 < 1.0$  となり, この場合には全塑性曲面において部分的に凸性(Convexity)<sup>5)</sup> を失うため, あらかじめ  $c_3 = 1.0$  として, 再度, 式(12)での最小二乗近似を行ったためである。解析結果の一例として, 図-4にアスペクト比  $B/D = 0.6$  の場合の  $n - m_y$ ,  $n - m_z$ ,  $m_y - m_z$  平面における断面解析結果と上記の近似結果の比較を示す。

詳細断面解析より得られた全塑性曲面上の点 (図中○印) との比較より, 軸力が小さい ( $N/N_y \leq 0.3$ ) 領域では概ね整合性があるが, 軸力が大きな領域ではずれの傾向を示している。これは, 2.2に示したように, 補間降伏関数を設定するために全塑性関数を式(3)のように定義したことが原因であり, 最小二乗近似を行っても, 軸力が大きい範囲では整合性がとれていない。しかし, 前記のように, 各軸回りの曲げに対して断面形状が変化している場合, つまりアスペクト比が 1.0 から離れている場合は, 各曲げ方向に対する全塑性相関曲面は異なった形状を有する。本論文では, 軸力比の適用範囲に上記のような制限はつくが, この影響を考慮するために式(13)を係数として採用した。

よって, 本論文における対象構造物としては, 上記にて整合性がとれていると考えられる  $N/N_y \leq 0.3$  の範囲の構造物を扱うものとした。このことは, さらに軸力の影響が大きくなる構造物については, 別途関数形を検討する必要性を示している。しかし, 本論文においては, 降伏関数形もそうであるが, むしろ後述の断面力表示構成則の方に着目しているため, 対応のとれる範囲での検討では問題ないものと判断した。

表-1 各対象構造諸元

対象構造名称	T型橋脚		逆L型橋脚
	No.13	No.S2	No.1
フランジ幅 B(m)	3.496	2.672	1.686
ウェブ幅 Dw(m)	2.248	1.696	1.608
板厚 t(m)	0.048	0.048	0.0381
補剛材幅 bs(m)	0.272	0.272	0.208
補剛材板厚 ts(m)	0.048	0.048	0.0381
フランジサブパネル数 nf	3	3	3
ウェブサブパネル数 nf	2	2	3
高さ h(m)	14.776	11.104	8.264
ダイヤフラム間隔 a(m)	3.448	1.312	0.832
フランジパネルアスペクト比	1.0	0.5	0.5
フランジパネル幅厚比パラメータ	0.491	0.355	0.333
細長比パラメータλ	0.376	0.362	0.350
軸力比 P/Py	0.113	0.153	0.140
材質	SS400	SS400	SM490YA
降伏応力 σy(MPa)	309	300	389
ヤング率 E(GPa)	206	218	207
ポアソン比 ν	0.3	0.281	0.255
質量 M(×106 Kg)	2.28	2.34	1.79
降伏水平荷重 Hy(×106 N)	9.35	6.60	6.59
降伏水平変位 δy(m)	0.0888	0.0603	0.0480
固有周期 T(sec)	0.93	0.914	0.718
減衰定数 h	0.05	0.05	0.05
入力地震動	1.5×HKB	JR-Takatori	JR-Takatori

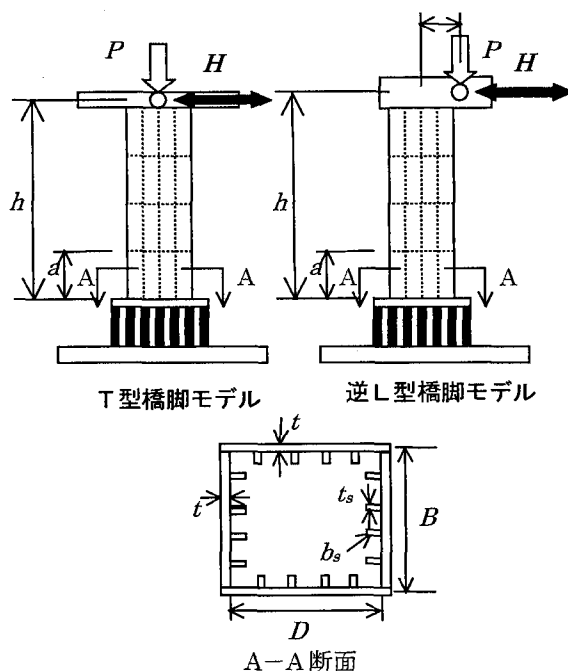


図-5 試験体概念図

## 2.4 断面力表示構成則

ひずみ、曲率増分から断面力増分を算定するための断面力表示構成則を求める。

部材断面中心の軸ひずみ増分  $\Delta \varepsilon$ 、曲率増分  $\Delta \phi_i$  ( $i = y, z$ )は、式(14)のように弾性成分と塑性成分に分割できると仮定する。また、軸力増分および曲げモーメント増分は、式(14)の弾性成分に弾性剛性を乗ずることで式(15)のように求められる。

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_e + \Delta \varepsilon_p, \quad \Delta \phi_i = \Delta \phi_{ei} + \Delta \phi_{pi} \quad (14)$$

$$\Delta N = EA(\Delta \varepsilon - \Delta \varepsilon_p), \quad \Delta M_i = EI_i(\Delta \phi_i - \Delta \phi_{pi}) \quad (15)$$

また、降伏関数  $F$ は、軸力  $N$ 、曲げモーメント  $M_i$ 、塑性曲率  $\phi_{pi}$  (相当塑性曲率  $\chi_{ps}$ ) の関数であり、Prager の適合条件を適用すると、次式を得る。

$$\left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)\Delta N + \left(\frac{\partial F}{\partial M_y}\right)\Delta M_y + \left(\frac{\partial F}{\partial M_z}\right)\Delta M_z + \left(\frac{\partial F}{\partial \chi_{ps}}\right)\Delta \chi_{ps} = 0 \quad (16)$$

また、法線則より、

$$\Delta \varepsilon_p = \Delta \lambda \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right), \quad \Delta \phi_{pi} = \Delta \lambda \left(\frac{\partial F}{\partial M_i}\right)$$

$$\Delta \chi_{ps} = \sqrt{(\Delta \phi_{py})^2 + (\Delta \phi_{pz})^2} = \Delta \lambda \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial M_y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial M_z}\right)^2} \quad (17)$$

式(17)を式(15)式に代入し、さらに式(16)に代入すると、

$$\Delta \lambda = \left\{ \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)EA\Delta \varepsilon + \left(\frac{\partial F}{\partial M_y}\right)EI_y\Delta \phi_y + \left(\frac{\partial F}{\partial M_z}\right)EI_z\Delta \phi_z \right\} / \lambda' \quad (18)$$

ここで、 $\lambda'$ は次のようになる。

$$\lambda' = EA \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)^2 + EI_y \left(\frac{\partial F}{\partial M_y}\right)^2 + EI_z \left(\frac{\partial F}{\partial M_z}\right)^2 - \left(\frac{\partial F}{\partial \chi_{ps}}\right) \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial M_y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial M_z}\right)^2} \quad (19)$$

(15), (17), (18) 式より、断面力増分とひずみ及び曲

率増分のマトリクス表示をすると、次のような断面力表示構成則を得る。

$$\{\Delta N \quad \Delta M_y \quad \Delta M_z\}^T = [D_{ep}] \{\Delta \varepsilon \quad \Delta \phi_y \quad \Delta \phi_z\}^T \quad (20)$$

$$[D_{ep}] = \begin{Bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ & D_{22} & D_{23} \\ sym. & & D_{33} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

$$D_{11} = EA - (EA)^2 \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)^2 / \lambda', \quad D_{22} = EI_y - (EI_y)^2 \left(\frac{\partial F}{\partial M_y}\right)^2 / \lambda'$$

$$D_{33} = EI_z - (EI_z)^2 \left(\frac{\partial F}{\partial M_z}\right)^2 / \lambda', \quad D_{12} = -EA EI_y \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right) \left(\frac{\partial F}{\partial M_y}\right) / \lambda'$$

$$D_{13} = -EA EI_z \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right) \left(\frac{\partial F}{\partial M_z}\right) / \lambda', \quad D_{23} = -EI_y EI_z \left(\frac{\partial F}{\partial M_y}\right) \left(\frac{\partial F}{\partial M_z}\right) / \lambda'$$

ここで、各式中における降伏関数の偏微分項は、式(10)、(11)を偏微分することで得られる。また、式(21)において、弾性範囲では  $D_{11} = EA$ 、 $D_{22} = EI_y$ 、 $D_{33} = EI_z$  のみとなり、その他の連成項はすべて零となる。

## 2.5 硬化則および硬化領域における降伏関数

提案手法においては、硬化則として Prager の移動硬化則<sup>6)</sup>を採用した。硬化領域における降伏関数形としては、式(3)の全塑性曲面の関数形を保持したまま、その中心点のみが移動する形となる<sup>8)</sup>。

## 3. 軸力-1軸曲げ相関問題に対するベンチマーク

提案手法の妥当性を検証するため、まず、軸力-1軸曲げを受ける単純な平面構造に対するベンチマーク解析を実施した。ベンチマーク解析の対象としては、文献2)に示されるT型橋脚および逆L型橋脚のベンチマーク解析例を用いた。また、文献2)で示されるベンチマーク解析に関しては、地震応答を実験的に求めたハイブリッ

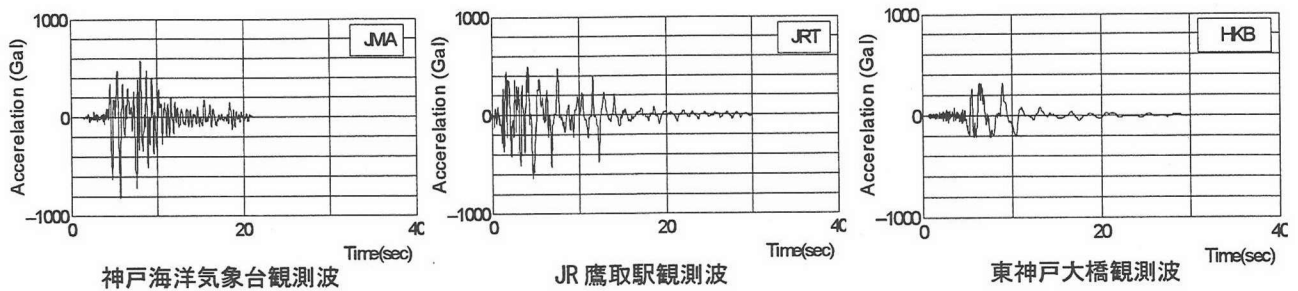


図-6 地震入力加速度時刻歴波形

表-2 応答値の比較

橋梁形式 構造名称	T型				逆L型		
	No.13		No.S2		No.1		
応答値	Hmax/Hy	$\delta_{max}/\delta_y$	Hmax/Hy	$\delta_{max}/\delta_y$	Hmax/Hy+	Hmax/Hy-	$\delta_{max}/\delta_y$
Test	1.39	4.93	1.76	9.02	1.80	-1.78	8.84
Proposed	1.55	3.71	1.80	9.58	1.41	-1.33	8.53
	11.4%	-24.7%	2.5%	6.2%	-21.7%	-25.3%	-3.5%
2Parameter model or Damage Index model (NU)	1.43	3.96	1.66	8.90	1.81	-1.85	8.31
	2.9%	-19.7%	-5.7%	-1.3%	0.6%	3.9%	-6.0%
Fiber mode (NIT) せん断なし	1.34	3.92	1.49	9.92	1.27	-1.53	10.74
	-3.6%	-20.5%	-15.3%	10.0%	-29.4%	-14.0%	21.5%

ド地震応答実験<sup>10)</sup>、最大荷重、終局変位などを実験的な推定式より求めたP- $\delta$ 関係式を用いた地震応答解析<sup>12)</sup>、Damage Index モデルを用いた解析<sup>13)</sup>、等価1自由度モデルによる解析<sup>14)</sup>、ファイバー要素と詳細な構成則<sup>9)</sup>を用いた解析結果などとの比較が示されているので、これらとの比較を行った。

### 3.1 対象構造

解析対象としては、文献2)に示されるT型橋脚として、東神戸大橋観測地震波 NS成分(HKB)の最大加速度を1.5倍した波形を入力したケース(No.13)、およびJR警報地震計鷹取駅観測地震波 NS成分(JRT)を入力したケース(No.S2)を対象とし、逆L型橋脚の解析ケースとしてはJR鷹取観測地震波を入力したケース(No.1)を対象とした。各ケースにおける構造物の諸元は表-1に示す通りである。また、表中の各記号は図-5の試験体概念図と対応している。図-6に解析で使用した地震動の加速度時刻歴波形を示す。ただし、図-6中には4章で使用した神戸海洋気象台観測波 NS成分(JMA)の波形も併せて示す。

### 3.2 解析概要

本手法を用いた解析では、2章に示した断面力表示構成則を用いた直接積分による時刻歴応答解析を行った。モデルの材料定数および断面寸法等の諸元に関しては、表-1に示す値とし、減衰定数としては $h=0.05$ で剛性比例型を採用した。また、一定鉛直荷重Pを載荷した状態で地震応答解析を実施し、付加曲げモーメント(P- $\Delta$ 効果)の影響も考慮した解析とした。

### 3.3 解析結果の比較

解析結果の内、表-2に、各応答値の内、最大荷重(Hmax/Hy)、最大応答変位( $\delta_{max}/\delta_y$ )の値の比較を示す。ただし、逆L型橋脚モデルについては、解析結果によっては最大荷重の発生が、荷重プラス側、マイナス側で異なる傾向を示しているため、それぞれの荷重最大値に対する比較を行った。また、表中には、ハイブリッド実験結果を基準値とした場合の、各結果の誤差比率をパーセント表示にて示す。図-7(a)には、T型橋脚モデルの内、No.13の頂部変位時刻歴応答波形( $\delta-T$ )、橋脚基部水平反力-頂部水平変位履歴図(H- $\delta$ )の比較を、(b)にはNo.S2の比較を、図-8には逆L型橋脚モデルについての比較を示す。これらの図は、水平変位を降伏変位 $\delta_y$ で、水平荷重を降伏荷重 $H_y$ で無次元化したグラフとなっている。また、図の見やすさを考慮して、4つの結果比較を2つずつの比較として分けて表示している点に注意されたい。比較図としては、本解析手法の結果(Proposed)とハイブリッド実験(Hybrid Test)の比較図、2パラメータあるいはDamage Index modelによる結果(2-Parameter model, SDOF model)とファイバーモデルの結果(Fiber)の比較図を示す。

表-2より、T型橋脚モデルの結果については、全体的に良い精度で実験結果を表現しているのは、2パラメータ、Damage Index modelによる結果であるが、これらの解析手法は、各種の実験結果を基に基本的なパラメータ等を決定している方法である。本研究で比較対象としている詳細な構成則を用いたファイバーモデルの結果と比較すると、No.13については、荷重、変位とも本手法の方が5~7%程度大きく、実験値との誤差も大きい評価となった。一方、No.S2の結果を見ると、荷重、変位

ともファイバーモデルより小さく、実験値に近い結果を示しており、誤差も3~6%程度であり、良く一致しているものと言える。

また、表-2の逆L型橋脚モデルについても、最も精度が良いのはDamage Index modelによる結果である。本手法の結果とファイバーモデルの結果を比較すると、ともに荷重については実験値との誤差が20%を超える誤差となっているが、最大変位の誤差は、本手法では4%程度となり概ね一致していると言える。

図-7, 8の波形の比較より、本手法の結果は、すべての比較において、残留変位の生じる方向など、応答性状については実験結果、ファイバーモデルの結果と対応がとれている。また、変位時刻歴波形の比較から、最大応答変位までは概ね実験結果に近い応答を示していることがわかる。しかし、残留変位の値は、実験値と大きく異なる結果を示している。これは、本手法は局部座屈による耐力力の低下挙動などを考慮していない方法であり、最大変位以降の微妙な剛性変化などが再現できていないためと考えられる。これはファイバーモデルについても同様であり、すべての結果で本手法と同様の傾向を示していることがわかる。

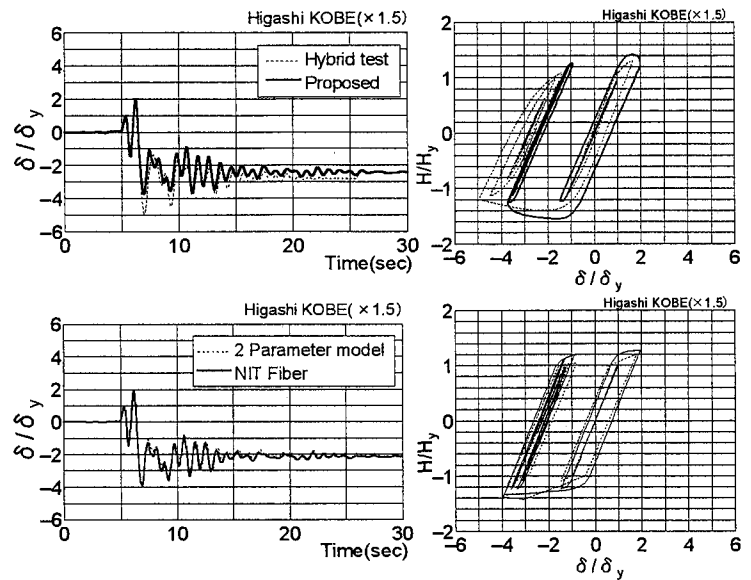
以上の結果より、軸力-1軸曲げ相関（ここでは一定軸力）のみを考慮した場合については、最大応答変位が発生する時点までという制限はつくが、本解析手法は実験値に近い値を示す結果が得られた。

#### 4. 軸力-2軸曲げ相関問題に対するベンチマーク

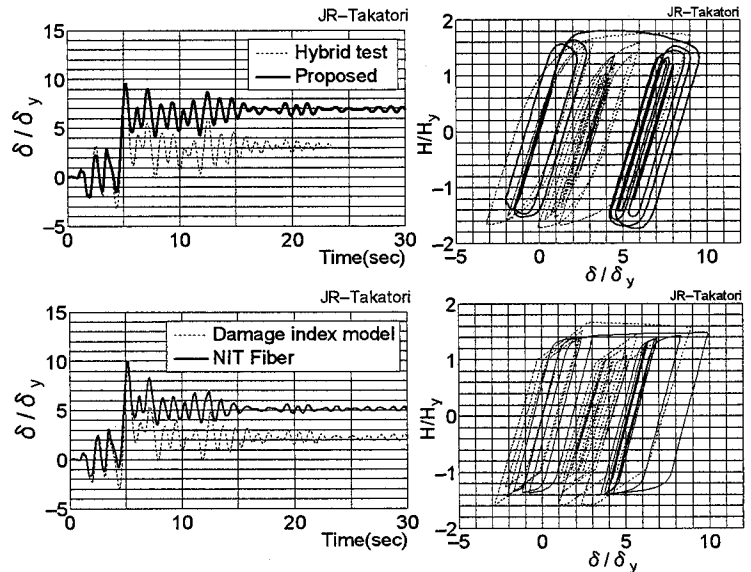
3章に示したベンチマーク解析結果より、提案手法による結果は概ね妥当な結果が得られているものと考えられる。次に、軸力と2方向の曲げモーメントが同時に作用する場合のベンチマークとして、水平方向外力に対して、軸力変動が生じるラーメン橋脚モデルを作成して、ファイバーモデルの解析結果との比較を行った。

##### 4.1 対象構造

解析対象構造のラーメン式橋脚モデルの諸元を表-3に、解析モデル図を図-9に示す。ラーメン橋脚モデルは構造的には対称構造としたが、上部2点の質点における質量およびその配置を変化させることで、応答における非対称性を持たせる構造とした。また、隅角部については剛な要素としてモデル化した。表-3中の各記号は図-9における記号に対応している。また、質量等の諸元も図-9中に示す。



(a) No. 13モデルに対する応答結果の比較



(b) No. S2モデルに対する応答結果の比較

図-7 地震応答解析結果の比較 (T型橋脚モデル)

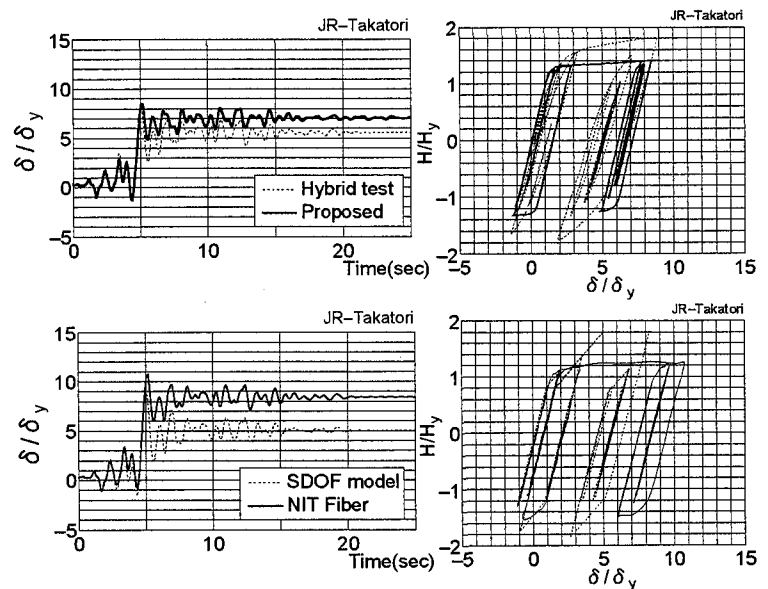


図-8 地震応答解析結果の比較 (L型橋脚 No. 1モデル)

表-3 ラーメン橋脚モデル諸元

	B(m)	D(m)	Dw(m)	tf(m)	tw(m)	bs(m)	ts(m)	リブ本数	
								nrf	nrw
柱	3.016	2.986	3.014	0.014	0.016	0.160	0.014	5	5
梁	3.014	2.986	3.014	0.014	0.014	0.180	0.014	5	0

	$\sigma_y$ (MPa)	E (GPa)	$N_y$ (kN)	$M_{yy}$ (kN*m)	$M_{yz}$ (tf*cm)	$M_{py}$ (tf*cm)	$M_{pz}$ (tf*cm)	$f_y$	$f_z$
柱	357	206	80254	75115	79315	86807	90015	1.156	1.135
梁	357	206	68972	71466	62712	80095	72897	1.121	1.162

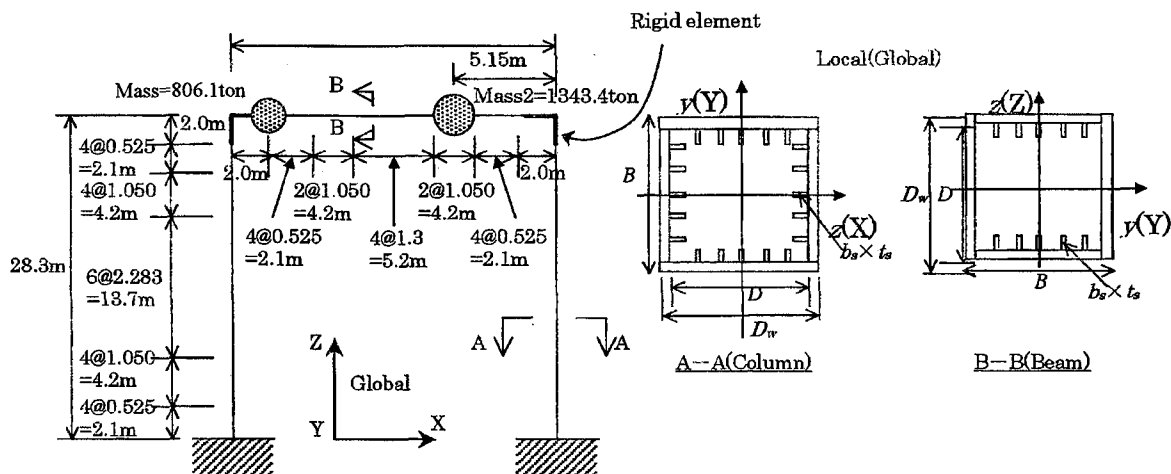


図-9 ラーメン橋脚解析モデル図

#### 4.2 解析概要

ベンチマークとして、本解析手法における結果と、同一ラーメン橋脚モデルを用いたファイバーモデルによる解析結果との比較を行った。

ファイバーモデルによる解析は、構造解析用汎用プログラム ABAQUS<sup>10)</sup>を用いた弾塑性有限変位解析により実施した。解析では一定鉛直荷重を与えた状態で地震入力を行った。時刻歴応答解析に用いる数値解法としては Newmark  $\beta$ 法を基にした Hilber-Hughes-Taylor 法を使用した。減衰定数は 0.02 とし、1次、2次モードを対象としたレイリー減衰を仮定した。解析では幾何学的非線形性を考慮した。また、応力-ひずみ構成則としては、前記同様に本解析手法との対応をとるため、表-3に示す降伏応力にて降伏し、2次剛性として  $E/100$  を持つバイリニア特性を設定した。硬化則としては移動硬化則を仮定した。

比較解析としては、同一モデルに対して、兵庫県南部地震で観測された I, II, III 種地盤のそれぞれに対応した JMA 神戸海洋気象台観測波 (以下, JMA), JR 警報地震計鷹取駅観測波 (JRT), 東神戸大橋観測波 (HKB) の 3 波形の NS 成分を入力した場合の解析を実施した。また、地震入力方向としては、水平方向のみとし、図-9に示す X, Y 軸となす角度が 45 度の方向に、図-6に示す加速度時刻歴波形を入力した。これにより、柱部材に、対して軸力および 2 方向軸回りの曲げモーメントが作用することになる。

#### 4.3 固有値解析結果

地震応答解析に先立ち実施した固有値解析結果より、1次が面外、2次が面内の変形モードとなっており、1次モードは固有周期  $T=2.19$  秒、2次モードも 1.14 秒と長周期の構造となっている。ここでの解析では、この1次、2次モードの固有値を用いてレイリー減衰の係数  $\alpha$ ,  $\beta$  を算定した。

#### 4.4 地震応答解析結果の比較

解析結果例として、HKB 入力時の結果を図-10, 11に示す。図-10(a)は、解析モデル図の Mass1 と Mass2 の節点における X, Y 方向変位時刻歴応答波形 ( $\delta_x$ ,  $\delta_y$ ) の比較を、(b)にはリサージュ ( $\delta_x - \delta_y$ ) の比較を示す。また、図-11には、ラーメン橋脚モデルの左側柱基部の水平反力-Mass1 節点水平変位関係 ( $Q_x - \delta_x$ ,  $Q_y - \delta_y$ ) の比較、左側柱基部要素の軸力時刻歴比較および左側柱基部断面の  $M - \phi$  関係の例を示す。図-12, 13には、JMA, JRT の解析結果の内、Mass1 と Mass2 の節点において変位が大きく生じた Y 方向変位時刻歴および左側柱基部の水平反力-Mass1 節点水平変位関係 ( $Q_x - \delta_x$ ,  $Q_y - \delta_y$ ) の比較を示す。図中の実線は提案手法による解析結果を、破線はファイバーモデルの解析結果を示す。

さらに、表-4に解析での各種応答値の比較およびファイバーモデルの結果を基準とした場合の誤差を示す。

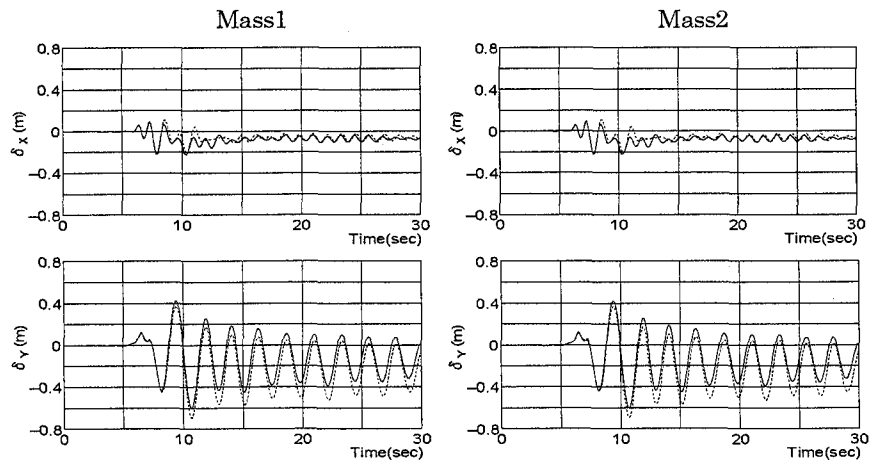
これらの結果より、地震入力の違いに対する応答性状に着目すると、高周波数領域に卓越周波数を持つ JMA については、ファイバーモデルの最大応答変位が 0.24m、一般的に大きな応答を生じさせる波形特性を有する JRT については 0.46m、低周波領域に卓越周波数を持つ HKB については 0.7m 生じており、本構造の固有周期を考慮すると HKB が応答変位に関しては、最も厳しい地震入力であると考えられる。これは、特に 1 次の面外方向変形モードの固有周期が HKB 地震波の卓越成分に対応しているためと考えられる。

また、本解析で採用している相関曲面形の軸力比制限に関しては、図-11 の軸力比時刻歴波形および表-4 からわかるが、応答時における軸力変動を考慮した場合でも  $N/N_y$  は 0.3 以下におさまった。つまり、本論文で示した適用範囲内での解析となっている。

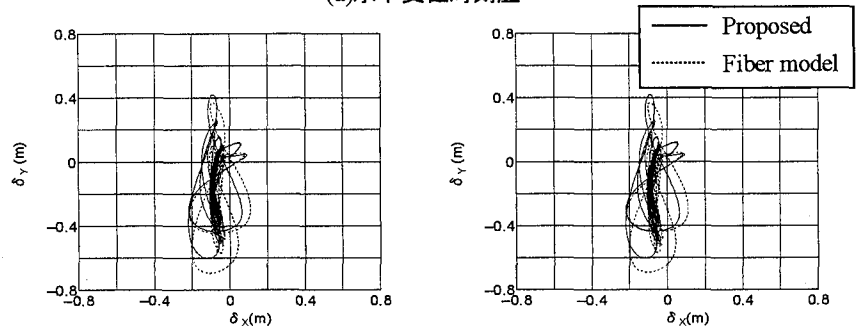
図-10, 12 の変位時刻歴波形の比較より、HKB, JMA 入力時には、両解析結果は最大応答変位だけでなく残留変位に関してもほぼ対応がとれる結果となった。しかし、図-13 に示す JRT 入力時には、ファイバーモデルの結果における最大応答変位発生時 (5~7 秒付近) 程度までは概ね対応がとれているが、残留変位に関しては、ファイバーモデルの方が小さく生じる結果となった。

図-11~13 に示す水平反力-Mass1 節点水平変位関係 ( $Q_x-\delta_x, Q_y-\delta_y$ ) の比較より、最大荷重に関しては両解析結果は良く一致していることがわかる。

表-4 の応答値に関する誤差を見ると、水平荷重については、上述のように X 方向, Y 方向ともに誤差が 5% 程度以下となっており、非常に良く一致していると言える。同様に、軸力比についても誤差は 5% 以内となっており、断面力については対応のとれる結果が得られた。しかし、応答変位については、最大の応答変位を示した HKB 入力時の結果が最も誤差が小さくなっており、変位の小さい X 方向変位で 3%、大きい Y 方向で 13% 程度となった。JMA, JRT の Y 方向の変位については、ともに 30% 程度の誤差が生じる結果となった。この原因としては、地震波形

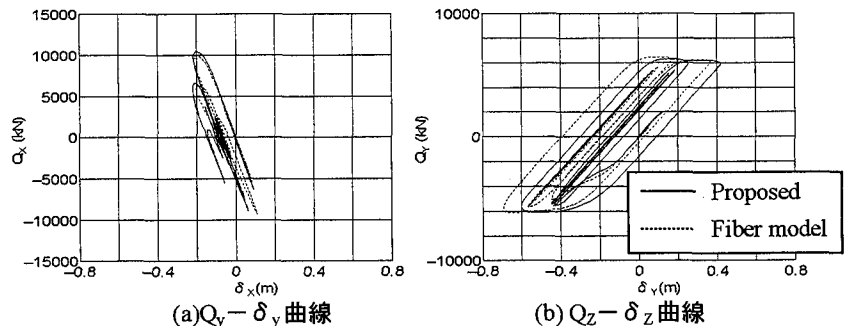


(a)水平変位時刻歴



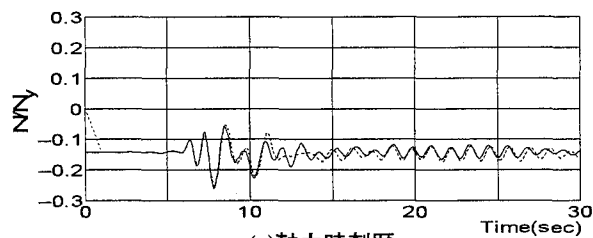
(b)リサーチ

図-10 HKB 入力時の比較 (1)

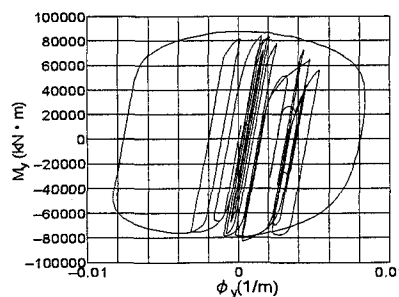


(a)  $Q_y-\delta_y$  曲線

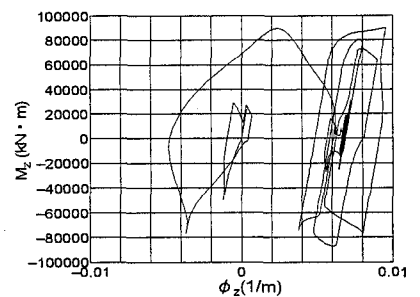
(b)  $Q_z-\delta_z$  曲線



(c)軸力時刻歴



(d)  $M_y-\phi_y$  曲線



(e)  $M_z-\phi_z$  曲線

図-11 HKB 入力時の比較 (2)



表-4 比較結果まとめ

Response		JMA			JRT			HKB		
		Proposed	Fiber	error(%)	Proposed	Fiber	error(%)	Proposed	Fiber	error(%)
Disp.(m)	Mass1-X	-0.233	-0.235	0.9	-0.342	-0.382	10.4	-0.221	-0.215	2.9
	Mass1-Y	-0.172(0.240)	-0.235	26.8	0.614	0.456	34.8	-0.602	-0.694	13.2
	Mass2-X	-0.234	-0.235	0.4	-0.342	-0.392	12.7	-0.221	-0.215	2.9
	Mass2-Y	-0.173(0.241)	-0.233	25.8	0.619	0.455	35.9	-0.605	-0.692	12.7
Force(kN)	Node-1-X	-12410	-11810	5.1	-13744	-14038	2.1	10428	9959	4.7
	Node-1-Y	-3346	-3376	0.9	6141	5984	2.6	6331	6479	2.3
P/P <sub>y</sub>	Node-1	-0.267	-0.268	0.4	-0.269	-0.280	4.1	-0.260	-0.253	3.1

の特性が関係しているものと考えられる。JMA, JRT の地震波形については、種々の振動特性を有する橋脚モデルに対して行われたハイブリッド地震応答実験結果において、急激な応答を生じさせる特徴を有していることが報告されており<sup>1)</sup>、また、文献2)に示されるT型橋脚のベンチマーク解析においても HKB に対する応答解析結果に比べ、解析手法の違いによる誤差が生じやすくなっている。つまり、提案手法とファイバーモデルとの比較においても、誤差が生じ易いものと考えられる。

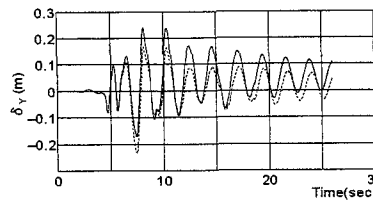
また、図-11(d), (e)に示す提案手法による柱基部の曲げモーメント-曲率関係 ( $M_y - \phi_y$ ,  $M_z - \phi_z$ ) より、曲げモーメントは安定せずに、逐次増減する傾向を示しており、降伏関数を仮定して断面力の相関を考慮している影響が現れていることがわかる。この特徴は図-11~13 の  $Q_x - \delta_x$ ,  $Q_y - \delta_y$  関係にも現れており、3章に示した軸力-1軸曲げ相関問題の応答と比較すると、その違いが良くわかる。

以上の結果を踏まえると、本解析手法を用いることで、軸力-2軸曲げ相関問題についても、ファイバーモデルの結果に近い結果を得ることが可能であることがわかった。断面力(せん断力, 軸力)に関しては良く一致する結果が得られた。残留変位に関しては誤差が生じているが、文献2)によれば、解析手法の相違により、同一構造モデルを用いた解析結果は異なること、とりわけ残留変位に関しては解析手法により差が生じやすいことが指摘されており、本提案手法においてもずれが生じているものと言える。

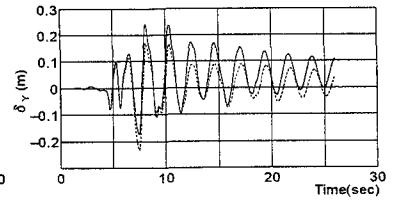
### 5. まとめ

本論文では、断面力表示構成則を用いた軸力-2軸曲げ相関関係を考慮可能な動的解析手法の定式化を行った。次に、軸力-1軸曲げを受けるT型橋脚、逆L型橋脚、および軸力-2軸曲げを受けるラーメン橋脚に対するベンチマーク解析を実施し、その解析結果の比較・検討を行った。結果をまとめると次のようである。

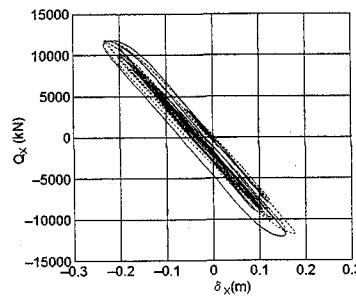
Mass1



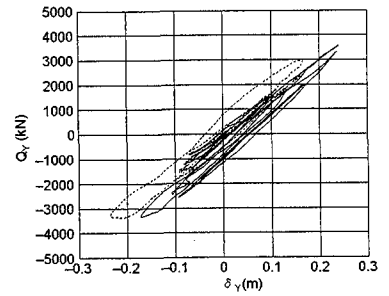
Mass2



(a) 水平変位時刻歴



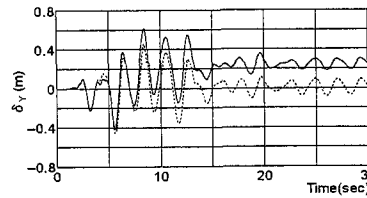
(b)  $Q_y - \delta_y$  曲線



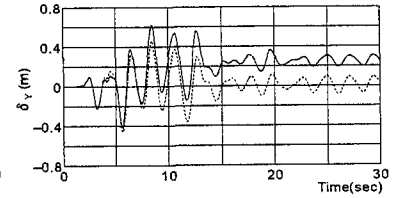
(c)  $Q_z - \delta_z$  曲線

図-12 JMA 入力時の比較

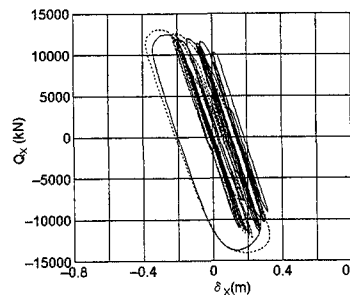
Mass1



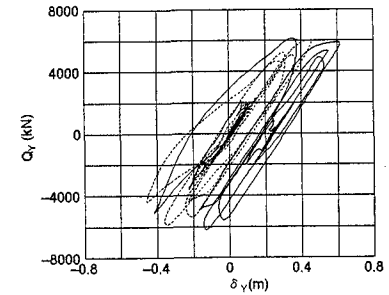
Mass2



(a) 水平変位時刻歴



(b)  $Q_y - \delta_y$  曲線



(c)  $Q_z - \delta_z$  曲線

図-13 JRT 入力時の比較

- (1) 軸力-1軸曲げの検討ケースであるT型、逆L型橋脚モデルに対するベンチマーク解析結果より、詳細な構成則を用いたファイバーモデルの結果と比較すると、誤差の大小関係は一定ではないが、概ね一致する結果を得た。ファイバーモデルと提案手法に

おける誤差は 5~10%程度であった。また、残留変位の生じる方向など、応答性状については実験、ファイバーモデルの結果と対応のとれる結果となった。本検討範囲内においては、正解値としての実験結果と比較すると、最大応答変位に関してはファイバーモデルの結果よりも良い推定結果を与え、提案手法と実験結果との誤差は 3~25%程度であった。

- (2) 軸力-1 軸曲げ相関問題の比較では、最大応答変位までは概ね実験結果に近い応答を示しているが、残留変位の値は、実験値と異なる結果を示した。
- (3) 軸力-2 軸曲げ相関問題の検討ケースであるラーメン橋脚モデルに対して、提案手法とファイバーモデルを用いた解析結果を比較すると、荷重(せん断力、軸力)については、両者は良く一致する結果となった。また、応答変位については HKB 入力時は良く合う結果が得られたが、JMA, JRT 入力時には誤差が生じる結果となった。これは文献 2) のベンチマークについても見られた傾向である。
- (4) 提案手法のさらなる精度向上に関して今後検討すべき課題としては、高軸力比の領域にも対応可能な相関曲面の選定、その他のベンチマーク解析結果との比較・検討などが考えられる。

#### 謝辞

本研究に関しては、宇佐美勉教授(名古屋大学工学研究科土木工学専攻)の御指導をいただいた。ここに改めて深く感謝の意を表す。

#### 参考文献

- 1) 宇佐美勉, 織田博孝: 鋼構造物の耐震解析法および耐震照査法に関する研究展望, 土木学会論文集 No.668/I-54, pp.1-16, 2001.
- 2) 土木学会鋼構造委員会, 日本鋼構造協会: 鋼構造物の耐震解析用ベンチマークと耐震設計法の高度化, 2000.
- 3) 森下邦宏, 阪野崇人, 宇佐美勉: 鋼製橋脚を対象とした動的耐震照査法の適用の妥当性, 第 26 回地震工学研究発表会講演論文集, pp.1221-1224, 2001.8.
- 4) 宇佐美勉, 柴田輝昭: 断面力表示構成則を用いた鋼骨組み構造物の弾塑性有限変位解析, 土木学会論文集 No.416/I-13, 1990, 4.

- 5) 材料学会編: 固体力学の基礎, 日刊工業新聞社, 1981.
- 6) W.Prager: The Theory of Plasticity, A Survey of Recent Achievement, Proc. of Inst. Mech. Engineering, Vol.199, pp.41-57, 1955.
- 7) Shen, C., Mamaghani, I.H.P., Mizuno, E and Usami, T.: Cyclic Behavior of Structural Steels. II: Theory, J. of Eng. Mech., ASCE, Vol.121, No.11, pp.1165-1172, 1995.
- 8) 井上一朗, 小川厚治, 鋼構造筋違付多層骨組の塑性設計に関する研究 その 2. 塑性設計架構の弾塑性応答性状に関する考察, 日本建築学会論文報告集, 第 268 号, pp.87-98, 1978, 9.
- 9) 後藤芳顕, 王慶雲, 高橋宣男, 小畑誠: 繰り返し荷重下の鋼製橋脚の有限要素法による解析と材料構成則, 土木学会論文集, No.591/I-43, pp.189-206, 1998, 4.
- 10) 才塚邦宏, 伊藤義人, 木曾英滋, 宇佐美勉: 相似則を考慮したハイブリッド地震応答実験手法に関する考察, 土木学会論文集, No.507/I-30, pp.179-190, 1995, 1.
- 11) 才塚邦宏, 宇佐美勉, 芳崎一也, 鈴木森晶: 兵庫県南部地震観測地震波を用いたハイブリッド地震応答実験による鋼製橋脚の激震時挙動, 土木学会論文集, No.556/I-38, pp.119-130, 1997, 1.
- 12) 鈴木森晶, 宇佐美勉, 寺田昌弘, 伊藤努, 才塚邦宏: 鋼製箱形断面橋脚の復元力モデルと弾塑性地震応答解析, 土木学会論文集, No.549/I-37, pp.191-204, 1996, 10.
- 13) 金田一智章, 宇佐美勉, Satish Kumar: Damage Index に基づく鋼製橋脚の復元力特性, 構造工学論文集, Vol.41A, pp.667-678, 1998, 3.
- 14) 宇佐美勉, Zheng, Y., 葛漢彬: Pushover 解析と等価 1 自由度モデルによる鋼製ラーメン橋脚の耐震照査法, 土木学会論文集, No.626/I-48, pp.231-240, 1999, 7.
- 15) Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc.: ABAQUS User's Manual, Version 5.8, Vol.I~III, 1998.

(2001 年 12 月 7 日 受付)

## PROPOSAL OF DYNAMIC ANALYSIS METHOD CONSIDERING INTERACTION OF CROSS-SECTION FORCES WITH A STRESS RESULTANT CONSTITUTION LAW

Kunihiro MORISHITA, Koichi INOUE, Ichiro MASUDA, Satoru UEHIRA and Toshihiro YAMAMOTO

The dynamic analysis method considering interaction between axial force and bending moments is proposed. The interaction is expressed using a stress resultant constitution law. This proposed method has the advantage of the analysis methods with fiber model taken notice recently in decreasing calculation time, as brief analysis model can be used. Especially, it has much effect of analyzing seismic response with huge model such as a long span bridge. In this paper, several test analyses are performed for the problem of interaction between axial force and single bending moment and the problem of interaction between axial force and bending moments for two directions. The results represent that this proposed method is able to be applied to the dynamic response analysis using huge analysis models as brief and approximate manners.