

常時微動計測に基づく構造同定

佐藤 忠信¹・本田 利器²・梶 啓介³

¹正会員 工博 京都大学防災研究所教授(〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

²正会員 工修 京都大学防災研究所助手(〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

³学生員 京都大学大学院工学研究科(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

System identification technique is one of tool to detect damage to structure systems. In this paper the Monte Carlo filter is applied to identify dynamic characteristics of structure systems. First we identify dynamic characteristics of a single degree of freedom structure system and also parameters defining probability characteristics of the Monte Carlo filter. We use the criterion of log likelihood to determine optimal parameters. Then this method is applied to the identification of a 3-story steel frame structures using microtremor observation records. We resimulate responses using the identified structure model and compare with observed responses.

Key Words : structural identification, health monitoring, Monte Carlo filter, log likelihood, microtremor

1. はじめに

構造物のヘルスマニタリング手法の一つに、構造物の振動計測結果に基づいて時刻歴上で構造物の動特性を同定し、その変化から損傷を評価する手法が挙げられる。こうしたシステム同定の研究は数値シミュレーションや模型実験が中心であったが、兵庫県南部地震を契機に実際に損傷を受けた構造物を対象とした研究が報告されている。沢井等¹⁾、鈴木等²⁾は構造物の固有周期の変化を、中村等³⁾は構造物の層ごとの剛性の変化を調べている。これらの研究では、振動計測結果としていずれも常時微動を用いている。常時微動を用いることで、起振器などがない構造物でも簡便に振動記録を得ることができ、常に構造物の状態を把握することができる。

本研究では、北川⁴⁾、⁵⁾によって開発されたモンテカルロフィルタを構造物の振動計測結果を利用して、その動特性を同定するための逆解析手法として用いる。モンテカルロフィルタは、観測値が得られたときの状態量の条件付確率分布を粒子と呼ばれる実現値を用いて表現するもので、その粒子の状態変化を状態方程式に基づいてシミュレートし、その粒子を

尤度に応じてリサンプリングすることで状態量の分布を同定する。まず、1自由度線形構造系の同定にモンテカルロフィルタを適用し、確率特性を表すパラメータが同定に及ぼす影響について考察を行う。さらに、対数尤度を用いて最適な確率特性を表すパラメータを決定する。最後に、実大構造物の常時微動記録を用いてモンテカルロフィルタで同定を行い、実データへの適用性を検討する。

2. 同定手法

(1) モンテカルロフィルタ

モンテカルロフィルタで対象とするモデルは状態方程式と観測方程式が次式のように与えられるものとする。

$$\mathbf{x}_n = F(\mathbf{x}_{n-1}, \mathbf{w}_n) \quad (1)$$

$$y_n = H(\mathbf{x}_n, \mathbf{v}_n) \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{x}_n は状態量、 y_n は観測量である。 \mathbf{w}_n はシステムノイズ、 \mathbf{v}_n は観測ノイズであり、それぞれ任

意の分布 $q(\mathbf{w})$, $r(\mathbf{v})$ に従うものとする。また、観測ノイズは状態量 \mathbf{x}_n と観測量 y_n が与えられたとき一意に定まり、観測量 y_n で微分可能な関数 G を用いて以下のように表すことができるものとする。

$$\mathbf{v}_n = H^{-1}(\mathbf{x}_n, y_n) = G(\mathbf{x}_n, y_n) \quad (3)$$

状態方程式、観測方程式の線形、非線形に関わらず、また状態量、観測ノイズの分布のガウス性、非ガウス性に関わらず、モンテカルロフィルタを用いて同定を行うことができる。

モンテカルロフィルタでは、時刻 t までの観測値 $Y_t = \{y_1, \dots, y_t\}$ が与えられたときの状態量 \mathbf{x}_n の条件付確率分布関数 $P(\mathbf{x}_n | Y_t)$ を同定する。ただし、このとき分布は粒子と呼ばれる M 個の実現値を用いて近似されている。 $P(\mathbf{x}_n | Y_{n-1})$ を予測分布、 $P(\mathbf{x}_n | Y_n)$ をフィルタ分布といい、それぞれの分布は以下のような M 個の粒子から成るものとする。

$$P(\mathbf{x}_n | Y_{n-1}) \sim \mathbf{b}_n = \{\mathbf{b}_n^{(1)} \dots \mathbf{b}_n^{(M)}\} \quad (4)$$

$$P(\mathbf{x}_n | Y_n) \sim \mathbf{f}_n = \{\mathbf{f}_n^{(1)} \dots \mathbf{f}_n^{(M)}\} \quad (5)$$

まずフィルタ分布を構成する粒子がどのように変化するかを状態方程式を用いてシミュレートして予測分布を求める。次に、得られた予測分布の粒子を、それぞれの粒子の尤度を重みとしてリサンプリングすることにより、フィルタ分布を求める。尤度とは、ある状態量 $\mathbf{x}_n = \mathbf{b}_n^{(j)}$ が与えられたときに観測量 y_n が得られる確率である。この過程を繰り返すことで、逐次的に予測分布とフィルタ分布を求めることができる。モンテカルロフィルタの詳細は文献^{4), 5)}に誘導されている。以下に、モンテカルロフィルタのアルゴリズムを示す。ただし、このアルゴリズムの各過程において $j=1 \sim M$ について計算する。

step1. 次式のように乱数を生成し、状態量の初期分布とする。

$$\mathbf{f}_0^{(j)} \sim p_0(\mathbf{x}) \quad (6)$$

step2. 各時間ステップにおいて以下の過程を繰り返す。

①次式のように乱数を生成し、システムノイズとする。

$$\mathbf{w}_n^{(j)} \sim q(\mathbf{w}) \quad (7)$$

②状態方程式を用いて、粒子の遷移を求める。

$$\mathbf{b}_n^{(j)} = F(\mathbf{f}_n^{(j)}, \mathbf{w}_n^{(j)}) \quad (8)$$

③粒子の尤度を求める。

$$\alpha_n^{(j)} = p(y_n | \mathbf{b}_n^{(j)}) = r(G(y_n, \mathbf{b}_n^{(j)})) \left| \frac{\partial G}{\partial y_n} \right| \quad (9)$$

④尤度に比例する確率で \mathbf{b}_n をリサンプリングすることにより \mathbf{f}_n を得る。

$$\mathbf{f}_n^{(j)} = \begin{cases} \mathbf{b}_n^{(1)} & \text{確率 } \alpha_n^{(1)} / \sum_{i=1}^M \alpha_n^{(i)} \\ \vdots & \\ \mathbf{b}_n^{(M)} & \text{確率 } \alpha_n^{(M)} / \sum_{i=1}^M \alpha_n^{(i)} \end{cases} \quad (10)$$

⑤ ①に戻る

(2) 状態方程式と観測方程式

1 自由度線形構造系の運動方程式は次式で与えられる。

$$m\ddot{z}_n + c\dot{z}_n + kz_n = -m\ddot{z}_{g,n} \quad (11)$$

ここで、 m は質量、 c は粘性減衰係数、 k は剛性であり、 z_n , $\dot{z}_{g,n}$ はそれぞれ時刻 n における地上に対する相対変位と入力地震加速度である。状態量 \mathbf{x}_n と観測量 y_n を次式のようにおくと、

$$\mathbf{x}_n = \{c \quad k\}^T \quad (12)$$

$$y_n = m(\dot{z}_n + \ddot{z}_{g,n}) \quad (13)$$

以下のような観測方程式が得られる。

$$y_n = \mathbf{H}_n \mathbf{x}_n \quad (14)$$

ただし、 \mathbf{H}_n は観測行列であり、次式で与えられる。

$$\mathbf{H}_n = [-\dot{z}_n \quad -z_n] \quad (15)$$

状態量の遷移を表す状態方程式は、粘性減衰係数 c と剛性 k は定常であると考え、次式で与える。

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{I} \mathbf{x}_{n-1} \quad (16)$$

ここで、 \mathbf{I} は 2×2 の単位行列である。

N 自由度線形構造系を上層からの復元力が外力として作用する N 個の 1 自由度線形構造物と考えることで、1 自由度線形構造系と同様な状態方程式と観測方程式を与えることができる。ただし、 i 層についての観測方程式における観測量 y_n と観測行列 \mathbf{H}_n は次式のように与える。

$$y_n = \sum_{j=i}^N m_j (z_{j,n} + \ddot{z}_{g,n}) \quad (17)$$

$$H_n = [-\dot{u}_{i,n} \quad -u_{i,n}] \quad (18)$$

ここで、 m_i は i 層の質量、 $z_{i,n}$ は時刻 n における i 層の地上に対する相対変位、 $u_{i,n}$ は時刻 n における $i-1$ 層と i 層との層間変位であり、 $u_{i,n} = z_{i,n} - z_{i-1,n}$ で求められる。ただし、 $u_{1,n} = z_{1,n}$ である。

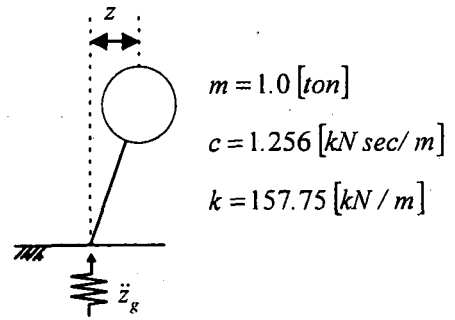


図-1 1自由度線形構造系モデル

3. 数値解析による同定

(1) 1自由度線形構造系を用いた同定

図-1 に示す 1 自由度線形構造系を解析モデルとして数値解析を行う。入力動として El Centro 地震記録(1940, NS)を用いて応答計算を行う。得られた応答値に 3%の白色ノイズを付加して観測値とする。

構造物の質量が既知であり、絶対加速度と地上に対する相対速度、相対変位が観測値として得られているという条件の下、粘性減衰係数と剛性の同定を行う。モンテカルロフィルタにおいては、粒子数は $m=100$ とし、システムノイズを考慮した状態方程式と観測ノイズを考慮した観測方程式は次式で与えられる。

$$x_n = x_{n-1} + w_n \quad (19)$$

$$y_n = H_n x_n + v_n \quad (20)$$

システムノイズ w_n と観測ノイズ v_n はそれぞれ平均値が 0 であるガウス分布に従うものとする。ベクトル量であるシステムノイズの標準偏差の各成分は

$$(\sigma_{q1} \quad \sigma_{q2}) = a(0.01 \quad 1.0) \quad (21)$$

とする。ただし、 $a=1.0$ とする。また、観測ノイズの分散は $\sigma_v^2 = 10.0$ とする。

粘性減衰係数と剛性の同定時刻歴を図-2 に示す。ここで同定値は、各ステップで同定されたフィルタ分布の最頻値とする。同定値は振動しているが、ほぼ真値が得られている。

(2) 分布特性を表すパラメータと影響

3. (1) と同様の解析モデルと観測値を用いて、分布特性を表すパラメータが同定に与える影響について考察する。

図-3 に粒子数を $M=10, 100, 1000$ とするときの剛性の同定時刻歴を示す。粒子数が多いほど真値へ

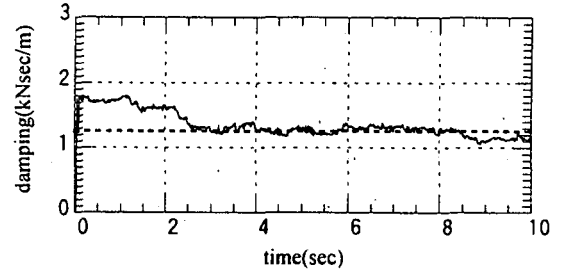


図-2 粘性減衰係数と剛性の同定時刻歴 —同定値 …真値

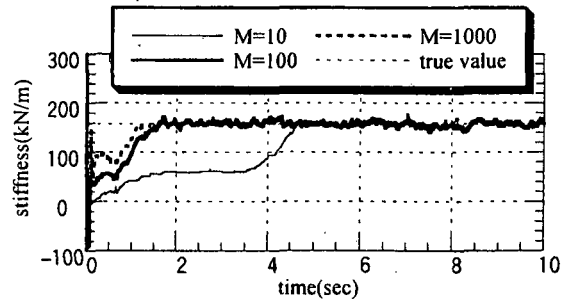


図-3 粒子数による剛性の同定値への影響

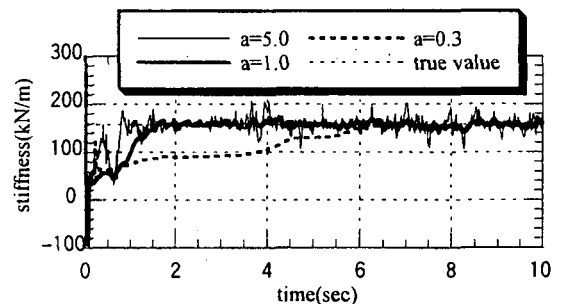


図-4 システムノイズによる剛性の同定値への影響

の収束は速くなるが $m=100$ 以上ではほとんど変化はない。また、粒子数が少ない場合でも最終的に得

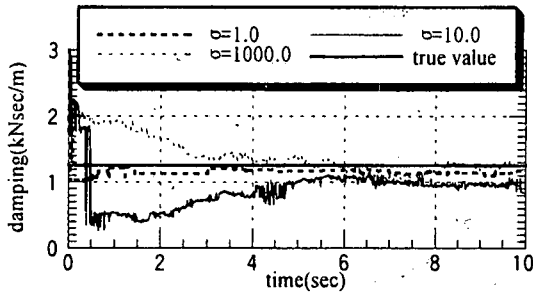


図-5 観測ノイズによる粘性減衰係数の同定値への影響

られる同定値は多い場合とほぼ同じである。

図-4に式(21)で与えたシステムノイズの標準偏差を $a=0.3, 1.0, 5.0$ とするときの剛性の同定時刻歴を示す。標準偏差が大きいほど同定値が振動している。また、小さい場合は同定値がほとんど変化していない。

図-5に観測ノイズの分散を $\sigma_r^2=1.0, 10.0, 1000.0$ とするときの粘性減衰係数の同定時刻歴を示す。分散が小さすぎる場合も、大きすぎる場合も正しく同定が行われていない。

(3) 対数尤度による分布特性の決定

3.(2)の考察より、同定を行うためには最適なシステムノイズと観測ノイズの分布特性を決めなければならない。そこで、対数尤度^{4), 5), 6)}を用いて最適な分布特性を決定する。ある分布特性 θ を与えたときの対数尤度 $l(\theta)$ は、粒子の尤度 $\alpha_n^{(j)}$ を用いて次式で求められる。

$$l(\theta) = \sum_{i=1}^N \log \left(\sum_{j=1}^M \alpha_i^{(j)} \right) - N \log M \quad (22)$$

ここで、 N は同定ステップ数、 M は粒子数である。対数尤度が大きいほど、与えた分布特性 θ が良いことになる。

3.(1)と同様の解析モデルと観測値を用いて、システムノイズと観測ノイズの最適な分布特性の決定を行う。システムノイズと観測ノイズの分布は平均値0のガウス分布とし、システムノイズの標準偏差は式(21)において $a=0.0 \sim 1.0$ と0.05刻みで、観測ノイズの分散は $\sigma_r^2=25.0 \sim 250.0$ と25.0刻みで変動させる。粒子数は $M=100$ とする。

システムノイズとは、実構造物をモデル化する際に生じるモデルの不確定性であり、確定的にモデルを与えている数値解析においてはシステムノイズは生じない。しかし、モンテカルロフィルタでは条件

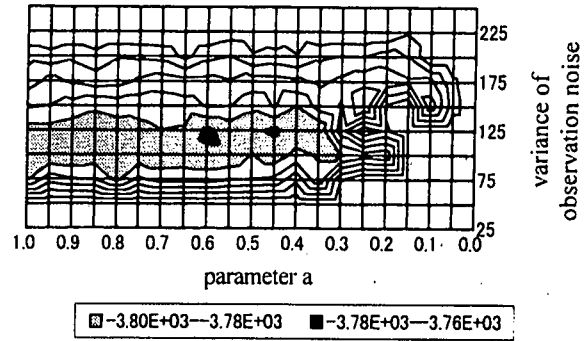


図-6 対数尤度の等高線図

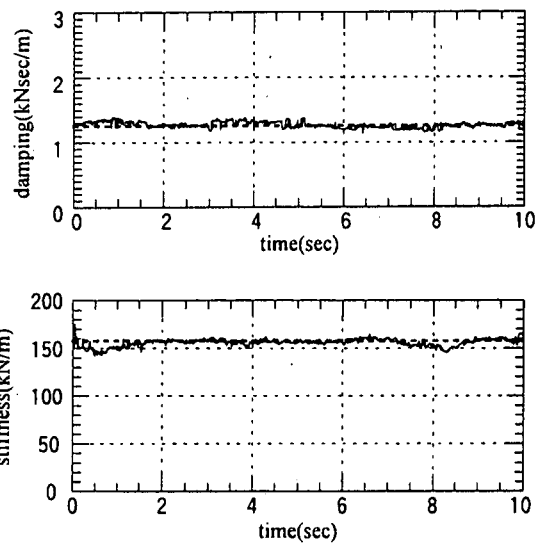


図-7 粘性減衰係数と剛性の同定時刻歴 —同定値 …真値

付確率分布を有限個の粒子で表現しているため、状態方程式に何らかのノイズを与えなければ、同定値は初期分布を構成する粒子の中からのみサンプリングしてしまう。すなわち、粒子に多様性を持たせるためのノイズが必要となる。状態量の初期分布が真の分布に近ければ、粒子に多様性を与えるためのノイズは小さくてよい。したがって、モデルの不確定性を表すシステムノイズの分布特性を対数尤度で決定するためには、より信頼性のある状態量の初期分布を与えなければならない。そこで、任意の分布特性を与えて行った3.(1)の同定での701~1000ステップにおけるフィルタ分布の平均値と分散をもつガウス分布を、状態量の初期分布として用いることとする。

図-6は、パラメータ a と観測ノイズの分散を変動させたときの対数尤度の値を示す等高線図である。この図より、 $a=0.60, \sigma_r^2=125.0$ のとき分布特性が最適となる。確定的にモデルを与えている数値解析であるにも関わらず、システムノイズがゼロとな

らない。これは、観測ノイズとシステムノイズを完全に分離できないので、観測値に付加した白色ノイズの影響であると考えられる。

図-7に最適な分布特性を用いたときの粘性減衰係数と剛性の同定時刻歴を示す。図-2に比べ、安定した同定値が得られている。

4. 常時微動を用いた同定

(1) 常時微動の計測

図-8に示す京都大学宇治キャンパス構内にある3層実大鉄骨フレーム構造物を対象として、微動計測を行った。固有周期1秒の動電型速度計(勝島製作所PK-110)を用いて、地上と各層の応答を計測した。図-9に入力動に対する1層の伝達関数を示す。6Hz付近の卓越周期は、その後の測定より構造物のねじれの成分であることが判明している。得られた速度記録を微分、積分することで加速度、変位を得た。観測された1層の履歴曲線を図-10に示す。

(2) 解析モデルと解析条件

解析モデルとしては3自由度のバネ質点系モデルを用いる。各層の質量が既知であり、各層の絶対加速度と地上に対する相対速度、相対変位が観測値として与えられている条件下、各層の粘性減衰係数と剛性を同定する。同定に用いるモンテカルロフィルタでは、粒子数を $M=100$ とし、観測ノイズとシステムノイズの分布はガウス分布で与える。3.(3)と同様にして最適な分布特性の決定を試みたが、システムノイズの標準偏差が大きいほど対数尤度の値が大きくなり決定できない。これは、フレーム構造物をバネ質点系モデルでモデル化しているため、システムノイズが大きすぎるためと考えられる。ここでは、システムノイズと観測ノイズの分布特性を経験的に決定する。

(3) 同定結果

図-11に粘性減衰係数と剛性の同定時刻歴を示す。いずれも収束した値が得られている。同定された粘性減衰係数と剛性からなるモデルを以後同定モデルと呼ぶ。図-12に同定モデルと観測値の入力動に対する1層の伝達関数の比較を示す。それぞれの卓越周波数を比較すると、1次固有周期は一致するが2次固有周期は一致していない。ねじれ成分の影響に

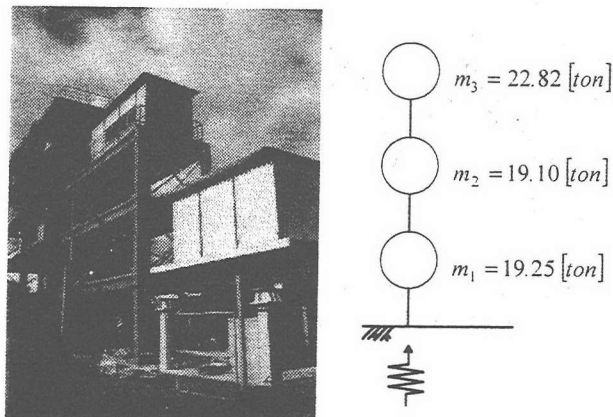


図-8 3層実大鉄骨フレーム構造物

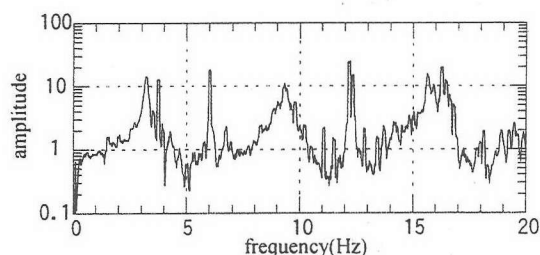


図-9 入力動に対する1層の伝達関数

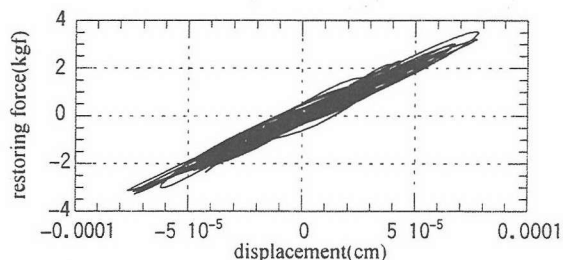


図-10 1層の履歴曲線

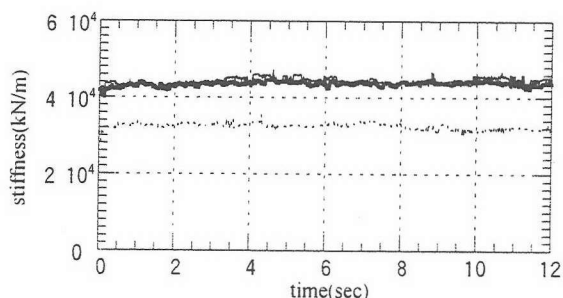
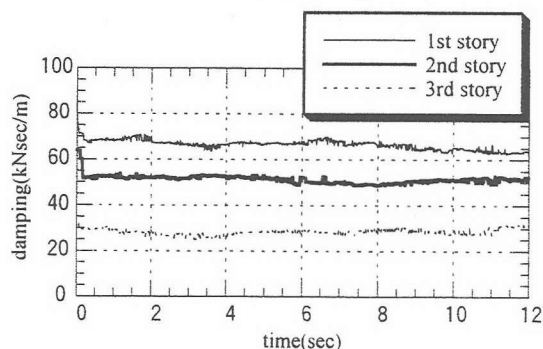


図-11 粘性減衰係数と剛性の同定時刻歴

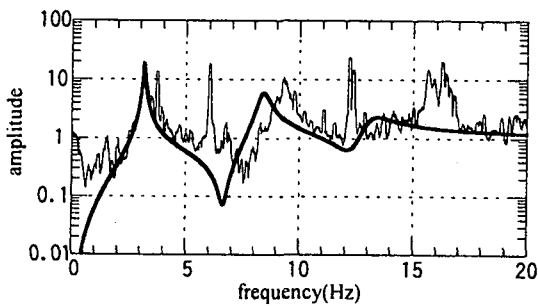


図-12 同定モデルの入力動に対する1層の伝達関数
—同定モデル —観測値

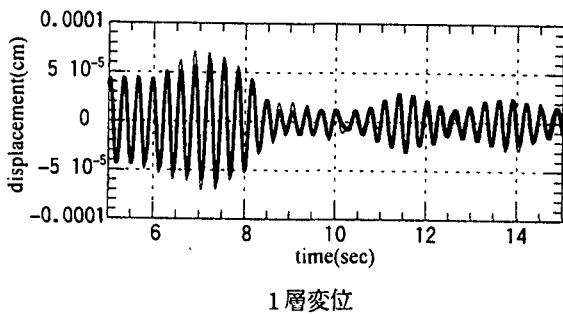
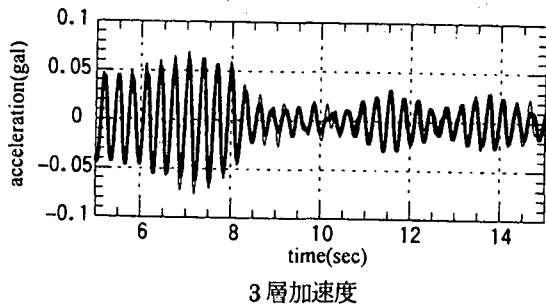


図-13 再現応答と観測値の比較 —再現値 —観測値

より、同定モデルの2次固有周期が観測値より小さくなっていると考えられる。最後に同定されたモデルに観測した入力動を作用するときの応答と観測値の比較を図-13に示す。振幅は若干異なるが、位相はほぼ一致しており十分な再現が行われている。

5. まとめ

本研究では、モンテカルロフィルタを用いた構造同定手法を提案した。また、数値解析においてフィルタの最適な確率特性を対数尤度を用いて決定した。さらに、常時微動計測結果に基づき、モンテカルロフィルタで実大構造物の動特性の同定を行った。同定されたモデルを用いて応答の再現を行うことができた。

参考文献

- 1) 沢井布兆, 横山浩明, 他: 兵庫県南部地震における高見フローラル超高層RC集合住宅の検証(2)地震記録の概要および観測記録I, 日本建築学会大会学術講演梗概集B-2, pp.431-432, 1995.
- 2) 鈴木敏夫, 寺岡勝, 他: 常時微動を利用した被災建物の復旧工事前後の振動性状調査, 日本建築学会大会学術講演梗概集B-2, pp.57-58, 1996.
- 3) 中村充, 安井譲: 微動測定に基づく地震被災鉄骨建物の層損傷評価, 日本建築学会構造系論文集, No.517, pp.61-68, 1999.
- 4) 北川源四郎: モンテカルロフィルタおよび平滑化について, 統計数理, Vol.44, No.1, pp.31-48, 1996.
- 5) Genshiro Kitagawa: Monte Carlo Filter and Smoother for Non-Gaussian Nonlinear State Space Models, Journal of Computational and Graphical Statistics, Vol.5, No.1, pp.1-25, 1996.
- 6) 坂元慶行, 石黒真木夫, 北川源四郎: 情報量統計学, 共立出版株式会社, 1983.