

震動台テーブル制御のロバスト制御による ベンチマークテスト

Benchmark test of shaking table control by robust control

○劉震¹・野波健蔵²・

¹千葉大学 大学院自然科学研究科 (〒263-8522 千葉市稲毛区弥生町1-33)

E-mail: huan@mec2.tm.chiba-u.ac.jp

²工博 千葉大学教授 工学部 (〒263-8522 千葉市稲毛区弥生町1-33)

E-mail: nonami@meneth.tm.chiba-u.ac.jp

This paper is concerned with a shaking table control strategies. This paper shows the benchmark test results using three kind of control scheme which are sliding mode control and H^∞ control and LQI control. Also, a single-degree of freedom shaking table is used for control system design. In particular, a step response and a harmonic excitation response are discussed.

Key Words: Shaking table, Sliding mode control, H-infinity control, Robust control, LQI, Benchmark test,

1. 緒言

振動台の加振制御はこれまでPID制御を中心とする設計法が採用されてきた。しかし、現在、施工が進められている実大3次元震動台の加振制御においては、震動台の目的が被試験体の破壊をも念頭においているために、従来のPID制御をベースとした加振制御法のみでは十分に目的を達成できないと思われる。

通常のフィードバック制御系の場合は制御目的から制御仕様が決められ、補償器が設計される。しかしながら、現実のシステムではモデルの不確かさが重要となり、これを陽に取り入れたのがロバスト制御と適応制御である。ロバスト制御系は集合としての制御対象に対してロバスト安定性を保証するコントローラを設計する。しかし、これは事前情報は活用しているが現時点のモデルの変化に関する情報を活用していない。また、適応制御系は不確かなパラメータをパラメータ同定という手段で時々刻々決定して制御系を構成する。しかし、現時点のモデルの変化に関する情報を活用してはいるが、モデルの事前情報を活用していない。このため、これらの問題点を解決する1つの方法として、ゲインスケジュール制御がある。しかし、ゲインスケジュール制御は1つのクラスの補償器であることには変わらない。そこで、全く異なるクラスの補償器を用意して制御系を構成し、必要に応じて切り換えるスーパーバイザーのオンライン切換によるスイッチング制御がある。このスイッチング制御は不確かさに対する安定性性能の保証や動作点変化に対する保証のみならず、物理的な制約、飽和、入力拘束条件、そして故障や

暴走など何か問題が発生した時のフォルト・トレラント制御系やフェールセーフ制御系の構成にも適している。

そこで、本研究はスイッチング制御の基礎段階として、振動台の加振制御法として非線形ロバスト制御のスライディングモード制御および、線形ロバスト制御として H^∞ 制御、そして、従来のサーボ系としてLQI制御を適用して制御性能を比較する。特に、ここでは1軸震動台の加振制御について、ステップ応答と正弦波加振応答に限定して考察する。

2. 1軸振動台モデルと状態空間モデル

図1に本研究の制御対象である電気油圧サーボ型の1軸震動台のモデルを示す。

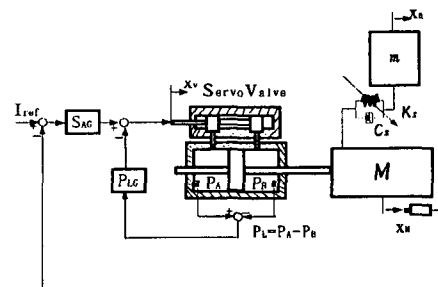


Fig.1 Shaking table system model

ここで、 M は振動台の質量、 m は試験体の質量、 S_{AG} はサーボゲイン、 P_{LG} は圧力フィードバックサーボ弁ゲインを示し、 K_s は試験体の剛性を表し、試験体が加振実験の過程で崩壊して K_s が変化することを想定している。

Fig.1 に対する運動方程式は次式となる。

$$\ddot{x}_v = -2\xi\omega_{v0}\dot{x}_v - \omega_{v0}^2 x_v + K_v \omega_{v0}^2 I \quad (1)$$

$$\dot{P}_L = \frac{2K_0}{V_0} (K_Q x_v - K_c P_L - A_\omega \dot{x}_M) \quad (2)$$

$$\frac{M}{G} \ddot{x}_M = A_\omega P_L - C_s (\dot{x}_M - \dot{x}_m) - K_s (x_M - x_m) \quad (3)$$

$$\frac{m}{G} \ddot{x}_m = -C_s (\dot{x}_m - \dot{x}_M) - K_s (x_m - x_M) \quad (4)$$

ここで、運動方程式のパラメータは以下のである。

ω_{v0} : 固有角周波数, K_v : ゲイン, K_Q : 流量係数, K_c : 圧力係数, A_ω : 震動台軸圧力面積, G : 重力

これらの運動方程式は以下の状態空間表現にまとめられる。

$$\begin{aligned} \dot{x}_f(t) &= A_f x_f(t) + B_f u_f(t) + Q_f r + F_f d \\ y_f(t) &= C_f x_f(t) \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、

$$x_f = (x_v, \dot{x}_v, P_L, x_M, \dot{x}_M, x_m, \dot{x}_m)^T$$

次に、極力コントローラの次数を下げる目的から式(5)のモデルを7次から5次に低次元化する。このとき、

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Qr + Fd \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (6)$$

が得られる。ここで、

$$x = (x_v, \dot{x}_v, P_L, x_M, \dot{x}_M)^T$$

これ以後は式(6)を制御対象として制御系設計を行う。

3. スライディングモード制御, H_∞ 制御およびLQI制御の設計

(1) スライディングモード制御による制御系設計

本研究では、スライディングモード制御系設計を1型のサーボ系として目標値と制御量の誤差の積分値を新たな状態変数と定義して設計する。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Qr + Fd \\ \sigma &= sx \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 r は目標値入力、 d は外乱を示し、 Q 、 F は目標値と外乱の印加する場所を示す行列である。観測できない状態変数は同一次元線形オブザーバによる推定値を用いる。スライディングモードにおい

ては $\sigma = \dot{\sigma} = 0$ から、等価制御入力 u は外乱を考慮しないとすれば、

$$u_{eq} = -(SB)^{-1}(SA_x + SQ_r) \quad (8)$$

となり、等価制御系は次式で表される。

$$\dot{x} = [I - B(SB)^{-1}S]Ax + [I - B(SB)^{-1}S]Q_r \quad (9)$$

超平面の設計においては安定余裕(等価制御系の固有値の実部が $-\epsilon$ 以下)を指定する設計法を適用する。すなわち、次のリカッチ方程式の解 P を用いて超平面の切換行列 S を設計する。

$$\begin{aligned} PA' + A'^T P - PBB^T P + Q &= 0, S = B^T P \\ A' &= A + \epsilon I, \epsilon \geq 0 \end{aligned} \quad (10)$$

次に、VSSコントローラの設計を行う。制御入力 u が次式の様な線形制御入力 u_L と非線形制御入力 u_{NL} の2つの特立した制御入力から構成されているとする。

$$u = u_L + u_{NL} = -(sB)^{-1}(sAx + sQr) - k(sB)^{-1} \frac{\sigma}{|\sigma|} \quad (11)$$

ここで、 u_L は等価制御入力 u_{eq} とし、 u_{NL} は不確かさをひとまとめにして補償し、かつシステムを切り換え面に拘束するための制御入力である。

今、 $\sigma \rightarrow 0$ を実現するために、 σ に関するリアプノフ関数を次のように選ぶ。

$$V = \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (12)$$

スライディングモード到達条件を満たすには、次式

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma \cdot s(Ax + Bu + Qr + Fd) \\ &= -k|\sigma| + \sigma s F d \end{aligned} \quad (13)$$

が $x \neq 0$ のとき常に負定関数となればよい。すなわち、外乱の最大推定値を d_{max} とすれば、次式を満足する k を定めればよい。

$$k > |s F d_{max}| \quad (14)$$

$V < 0$ なるスライディングモード到達条件を満たすための k の必要条件は

$$k > |s F d_{max}| + \left| \frac{1-\lambda}{\lambda} s Q r_{max} \right| + \left| \frac{s}{\lambda} (A_p - \lambda A) x \right| \quad (15)$$

である。上式の右辺における支配的な項は第一項の外乱項となることから k を定めた。チャタリングを

除去するため、次の平滑な入力

$$u_{NL} = -k(sB)^{-1} \frac{\sigma}{|\sigma| + \eta}, \eta > 0 \quad (16)$$

を導入する。ここで、 η は微小な正の数である。

(2) H ∞ 制御による制御系設計

H ∞ 制御問題とは、一般化プラント P において $u=Ky$ のフィードバック制御により閉ループ系を内部安定にし、かつ正数 γ に対して $\|Gz\omega\| < \gamma$ を満たす制御器 K を求めることである。また、H ∞ サーボ補償器設計のための一般化プラントは図2とする。

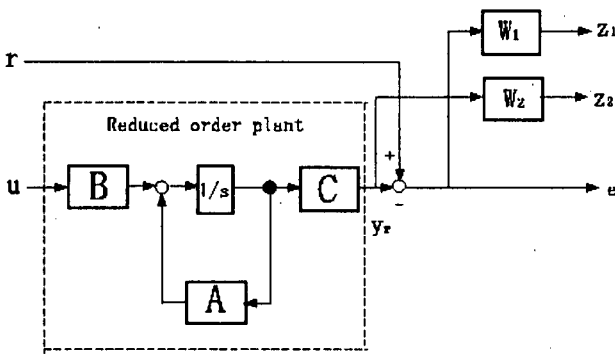


Fig. 2 Augmented plant for H ∞ control

ここで、 u は制御入力、 r は目標値、 z_1, z_2 は制御量である。また、図2において W_1 は制御性能のための周波数重み関数である。一方、 W_2 はロバスト安定を保證するための周波数重み関数であり、制御対象の乗法的誤差の上限によって決定される。

このとき、混合感度問題の評価関数は次式となる。

$$\left\| \begin{matrix} W_1 S \\ W_3 T \end{matrix} \right\|_{\infty} < 1 \quad (17)$$

ただし $S = (I + PK)^{-1}$ 、 $T = PK(I + PK)^{-1}$ としており、それぞれ感度関数、相補感度関数と呼ばれている。数値計算には MATLAB のツールボックスの一つである μ -Analysis & Synthesis Toolbox を使用した。導出された H ∞ 制御器の周波数特性を図3と図4に示す。

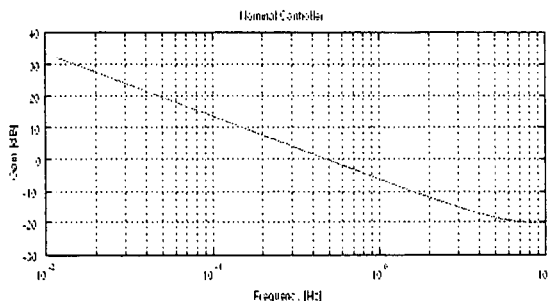


Fig. 3 Gain plot of H ∞ controller with parameter $K_s=10^4$ kgf/cm

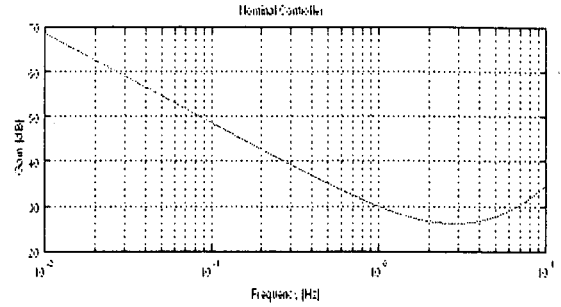


Fig. 4 Gain plot of H ∞ controller with parameter $K_s=10^7$ kgf/cm

得られた H ∞ 制御器よりフィードバック系を構成し、閉ループ系の評価を行う。

(3) LQI制御による制御系設計

可制御な線形システム式(6)を考える。ここで、 r を一定目標値入力、 d を一定値の外乱とすると、制御問題は閉ループ系を安定にし、かつ、出力 y を目標値 r に一致させることである。この場合、目標値と出力誤差 $e = r - y$ の積分 x_r を状態変数に含めた以下の拡大状態方程式

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_r(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_r(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r(t) \end{aligned} \quad (18)$$

について $x_a = [x^T \ x_r^T]^T$ とするとき、次の評価関数

$$J = \int_0^{\infty} [x_a^T(t) Q x_a(t) + u^T(t) R u(t)] dt \quad (19)$$

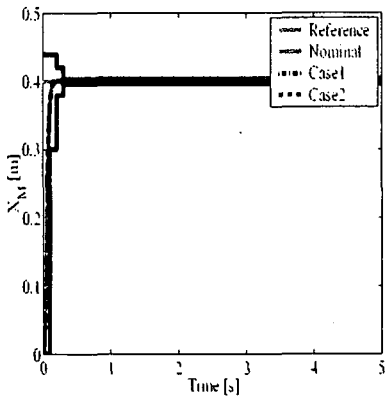
を最小にする状態フィードバック制御を求める問題と考えることができ、状態フィードバック制御入力 u は、

$$\begin{aligned} u(t) &= -F_1 x(t) - F_2 x_r(t) \\ &= -F_1 x(t) - F_2 \int_0^t e(t) dt \end{aligned} \quad (20)$$

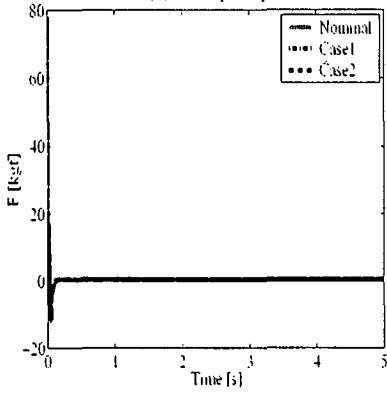
で与えられる。ただし、 F_1, F_2 はフィードバックゲインを示す。

4 シミュレーションとベンチマークテスト

3章で設計した3つの制御系、スライディングモード制御と H ∞ 制御および LQI 制御について制御性能の比較を行う。ここでは、ステップ目標値入力を印加して得られる過渡特性と正弦波目標値入力を印加して得られる定常応答について詳細に検討した。本来ならば、ボード線図により定常特性としての周波数特性が得られるが、スライディングモード制御が非線形制御であるため、ボード線図による方法で

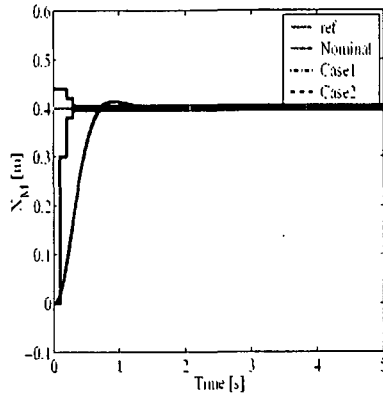


(a) step response

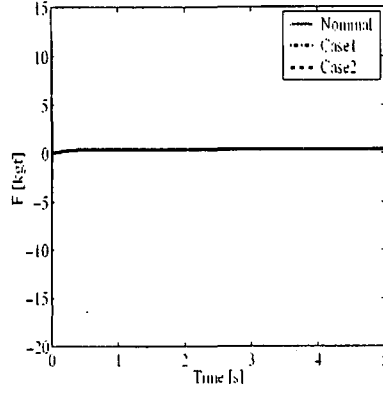


(b) input

Fig.5 SMC control by $K_s=10^7$ kgf/cm(parameter $K_s=10^7$ kgf/cm)

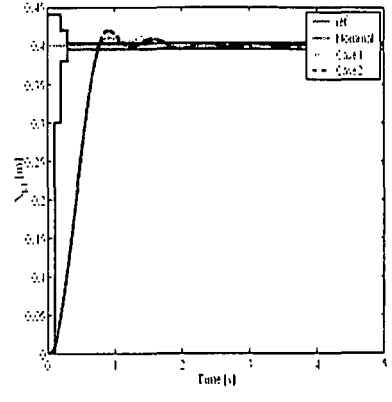


(a) step response

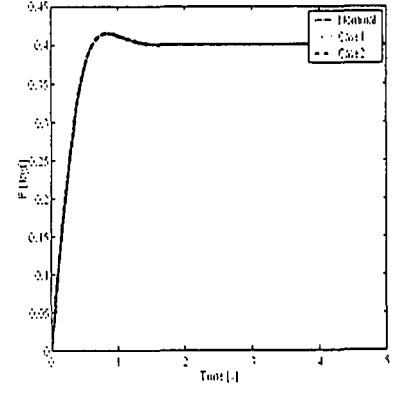


(b) input

Fig.6 H^∞ control by $K_s=10^7$ kgf/cm(parameter $K_s=10^7$ kgf/cm)

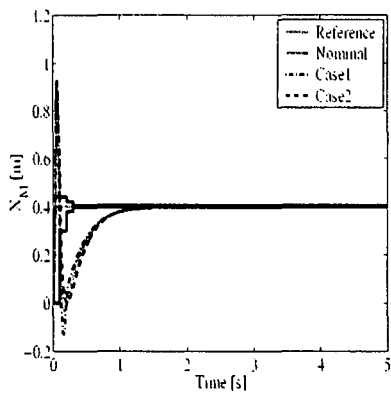


(a)step response

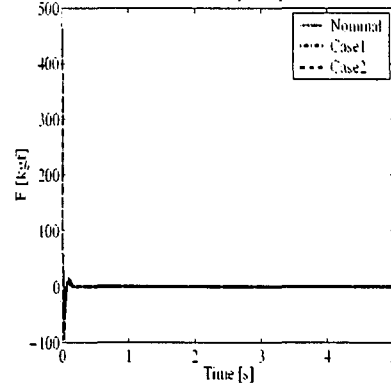


(b) input

Fig.7 LQI control by $K_s=10^7$ kgf/cm(parameter $K_s=10^7$ kgf/cm)

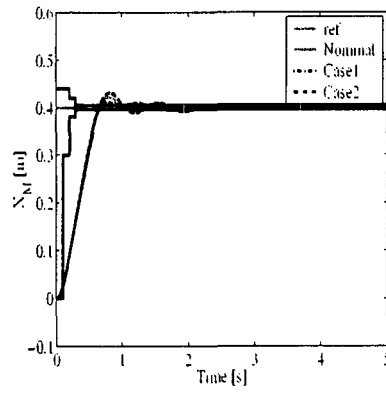


(a) step response

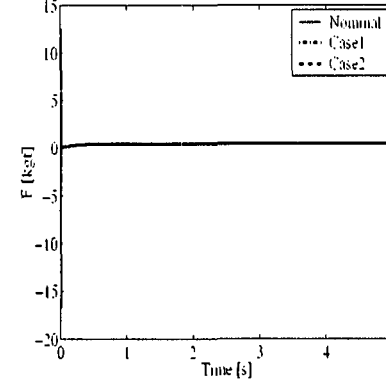


(b) input

Fig.8 SMC control by $K_s=10^7$ kgf/cm(parameter $K_s=10^4$ kgf/cm)

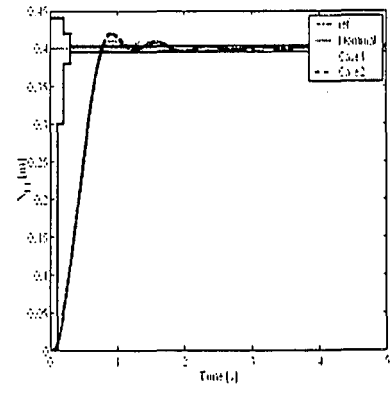


(a) step response

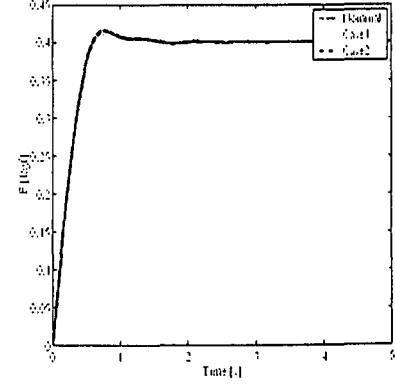


(b) input

Fig.9 H^∞ control by $K_s=10^7$ kgf/cm(parameter $K_s=10^4$ kgf/cm)

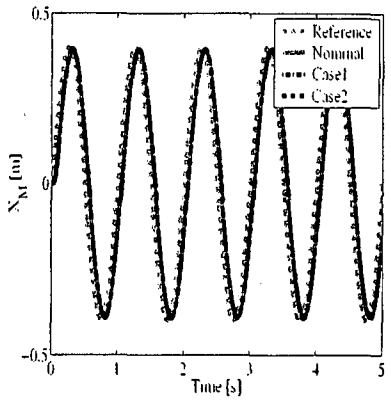


(a)step response

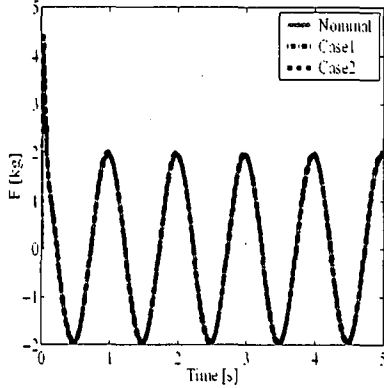


(b) input

Fig.10 LQI control by $K_s=10^7$ kgf/cm(parameter $K_s=10^4$ kgf/cm)

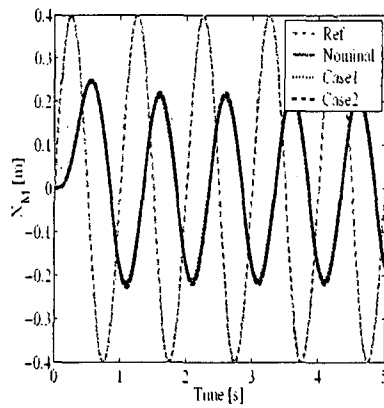


(a) time history response

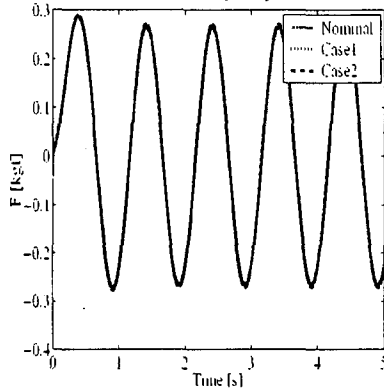


(c) input

Fig.11 SMC control by $K_s=10^7$ kgf/cm(parameter $K_s=10^7$ kgf/cm)

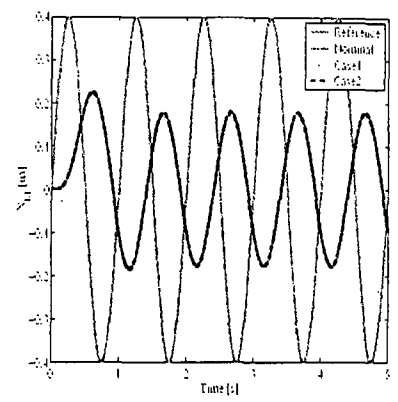


(a) time history response

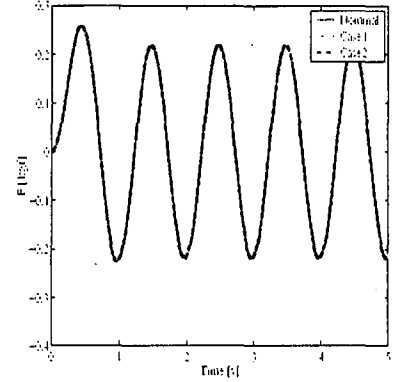


(b) input

Fig.12 H^∞ control by $K_s=10^7$ kgf/cm(parameter $K_s=10^7$ (kgf/cm)

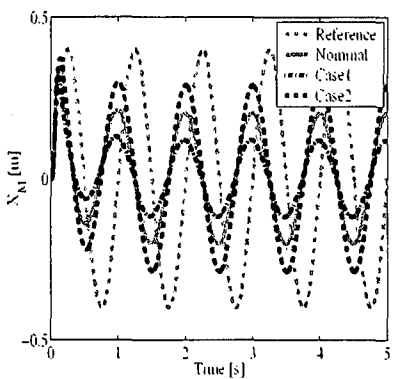


(a)time history response

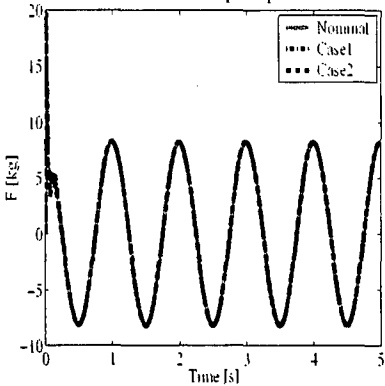


(b) input

Fig.13 LQI control by $K_s=10^7$ kgf/cm(parameter $K_s=10^7$ kgf/cm)

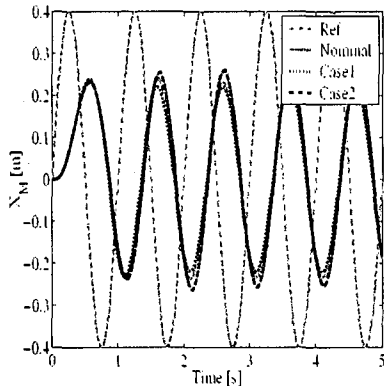


(b) step response

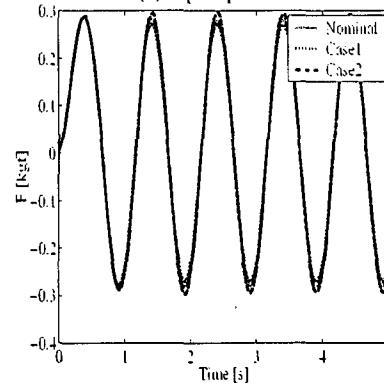


(b) input

Fig.14 SMC control by $K_s=10^7$ kgf/cm(parameter $K_s=10^4$ kgf/cm)

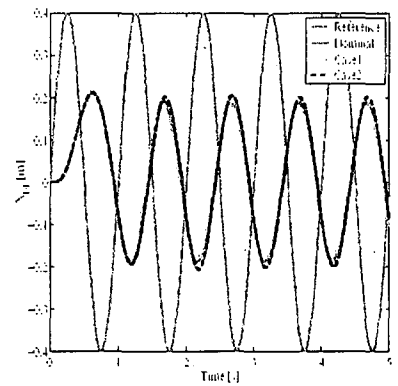


(b)step response

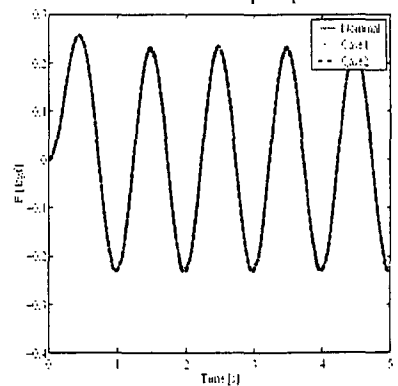


(b)input

Fig.15 H^∞ control by $K_s=10^7$ kgf/cm(parameter $K_s=10^4$ kgf/cm)



(a) step response



(d) input

Fig.16 LQI control by $K_s=10^7$ kgf/cm(parameter $K_s=10^4$ kgf/cm)

は正しい結果を得ることができない。そこで、本研究ではやむを得ず、正弦波目標値応答による性能比較を行った。

シミュレーション結果の内容を整理して図5から図16に示した。図5から図10はステップ目標値応答を示し、図11から図16は正弦波目標値応答を示す。また、図5から図16までにおいて、図5から図7と図11から図13は図1の被試験体のばね定数を $K_s=10^7 \text{kgf/cm}$ と仮定して制御系を設計し、実際には被試験体のばね定数が変動して $K_s=10^4 \text{kgf/cm}$ から $K_s=10^{10} \text{kgf/cm}$ に変化した場合のシミュレーションをスライディングモード制御、 H_∞ 制御とLQI制御で行った結果である。

図5のスライディングモード制御は、3つの応答を同時に示しているが、被試験体の質量 500t(ノミナル), 400t(case1), 600t(case2)のいずれの場合もステップ目標値応答はきわめて優れている。すなわち、ステップ目標値応答はきわめてロバストであることが分かる。しかし、この場合の制御入力をよく見ると 500t のノミナルが最も小さくて、次に 400t の case1 の場合で、最も大きな制御入力が必要としているのは case2 の 600t の場合となる。このように、被試験体の質量パラメータが変動しても制御性能を一致させるためには、制御入力に大きな負担がかかっているということになる。一方、図6の H_∞ 制御について考察すると、ノミナルと case1, case2 ともにほぼ同様な安定なステップ目標値応答になっているが、スライディングモード制御と比べてオーバーシュートが大きい、無駄時間も大きい。ただ、 H_∞ 制御の場合はスライディングモード制御と比べて制御入力がかかなり小さい。なお、重み関数の選定や一般化プラントの構成によって制御性能は大幅に変わるため、この性能が最高というわけではもちろんない。図7のLQI制御について考察すると、応答は H_∞ 制御の結果と大体一致であるが入力は H_∞ より小さいである。

図8、図9と図10について見てみると、このケースは $K_s=10^7 \text{kgf/cm}$ として制御系は設計されているが、実際は $K_s=10^4 \text{kgf/cm}$ であったという場合のシミュレーションである。これは K_s が小さくなることによって相互作用が大きくなることによるものと考えられる。この場合は K_s がノミナルな場合の 1/1000 になったことを意味しており、極端なパラメータ変動である。ここで、スライディングモード制御と H_∞ 制御及びLQI制御の性能を比較すると、スライディングモード制御は目標値からの離脱が極端になっており、オフセットも生じて、制御系としては要を成していない。それに比べ H_∞ 制御は振動的ではあるが目標値近傍に停留しており、制御入力も極端に大きくなく順当な応答となっている。LQI制御の結果は H_∞ 制御の結果と大体一致であるが、入力の方は H_∞ 制御より小さいである。

図11から図16は $K_s=10^7 \text{kgf/cm}$ と仮定して補償器を設計し、正弦波目標値を与えたときの応答を示し

ている。正弦波周波数が 1 Hz の時の結果である。スライディングモード制御では良好な応答になっているが、 H_∞ 制御とLQI制御は良くない。図11は良い結果となっている。図14は振幅が小さくなる傾向にある。 m が小さくなると、振幅が小さくなる。図12と図13は目標値の振幅より応答が小さくなる傾向にある。図15と図16は大体図12および図13と同じである。 m が大きくなると、振幅が大きくなる。以上の結果から、正弦波目標値応答はスライディングモード制御ではとくに大きな問題がなく十分追従することが明らかとなった。

4. まとめ

本研究は 1 軸振動台の加振法について、スライディングモード制御、 H_∞ 制御及びLQI制御の3つの方法について、ステップ目標値応答と正弦波目標値応答に関するシミュレーションを行い、制御性能の比較検討を行った。特に、本研究では K_s を重要なパラメータとみなして、このパラメータについてノミナル値、変動した場合、さらに被試験体の質量変動に関してその影響を考察した。得られた結論は以下のようなものである

(1)パラメータ $K_s=10^7 \text{kgf/cm}$ として設計した3つの制御系においてスライディングモード制御系の性能は最も優れている。特に、十分にロバストな性能を有していることが明らかとなった。

(2)パラメータ $K_s=10^4 \text{kgf/cm}$ として設計した場合、 H_∞ 制御、LQI制御の方が性能が良い。かつ、 H_∞ 制御とLQI制御の方が質量変動に対して十分にロバストな性能を有していることが明らかとなった。

また、パラメータとして一部のパラメータのみの変動を考慮してシミュレーションを行っているが、今後は、他のパラメータの影響を考慮して全体的な制御性能を把握する必要がある。

本研究ではスライディングモード制御と H_∞ 制御及びLQI制御の性能について検討したが、まだ、多くの未解決問題がある。スライディングモードと H_∞ 制御およびLQI制御の補償器の一層の改善を始めとして、他の制御法はどうか？さらに、1軸振動台ではなくて多軸振動台の制御としてシミュレーションを行うとどのようなようになるか？集中制御系として設計した場合と分散制御系として設計した場合の相違はどうか？さらに、本研究がめざすスイッチング制御をどのように実現するか？などが今後早急に検討しなければならない課題と考えている。

参考文献

- 1)野波健蔵, 西村秀和, 平田光男: MATLABによる制系設計東京電機大学出版局
- 2)Selim Sivrioglu and Kenzo Nonami: Control of Seismic Shaking Table via Q Parametrization, Document Number: SW6-2, 1997. 11. 20
- 3)佐藤榮児, 小川信行, 尾原浩一: ピロティ崩壊実験の振動台加振波形への影響, 日本機械学会, CD-ROM 論文集[2000. 9. 5-8, 東京]