第３回構造物の破壊過程解明に基づく
地震防災性向上に関するシンポジウム論文集　2002年2月

サポートベクトルマシンによる構造物の損傷検知

三田彰[1]・萩原宏美[2]

[1]Ph.D. 慶應義塾大学助教授　理工学部システムデザイン工学科（〒223-8522 横浜市港北区日吉 3-14-1）
[2]慶應義塾大学学生　理工学部システムデザイン工学科（〒223-8522 横浜市港北区日吉 3-14-1）

A damage detection method utilizing support vector machines is proposed. Modal frequencies of a structure are used for pattern recognition in the proposed method. Typically only two vibration sensors detecting a single input and a single output for a structural system can easily determine modal frequencies. Based on the relation between reduction in modal frequency and reduction in story stiffness, a data vector consisting of the modal frequency changes normalized by original modal frequencies before suffering any damage is utilized for defining support vector machines.

Key Words: *Support vector machine, modal frequency, damage detection, monitoring*

1. はじめに

土木構造物や建築構造物の維持管理コスト低減を目的として、あるいは性能保証を目的とした構造ヘルスモニタリングシステムに関して多くの研究がみられるようになってきた。一般的に十分多くのセンサを設置すれば詳細な健全性情報を得ることは、今の技術を持ってすれば困難なことではない。ただし、ヘルスモニタリングシステムに投入できるコストは、その設置によって得られるメリットより、低いものでなければならず、たとえば中低層建物にリアルタイムで各層すべての加速度データを取得するシステムを導入することは現時点では、まったく経済合理性がないといわざるを得ない。

本研究の目的とするところは、なるべく少ないセンサからの情報を用いて、なるべく詳細に損傷情報を得るシステムを構築することにある。しかも、誤判断をなるべく小さくすることに重点をおいた手法であることが望ましい。そこで、本研究では、新しいパターン認識手法であるサポートベクトルマシン（SVM）に着目し、建物の固有振動数の情報のみから損傷の有無だけでなく、損傷のある部位を特定する手法を提案する。

2. サポートベクトルマシン（SVM）

SVM(Support Vector Machine)は、1960 年代に Vapnik らによって提案された超平面による特徴空間の分割法に端を発する [1]。これを特に線形 SVM と呼ぶ。線形 SVM は 2 クラスが超平面で分割できる、つまり線形分離可能な場合には良い認識率を達成できるが、線形分離が可能なケースは一般的に多くない。こうした場合には線形判別可能な空間に写像することによって、同じ分割法が適用できなくはないが、高次の空間に写像した上で、分割超平面を決定

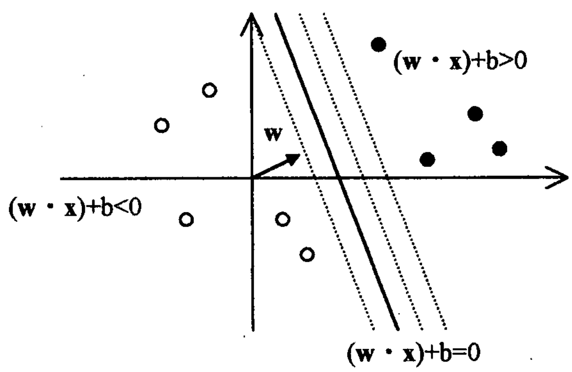

図-1　超平面による識別

するには莫大な計算量が必要となり、現実的ではなかった。1990 年代に入って、カーネル関数と呼ばれる非線形関数を導入することで、実際の写像空間を意識することなく、線形な識別手順と同様な手順で SVM 構築が可能となった。このようにカーネル関数を用いて拡張された手法を非線形 SVM と呼ぶ。

パターンベクトル $\mathbf{x}$ が与えられ、元の空間において重み $\mathbf{w}$ を用い、２クラスに分割することが可能であるとする。その分割平面となる超平面は下式で表現される。

$$(\mathbf{w}\cdot\mathbf{x})+b=0 \tag{1}$$

この場合、パターンベクトルの識別関数は下式で定義される。

$$f(\mathbf{x}_i)=\mathrm{sgn}((\mathbf{w}\cdot\mathbf{x}_i)+b) \tag{2}$$

ただし、この規定のみでは、超平面は２クラスのパターンベクトル間に無限個存在し、一意には定まらない。そこで

$$\min_{i=1,\ldots,n}\left|(\mathbf{w}\cdot\mathbf{x})+b\right|=1 \tag{3}$$

あるいは等価な条件として

$$f(x_i)\cdot((\mathbf{w}\cdot\mathbf{x}_i)+b)\geq 1 \tag{4}$$

という制約条件を課すこととする。この時、超平面に最も接近するパターンベクトル（この境界上にあるパターンベクトルをサポートベクトルと呼ぶ）までの距離（マージン）は常に $1/\|\mathbf{w}\|$ となる。識別関数(2)による識別能力を高めるには、超平面からの距離を最大にするような $\mathbf{w}$ を選べば良いので、線形 SVM の問題は(4)の制約条件の下、下式を最小化することに帰着する。

$$d(\mathbf{w})=\frac{1}{2}\|\mathbf{w}\|^2 \tag{5}$$

このことによって、汎化能力の高いパターン認識が可能となる。ここで定義される SVM は Hard Margin SVM とよばれる。一つの超平面で対象となるすべてのパターンベクトルが、例外なしに分離可能な場合に適用可能な認識手法である。

一方、若干の例外を許容して緩和したものを Soft Margin SVM と呼ぶ。例外を許容するために(6)式で定義される緩和係数を導入する。

$$\xi_i\geq 0,\quad i=1,\ldots,n \tag{6}$$

この係数の導入によって、制約条件(4)式を下記のように緩和する。

$$f(x_i)\cdot((\mathbf{w}\cdot\mathbf{x}_i)+b)\geq 1-\xi_i,\quad i=1,\ldots,n \tag{7}$$

この場合の最小化問題は(7)式の条件の下で、下式を最小にする $\mathbf{w}$ を探すことに変更される。

$$d(\mathbf{w},\xi)=\frac{1}{2}\|\mathbf{w}\|^2+\gamma\sum_{i=1}^{n}\xi_i \tag{8}$$

この条件はなるべく例外データを少なくするために、緩和係数の和を小さく、かつ識別能力を高める $\mathbf{w}$ を求めることになる。係数γは問題に応じて任意に定めることの可能な係数である。

さらに発展された手法として、非線形 SVM がある。元の空間のパターンベクトルを線形 SVM が適用できる高次元空間へ写像することによって、線形 SVM を適用可能とする。このとき、最小化問題は写像された空間で解くのではなく、Mercer の条件を満たすカーネル関数の導入によって、元の観測空間で行うことができる。代表的なカーネル関数には多項式型、ガウシアン型がある。それぞれの関数を次式に示す。

$$\begin{aligned} K(\mathbf{x},\mathbf{x}_i)&=(\mathbf{x}\cdot\mathbf{x}_i)^d && \text{多項式型}\\ K(\mathbf{x},\mathbf{x}_i)&=\frac{\exp(-\|\mathbf{x}-\mathbf{x}_i\|)^2}{c} && \text{ガウス型}\end{aligned} \tag{9}$$

3．固有振動数と損傷の関係

減衰のない構造物の運動方程式をモード空間で表現すれば、r 次のモードについて

$$\left(-\omega^2[M]+[K]\right)\{\phi\}_r=\{0\} \tag{10}$$

となる。この式を剛性要素 k_{ij} によって偏微分することによって、r 次の固有振動数ω_rの剛性要素 k_{ij} に対する感度は

$$\frac{\partial\omega_r}{\partial k_{ij}}=\frac{1}{2\omega_r}\{\phi\}_r^T\frac{\partial[K]}{\partial k_{ij}}\{\phi\}_r,\ (r,i,j=1,2,\cdots,n) \tag{11}$$

で表現できる。剛性マトリクスの対称性を考慮すれば、結果的に

$$\frac{\partial\omega_r}{\partial k_{ij}}=\begin{cases}\dfrac{1}{\omega_r}\phi_{ir}\phi_{jr}, & i\neq j\\[2mm] \dfrac{1}{2\omega_r}\phi_{ir}^2, & i=j\end{cases} \tag{12}$$

と関係づけられる [2]。ここでϕ_{ir}は r 次モードの i 成分を意味する。従って、固有振動数の変化分$\Delta\omega_r$と剛性要素変化分Δk_{ij}との関係は下式となる。

$$\Delta\omega_r=\sum_{i=1}^{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial\omega_r}{\partial k_{ij}}\Delta k_{ij} \tag{13}$$

特に、n 個の質量 $m_1, m_2, \ldots, m_n$ と n 個のばね $k_1, k_2, \ldots, k_n$ からなるせん断構造物の場合で、i 層のばね k_i のみに変化が生じるものとした場合、剛性要素で変化があるのは $k_{ii}, k_{(i-1)(i-1)}, k_{i(i-1)}, k_{(i-1)i}$ のみとなる。したがって。下式のように単純化される [3]。

$$\Delta\omega_r=\frac{\Delta k_i}{2\omega_r}\left(\phi_{ir}{}^2+\phi_{(i-1)r}{}^2-2\phi_{iir}\phi_{(i-1)r}\right) \tag{14}$$

ω_rで除すことにより、振動数の変化率とする。

$$\frac{\Delta\omega_r}{\omega_r}=\frac{\Delta k_i}{2\omega_r^2}\left(\phi_{ir}-\phi_{(i-1)r}\right)^2 \tag{15}$$

i 層のばねの変化による固有振動数の変化率ベクトルを下式で定義する。

$$\{\gamma_i\}=\left[\frac{\Delta\omega_{1i}}{\omega_1},\frac{\Delta\omega_{2i}}{\omega_1},\cdots,\frac{\Delta\omega_{ni}}{\omega_n}\right]\ (i=1,2,\cdots,n) \tag{16}$$

ここで、$\Delta\omega_{ri}$ は i 層の剛性変化による r 次固有振動数の変化率である。本研究では、この固有振動数の変化率ベクトルをパターン認識の対象とする。この変化率ベクトルは損傷した層の剛性に対して、特徴的なパターンを有している。このベクトルをパターンベクトルとして利用し、SVM を構築する。(15)式と本質的には同じであるが、若干異なる定式化[4]でも同様のアプローチが可能である。

4. SVM による損傷の検知

(1) パターンベクトルの生成

各層ごとに同じ質量、同じ剛性のばねからなる5質点のせん断モデルを想定し、各層ごとにそのばねの剛性が 5%ピッチで 95%の剛性から 15%の剛性まで、それぞれの層の剛性が低減した場合の固有振動数を求め、その場合の変化率ベクトルを算出した。その結果を図-2 に示す。これらの図から、各層の損傷と固有振動数の変化率ベクトルには特有のパターンがあり、固有振動数の変化率ベクトルから、損傷層を特定することの可能性が示唆される。

(2) SVM の構築

分離すべきクラスは、健全、5層損傷、4層損傷、3層損傷、2層損傷、1層損傷の6つである。本パターンベクトルの場合、線形 SVM ではクラス分離不可能であるので、非線形 SVM を適用することとした。カーネル関数は事前の検討で、より精度の高い分離の可能なガウス型の関数を用いる。最適な非線形 SVM 構築のために、下記の前提の下に最適化操作を行った。

a) 各クラスとその他のクラスに分ける2クラス分類を基本とする。
b) 学習に用いるデータは図-2 に示された変化率ベクトルから、それぞれ最小変化率をゼロとなるように並行移動したものとする。また、損傷のない場合の変化率ベクトルはゼロベクトルとした。
c) カーネル関数はガウス型とする。
d) 緩和係数を導入する。

したがって、このパターン認識問題において、非線形 SVM は6つから構成されることとなる。ガウス型のカーネルを用いた場合、決定すべきパラメタは(8)式の係数γおよび(9)式の係数 c である。これらの係数は、誤分類が最も少なくなるように設定される。表-1 にはそれぞれの非線形 SVM に用いられたパラメター一覧を示す。表中の 1-0-0 は学習用データがマージンの内部に存在しない(correctness)確率を示している。また、SV はサポートベクトルを意味し、それぞれの非線形 SVM での識別に用いられるパターンベクトル数を意味する。学習に用いたパターンベクトルのおよそ半数近くがサポートベクトルとして用いられることがわかる。

表-1 構築された SVM

SVM	係数γ	係数 c	SV	1-0-0
健全 SVM	60	20	21	88.5%
5層 SVM	90	90	45	81.3%
4層 SVM	90	80	48	83.3%
3層 SVM	90	80	47	83.3%
2層 SVM	90	80	48	83.3%
1層 SVM	90	80	48	82.3%

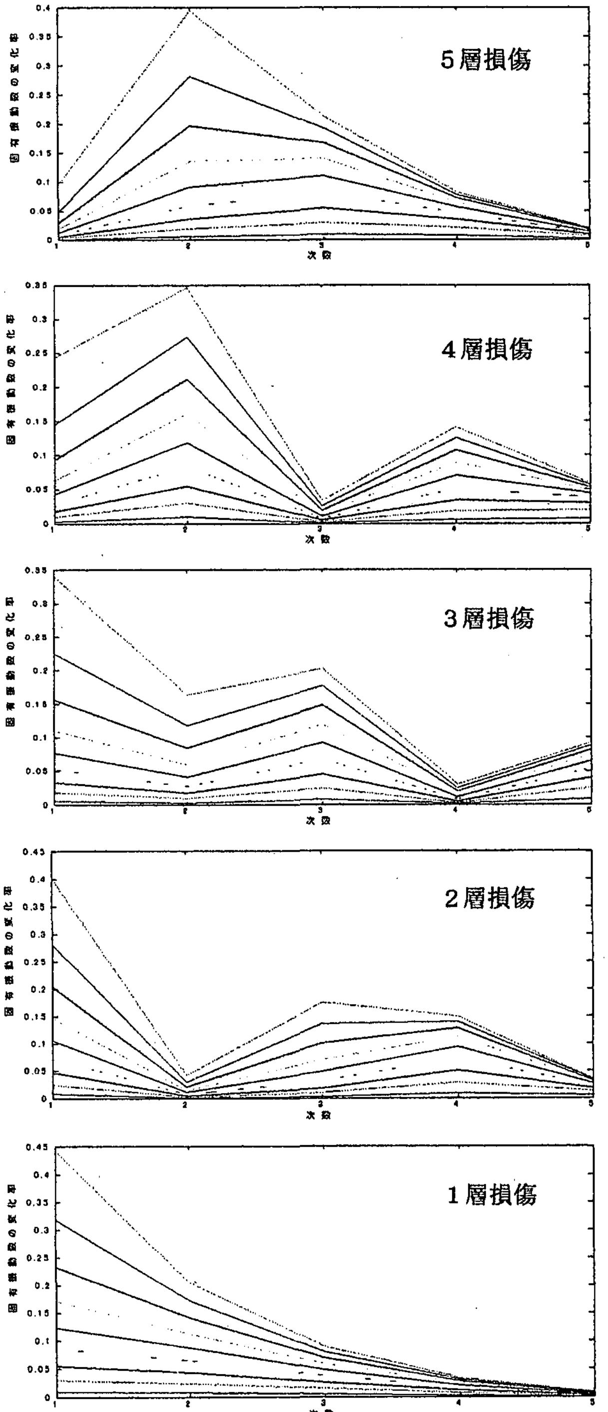

図-2 各層ごとの損傷による振動数変化率ベクトル

(3) 構築したSVMの検定

６つのSVMからの出力を図-3および図-4に示す。用いたパターンベクトルは合計で４６個である。最初のパターンベクトルは無損傷であるゼロベクトル、次の９個は１層のみの損傷で、健全時の剛性 k_0 を各層において0.95 k_0, 0.85 k_0, …, 0.15 k_0 へと低下させたものである。それを各層ごとに９個ずつデータを作成した。図-3は損傷のある無しのみを識別する健全SVMの出力を示したものである。最初のデータのみ健全であるが、SVMは正しく出力していることがわかる。また、損傷がありの識別度合いが損傷程度によってことなり、剛性が0.45 k_0 程度に低下した場合の出力が各層とも最大となっていることがわかる。

図-4は他５つのSVMからの出力を示したものである。剛性が0.95 k_0 のモデルについての識別精度がやや悪いが、各層とも損傷層を正確に出力できることがわかる。この場合も識別精度は剛性が0.65 k_0 近辺の場合でどの層においても高いことがわかる。

以上のことから、１層のみに損傷のある場合の識別が、固有振動数の変化率ベクトルのみを用いて可能であることが示される。

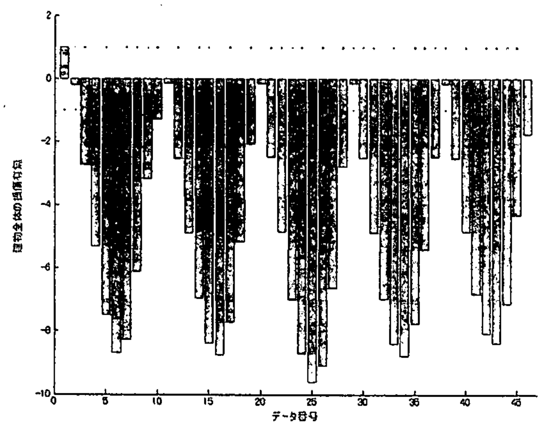

図-3 健全SVMの出力

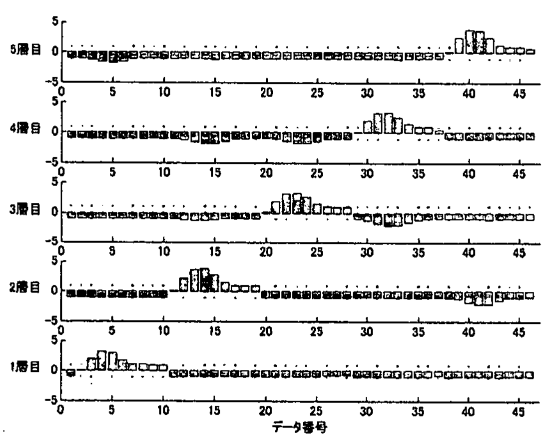

図-4 各層SVMの出力

(4) 複数層への適用可能性について

パターンベクトルのそれぞれの損傷パターンの独立性が高ければ、新たに学習することなく、複数層の損傷の識別にも上記SVMが有効である可能性がある。例として、３層と５層に損傷のあるデータを生成して検討した。表-2には用いた２５個のデータ番号と、それぞれの剛性低減の組み合わせを示した。図-5にはその場合のSVM出力を示した。剛性の低下が小さい領域では識別精度が落ちるものの、２層に損傷がある場合でも１層のみの損傷のパターンで学習したSVMが十分有効であることがわかる。

表-2　２層損傷の識別に使ったデータ番号

3層 \ 5層	0.9k0	0.8k0	0.7k0	0.6k0	0.5k0
0.9k0	No.1	No.2	No.3	No.4	No.5
0.8k0	No.6	No.7	No.8	No.9	No.10
0.7k0	No.11	No.12	No.13	No.14	No.15
0.6k0	No.16	No.17	No.18	No.19	No.20
0.5k0	No.21	No.22	No.23	No.24	No.25

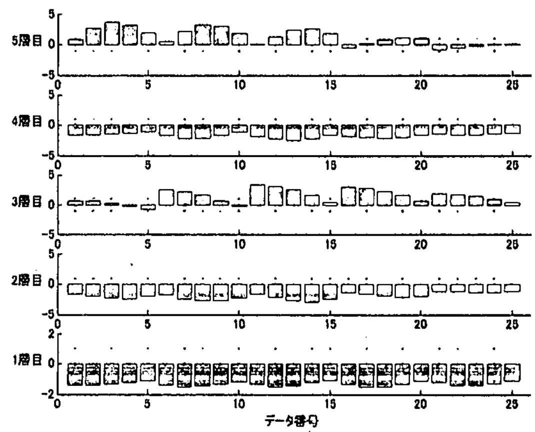

図-5 １層と３層に損傷がある場合のSVM出力

５．まとめ

サポートベクトルマシン（SVM）を用いることにより、固有振動数の変化率という比較的算出の容易な指標を用いて、損傷層の識別が可能であることを示した。建築構造物の場合、固有振動数は最上階と地上に１つずつセンサがあれば算出可能であり、損傷層を検知するために、各層ごとセンサを設置しなくとも簡便に検知できるシステムを構築することが可能となる。１層にのみ損傷があるケースでの学習により、複数層の損傷検知にも適用しうる手法であるため、その応用範囲は広い。剛性低下の少ない、あるいは極端に大きくなる領域で識別精度が下がるが実用上十分な精度を持つ手法と考えられる。

参考文献

1) Vapnik, V.N., *The Nature of Statistical Learning Theory*, Springer, 1995.

2) Zhao, J. and J. T. DeWolf, "Sensitivity Study for Vibrational Parameters Used in Damage Detection", J. of Structural Engineering, ASCE, Vol. 125, NO. 4, 410-416, 1999.

3) 薛松涛、李銀生、謝強、周波数感度分析に基づいたフレーム構造損傷同定の実験的研究、第44回自動制御連合講演会前刷、208-211, 2001

4) Morita, K., M. Teshigawara, H. Isoda, T. Hamamoto and A. Mita, "Damage Detection Tests of Five-Story Frame with Simulated Damages", Proc. of the SPIE vol. 4335, Advanced NDE Methods and Applications, 2001.