

# リアルタイム地震被害推定のための 観測更新について

清野純史<sup>1</sup>・土岐憲三<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木システム工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

<sup>2</sup>正会員 工博 京都大学教授 工学研究科土木システム工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

地震発生後の防災を行なうにあたっては、地震直後のできるだけ早い時期に適切な対策を取ることができるかが最も重要な課題となる。そのためには、地震発生直後のできるだけ早い時期に被害状況を適確に把握する必要がある。近年のリアルタイム地震防災における被害推定は、事前に収集できる情報に、地震直後において各種モニターから得られる情報を加えて第1次の被害推定を行ない、これによって被害の全体像を早期に把握しようとするものである。しかし、現実には地震直後の1次推定と実際の被害状況が異なる事態が進行していることも考えられるため、時々刻々入手される被害状況を取り入れて被害を推定し直す必要がある。本研究では、地震直後に入力強度と事前情報のみから行なった推定を、新たな観測や情報が入るたびに漸化的に更新できるアルゴリズムを構築し、これを埋設管の被害確率の更新問題へ適用した。

**Key Words:** real-time disaster prevention, damage estimation, measurement update, kriging technique

## 1. はじめに

地震防災は、主に建造物の耐震・免震化や、地盤改良や建物の建築規制などの事前防災と、実際に地震災害が発生した時の応急・復旧対策等の事後防災に大別される。事後防災を行なうにあたっては、地震発生直後のできるだけ早い時期に被害状況を把握する必要がある。しかし、地震発生直後には限られた情報しか得ることができず、事前に準備し得る情報を活用して被害状況を把握することになる。ここで、事前に準備し得るデータとしては、地域において調査された建築物や地盤情報、ライフラインの敷設状況や人口動態、土地利用図や微地形図などの地域データベースや、最大加速度や震度情報などの入力情報と被害を結び付ける被害関数などの知識データベースである。これらのデータベースを利用すれば、地震直後に各種被害を推定することは可能である。

しかし、実際には地震直後に推定した被害状況と異なる事態が進行していることも考えられるので、時々刻々入手される被害状況を取り入れて被害を推定し直す必要がある。もちろん、最終的には実被害

情報がすべて入手されることになり、被害推定の役割は高々そこで終わることになるが、少なくとも初期被害推定から始めて、刻々入手される情報による数回に及ぶ推定情報の更新は必要であろう。

この場合、新しい情報が入った時に被害推定計算を始めからやり直すと、情報量が増すにつれて推定に時間がかかる。しかし、逐次得られる新しい情報を漸化的に処理して推定情報を更新すれば、最新の被害推定や意思決定が即座に行なえることになる<sup>1)</sup>。

ここでは、地震直後に事前情報のみから行なった推定を、新たな観測や情報が入るたびに漸化的に更新できるアルゴリズムを紹介するとともに、対象とするある物理量がある危険事象を超過する確率分布の推定手法の一つである Indicator Kriging<sup>2)</sup>に漸化更新アルゴリズムを適用し、危険度分布の推定問題<sup>3)</sup>への応用について考察を加える。

## 2. 観測更新の漸化アルゴリズム

時空間的に不規則に変化する現象は、通常確率場として取り扱われるが、この確率場の平均、分散、共分散などの統計量が、既往の先験情報や観測量に

より既知の場合をここでは想定する<sup>4)</sup>。

いま、 $I(z(x))$ を位置ベクトル  $x$  におけるある物理量  $z(x)$ のインディケータ変数とし、この変数が  $z(x)$ の条件によって 0 または 1 の 2 値の何れかをとるものとする。例えば、 $z(x)$ がある値  $a_0$  を境に以下のように定義される場合を考える<sup>3)</sup>。

$$I(z(x)) = \begin{cases} 1 & \text{if } z(x) \geq a_0 \\ 0 & \text{if } z(x) < a_0 \end{cases} \quad (1)$$

$n$  個の観測点  $x_1, x_2, \dots, x_n$  における値が与えられた時の、任意点  $x_0$  における物理量  $z(x_0)$ のインディケータ  $I(z(x_0))$ が 1 となる確率は条件付確率として与えられ、これは次式のように  $n$  個の観測値が得られた時の条件付期待値と等価である。

$$\begin{aligned} P(I(z(x_0))=1 | I(z(x_j))=i_j, j=1,2,\dots,n) \\ = E[I(z(x_0)) | I(z(x_j))=i_j, j=1,2,\dots,n] \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 $i_j$ は 0 または 1 の値をとる。この  $I(z(x_0))$ の条件付期待値を  $I^*(z(x_0))$ とし、 $m$  個の観測点でのインディケータの線形結合として表わそうとするものが Indicator Kriging であり、次式で定式化される。

$$I^*(z(x_0)) = \sum_{j=1}^n \lambda_j I(z(x_j)) + k \quad (3)$$

ここで、既知情報として  $z(x)$ が  $a_0$  以上となる確率  $P[I(z(x))=1]$ を  $p_1(x)$ とおくと、不偏性の条件

$$E[I(z(x_0)) - I^*(z(x_0))] = 0 \quad (4)$$

より、

$$k = p_1(x_0) - \sum_{j=1}^n \lambda_j p_1(x_j) \quad (5)$$

式(5)を式(3)に代入すると次式を得る。

$$I^*(z(x_0)) = \sum_{j=1}^n \lambda_j I(z(x_j)) - \sum_{j=1}^n \lambda_j p_1(x_j) + p_1(x_0) \quad (6)$$

さて、推定したい  $m$  個の点の位置ベクトルを  $x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0m}$  とすると、 $n$  個の観測点の物理量のインディケータを表わすベクトル  $z_n$  と、 $n$  個の観測点と  $m$  個の推定点の物理量のインディケータを併せたベクトル  $z_{0n}$  は次式で与えられる。

$$z_n = \{I(z(x_1)) I(z(x_2)) \cdots I(z(x_n))\}^T \quad (7)$$

$$z_{0n} = \{I(z(x_{01})) I(z(x_{02})) \cdots I(z(x_{0m})) \\ I(z(x_1)) \cdots I(z(x_n))\}^T \quad (8)$$

式(6)を勘案すると、式(8)の最適推定値は以下のよ

うになる。

$$\hat{z}_{0n} = \begin{Bmatrix} I^*(z(x_{01})) \\ \vdots \\ I^*(z(x_{0m})) \\ I^*(z(x_1)) \\ \vdots \\ I^*(z(x_n)) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^n \lambda_{01j} I(z(x_j)) - \sum_{j=1}^n \lambda_{01j} p_1(x_j) + p_1(x_{01}) \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^n \lambda_{0mj} I(z(x_j)) - \sum_{j=1}^n \lambda_{0mj} p_1(x_j) + p_1(x_{0m}) \\ \sum_{j=1}^n \lambda_{1j} I(z(x_j)) - \sum_{j=1}^n \lambda_{1j} p_1(x_j) + p_1(x_1) \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^n \lambda_{nj} I(z(x_j)) - \sum_{j=1}^n \lambda_{nj} p_1(x_j) + p_1(x_n) \end{Bmatrix} \quad (9)$$

式(9)をマトリクス表示すると

$$\hat{z}_{0n} = \Lambda_n z_n - \Lambda_n s_n + s_{0n} \quad (10)$$

ここに、 $\Lambda_n$  は  $(m \times n) \times n$  の重みマトリクス、 $s_n, s_{0n}$

はそれぞれ  $p_1(x_j)$  と  $p_1(x_{0j})$  に対するベクトルである。

以下のような  $z_{0n}$  の推定誤差共分散マトリクス  $P_n$  を考える<sup>3)</sup>。

$$\begin{aligned} P_n &= E[\{z_{0n} - \hat{z}_{0n}\} \{z_{0n} - \hat{z}_{0n}\}^T] \\ &= E[\{z_{0n} - (\Lambda_n z_n - \Lambda_n s_n + s_{0n})\} \\ &\quad \{z_{0n} - (\Lambda_n z_n - \Lambda_n s_n + s_{0n})\}^T] \quad (11) \\ &= E[\{(z_{0n} - s_{0n}) - \Lambda_n (z_n - s_n)\} \\ &\quad \{(z_{0n} - s_{0n}) - \Lambda_n (z_n - s_n)\}^T] \end{aligned}$$

ここで、

$$z'_{0n} = z_{0n} - s_{0n} \quad (12)$$

$$z'_n = z_n - s_n \quad (13)$$

とおくと、式(11)は

$$\begin{aligned} P_n &= E[\{z'_{0n} - \Lambda_n z'_n\} \{z'_{0n} - \Lambda_n z'_n\}^T] \\ &= E[z'_{0n} z'_{0n}{}^T] - E[z'_{0n} z'_n{}^T] \Lambda_n^T \\ &\quad - \Lambda_n E[z'_n z'_{0n}{}^T] + \Lambda_n E[z'_n z'_n{}^T] \Lambda_n^T \quad (14) \\ &= Q_n - H_n \Lambda_n^T - \Lambda_n H_n^T + \Lambda_n R_n \Lambda_n^T \\ &= (\Lambda_n - H_n R_n^{-1}) R_n (\Lambda_n - H_n R_n^{-1})^T \\ &\quad + Q_n - H_n R_n^{-1} H_n^T \end{aligned}$$

となり、

$$\Lambda_n = H_n R_n^{-1} \quad (15)$$

のとき、任意の二次形式に対して推定誤差分散  $\text{tr}(\mathbf{P}_n)$  は最小となり、このときの  $\mathbf{P}_n$  は

$$\mathbf{Q}_n - H_n R_n^{-1} H_n^T \quad (16)$$

で表わされる。ここに、 $\mathbf{Q}_n$ ,  $H_n$ ,  $R_n$  はそれぞれ  $z'_{0n}$  と  $z'_{0n}$ ,  $z'_{0n}$  と  $z'_n$ ,  $z'_n$  と  $z'_n$  の共分散マトリクスである。

さて、ここでさらに  $n+1$  番目の観測点  $x_{n+1}$  で、新たな物理量  $z(x_{n+1})$  のインディケータ  $I(z(x_{n+1}))$  が与えられたとする。式(7), (8)より、観測点の物理量のインディケータ  $z_{n+1}$  と、 $n+1$  個の観測点と  $m$  個の推定点の物理量のインディケータを併せたベクトル  $z_{0n+1}$  は次式で与えられる。

$$z_{0n+1} = \{z'_{0n} I(z(x_{n+1}))\}^T \quad (17)$$

$$z_{n+1} = \{z'_n I(z(x_{n+1}))\}^T \quad (18)$$

式(11)~(16)の導出過程と同様にして  $\mathbf{P}_{n+1}$  の共分散行列を考える。

$$\mathbf{P}_{n+1} = E[\{z_{0n+1} - \hat{z}_{0n+1}\} \{z_{0n+1} - \hat{z}_{0n+1}\}^T] \quad (19)$$

この共分散行列の  $\mathbf{Q}_{n+1}$ ,  $H_{n+1}$ ,  $R_{n+1}$  を以下のようにパーティションに分解する。

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{n+1} &= E[z'_{0n+1} z'_{0n+1}{}^T] \\ &= \begin{bmatrix} E[z'_{0n} z'_{0n}{}^T] & E[z'_{0n} I(z(x_{n+1}))] \\ E[I(z(x_{n+1})) z'_{0n}{}^T] & E[I(z(x_{n+1})) I(z(x_{n+1}))] \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_n & \mathbf{q}_n \\ \mathbf{q}_n^T & \mathbf{q}_{nn} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} H_{n+1} &= E[z'_{0n+1} z'_{n+1}{}^T] \\ &= \begin{bmatrix} E[z'_{0n} z'_n{}^T] & E[z'_{0n} I(z(x_{n+1}))] \\ E[I(z(x_{n+1})) z'_n{}^T] & E[I(z(x_{n+1})) I(z(x_{n+1}))] \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} H_n & h_n \\ h_n^T & h_{nn} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} R_{n+1} &= E[z'_{n+1} z'_{n+1}{}^T] \\ &= \begin{bmatrix} E[z'_n z'_n{}^T] & E[z'_n I(z(x_{n+1}))] \\ E[I(z(x_{n+1})) z'_n{}^T] & E[I(z(x_{n+1})) I(z(x_{n+1}))] \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} R_n & r_n \\ r_n^T & r_{nn} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

また、

$$\begin{aligned} R_{n+1}^{-1} &= \begin{bmatrix} (R_n - r_n r_{nn}^{-1} r_n^T)^{-1} & -R_n^{-1} r_n (r_{nn} - r_n^T R_n^{-1} r_n)^{-1} \\ -r_{nn}^{-1} r_n^T (R_n - r_n r_{nn}^{-1} r_n^T)^{-1} & (r_{nn} - r_n^T R_n^{-1} r_n)^{-1} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \bar{R}_n & \bar{r}_n \\ \bar{r}_n^T & \bar{r}_{nn} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

式(14)からもわかるように

$$\Lambda_{n+1} = H_{n+1} R_{n+1}^{-1} \quad (24)$$

のとき、任意の二次形式に対して推定誤差分散最小となる。式(10), (12), (13), (24)より

$$H_{n+1} R_{n+1}^{-1} \hat{z}'_{0n+1} = \Lambda_{n+1} z'_{n+1} = (H_{n+1} R_{n+1}^{-1}) z'_{n+1} \quad (25)$$

したがって、パーティションに分解して記述すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \hat{z}'_{0n} \\ \dots \\ I^*(z(x_{n+1})) \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} H_n & h_n \\ h_n^T & h_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{R}_n & \bar{r}_n \\ \bar{r}_n^T & \bar{r}_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{z}'_n \\ \dots \\ I(z(x_{n+1})) \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \Lambda_1 & k_1 \\ k_2 & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{z}'_n \\ \dots \\ I(z(x_{n+1})) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (26)$$

これより、

$$\hat{z}'_{0n} = \Lambda_1 z'_n + k_1 I(z(x_{n+1})) \quad (27)$$

式(12),(13)を考慮すると、最終的に次式を得る。

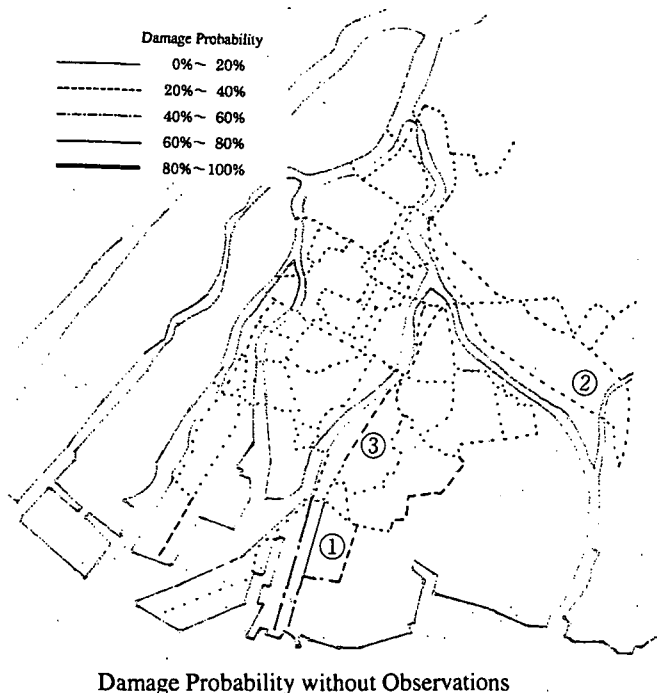
$$\hat{z}_{0n} = \Lambda_1 z_n + k_1 I(z(x_{n+1})) + (s_{0n} - \Lambda_1 s_n) \quad (28)$$

マトリクス  $\Lambda_1$ 、ベクトル  $k_1$ ,  $s_{0n}$ ,  $s_n$ 、そして観測点のインディケータを表わすベクトル  $z_n$  は、新たな観測点  $x_{n+1}$  におけるインディケータ  $I(z(x_{n+1}))$  が得られた時点で既知であるから、 $I(z(x_{n+1}))$  が得られるとすぐに、式(28)によって  $\hat{z}_{0n}$  が更新されることになる。

### 3. 埋設管の被害確率の更新

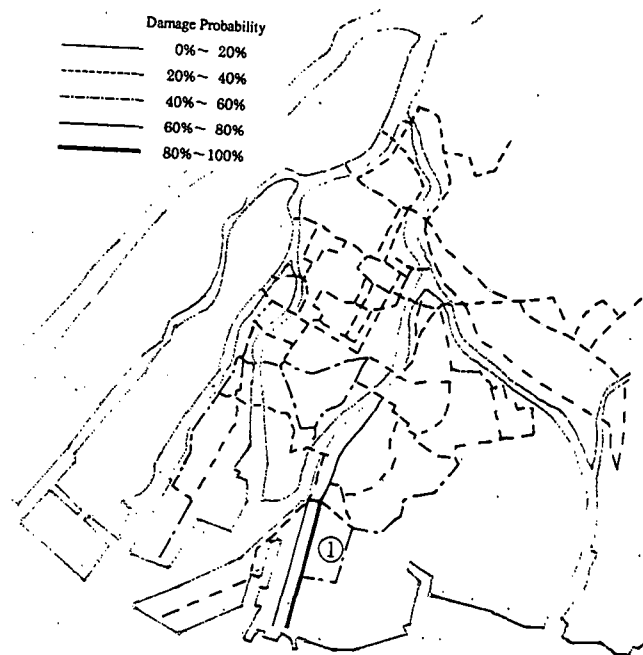
ここでは、2. で求めたインディケータクリッキングの更新アルゴリズムを用いることにより、埋設管の被害確率がどのように逐次更新されるのかを調べた。解析の対象としたものは上水道システム<sup>5)</sup>である。

埋設管の被害率は、その地点での地震動強度が与えられれば、その地震動強度に対する標準被害率、



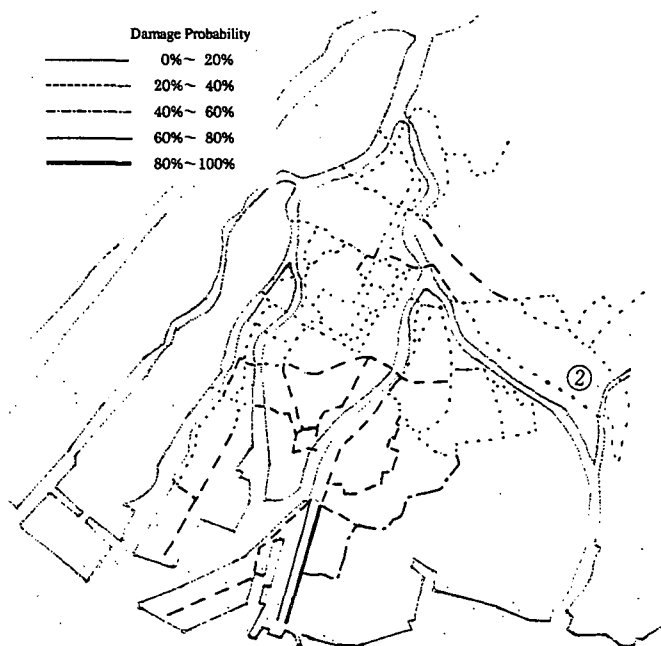
Damage Probability without Observations

(a) 管路に関する事前情報と地震直後の入力地震動に関する情報による被害確率の初期推定



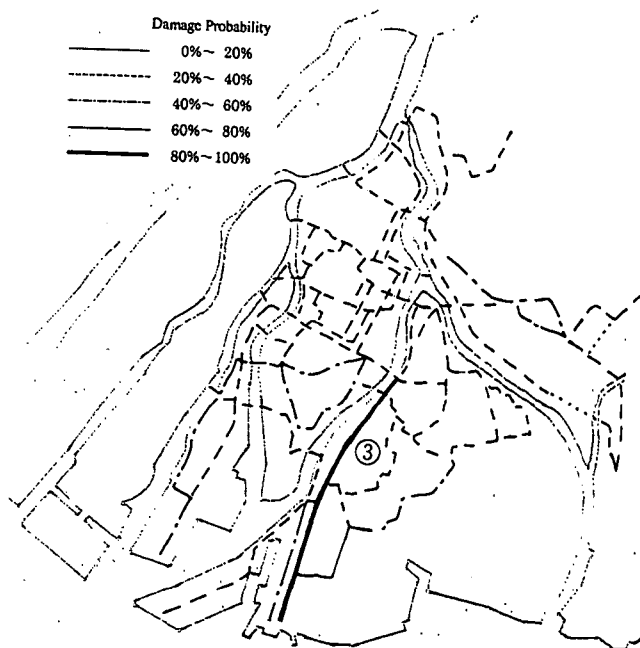
The first update (link①: damaged)

(b) リンク 1 の被害情報(被害あり)に基づく各管路の被害確率の更新結果



The second update (link②: undamaged)

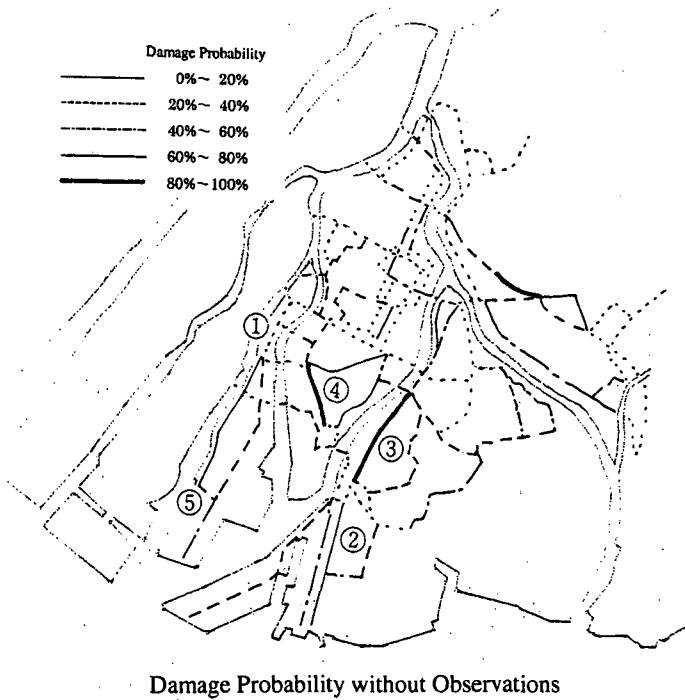
(c) リンク 2 の被害情報(被害なし)に基づく各管路の被害確率の更新結果



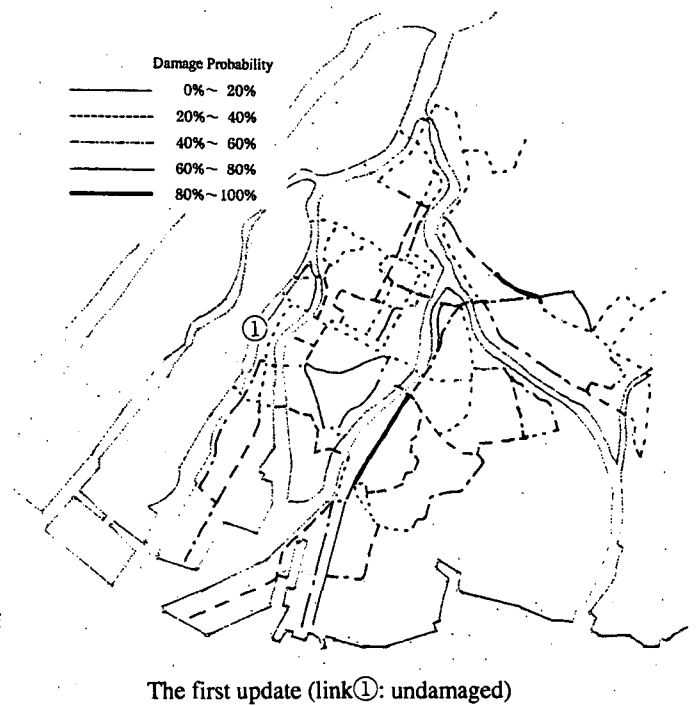
The third update (link③: damaged)

(d) リンク 3 の被害情報(被害あり)に基づく各管路の被害確率の更新結果

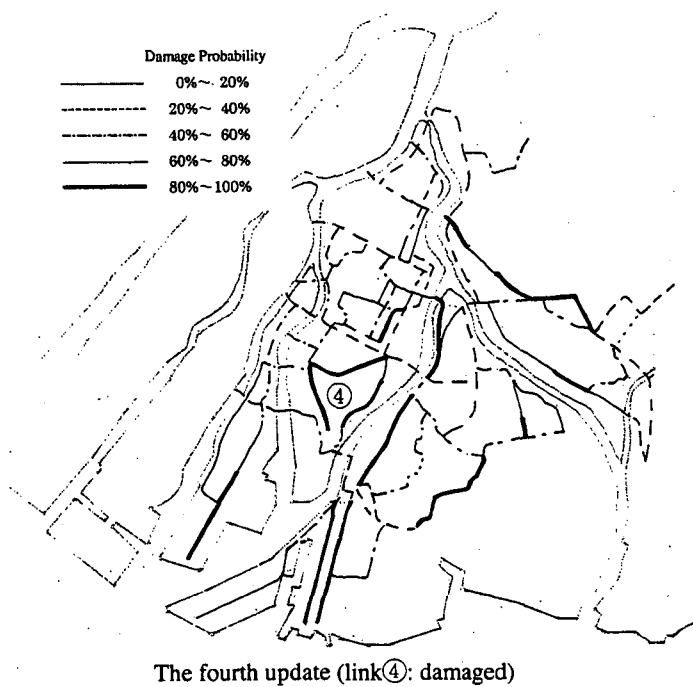
図-1 Case-1(M7.25,  $\Delta=60\text{km}$ )を対象とした被害確率の更新過程



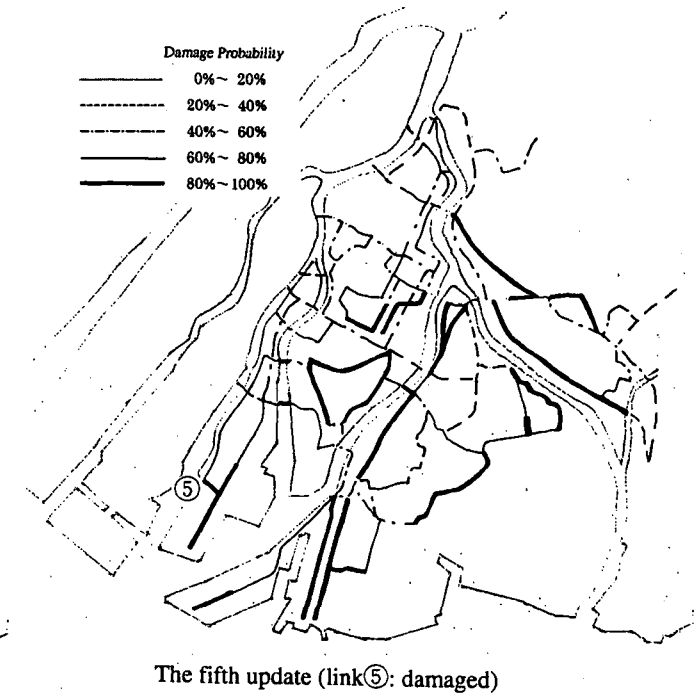
(a) 管路に関する事前情報と地震直後の入力地震動に関する情報による被害確率の初期推定



(b) リンク 1 の被害情報(被害なし)に基づく各管路の被害確率の更新結果



(c) リンク 4 の被害情報(被害なし)に基づく各管路の被害確率の更新結果 (リンク 3,4 による更新後)



(d) リンク 5 の被害情報(被害あり)に基づく各管路の被害確率の更新結果

図-2 Case-2(M6.5, Δ=6km)を対象とした被害確率の更新過程

および管種、管径、地盤条件の各補正係数の関数として、および管路被害率の関数として次式で与えられる。

$$R_{jm} = C_g \cdot C_p \cdot C_d \cdot R_f \quad (29)$$

ここに、 $R_f$  は一般鑄鉄管の標準被害率、 $C_g$ 、 $C_p$ 、 $C_d$  はそれぞれ地盤・液状化補正係数、管種係数、管径係数である。

式(29)により管路被害率が与えられれば、例えば管路被害の発生がポアソン過程に従う等の条件を付与することにより被害確率を求めることができる。

本研究では2つの断層(Case-1, Case-2)を想定し<sup>6)</sup>、それぞれの地震動強度に対する各要素管路の被害確率を式(6)の  $p_1(x_0)$  に対応させる。そして、管路被害の確認情報  $p_1(x_j)$  ( $=0$  [無被害],  $=1$  [被害]) を入手する毎に  $I^*(z(x_0))$ 、すなわち各要素管路の被害確率を更新する。

Case-1 は対象地域の南約 60km に位置する断層を想定して行なった計算例であり、マグニチュードは 7.25 である。一方、Case-2 は対象地域の西約 6km に北北東—南南西の走向を持つ断層に対するものであり、マグニチュードが 6.5 のいわゆる直下型の想定地震である。

計算には各要素管路(リンク)同士のインディケータ(被害確率に相当)に関する共分散が必要となるが、ここでは各管路の被害確率の初期推定値である  $p_1(x_0)$  を用い、この共分散を  $\exp$  型にモデル化することによって共分散関数を求めている。

Case-1 の結果を示したものが図-1(a)~(d)である。(a)は、想定地震動が与えられた時点で、地盤条件や管種、管径等の情報から算出される各管路の被害確率であり、これは管路に関する事前の情報と入力地震動によって、実被害とは関係なしに地震直後に推定できる値である。ここで、被害確率は 0%~100% を 5 段階に分け、それぞれ低い方から点線(0%~20%)、破線(20%~40%)、一点鎖線(40%~60%)、細線(60%~80%)、太実線(80%~100%)で表示している。(b)はリンク 1 が破壊しているという情報が入った時の各要素管路の推定結果である。同じく(c)はリンク 2 には被害が生じていないという情報が入った場合、また、(d)はリンク 3 に被害が生じているという情報が入った場合の更新結果を示したものである。再推定した被害確率は、入手情報に強く影響を受けてかなり大きく変化していることがわかる。Case-1 は Case-2 に比べ震央距離が長いので、対象とした領域での地震動に差が生じない。したがって、(a)からもわかるようにどのリンクも被害確率がほぼ一定となり、共分散関数の相関距離が大きくなっている

ためである。

これに対し、Case-2 の解析結果を示したものが図-2(a)~(d)である。この想定地震は Case-1 に比して震央距離が短い、いわゆる直下型地震に相当する。被害確率もかなりばらついており、共分散関数の相関距離も Case-1 よりは小さくなっている。(a)は事前情報と入力地震動によって得られる初期推定、(b)はリンク 1 が破壊しなかったという情報を得た後の更新結果である。その後、(a)に示されるリンク 2、リンク 3 が被害を受けたという情報を基に被害確率を更新し、さらにリンク 4 とリンク 5 が被害を受けたという情報を逐次受け取った場合の更新結果がそれぞれ(c),(d)である。

このように、ここで提案した手法を用いれば、得られた確認情報を有効に利用して、被害確率等の初期推定値を更新することができる。

#### 4. まとめ

本研究では、インディケータクリッキングに観測更新機能を取り入れたアルゴリズムを提案し、上水道システムを対象にその有効性を検証した。この手法を用いれば、被害確率等の信頼度情報の更新も確認情報が入り次第行なえ、事後対応に有効に活用できる。

#### 参考文献

- 1) Kiyono, J. and F.Miura: A study on the Development of an Immediate Detection System for Seismic Damage to Lifelines Using GPS and GIS, Proc. of 6<sup>th</sup> US-Japan Workshop on Earthquake Disaster Prevention for Lifeline Systems, Session 5, J-11, pp.1-12, 1995.
- 2) Solow, A: Mapping by Simple Indicator Kriging, Mathematical Geology, Vol.18, No.3, pp.335-352, 1986.
- 3) 山本欣弥・大野春男・星谷 勝: 地盤の地震危険度分布の推定、第 24 回地震工学研究発表会講演論文集、pp.1269-1272, 1997.
- 4) Kiyono, J. and F. Miura: Estimation of Spatial Distribution of Ground Deformation Just after Earthquake, Proc. of 7<sup>th</sup> KAIST-NTU-KU Tri-Lateral Seminar/Workshop on Civil Engineering, pp.251-256, 1997.
- 5) 山田一臣・細井由彦・野田 茂・小西 昇: 配水管線網の地震時信頼性評価について、土木学会中国支部第 50 回研究発表会、pp.93-94, 平成 10 年.
- 6) 環境科学研究会: 広島市大規模自身被害想定調査報告書、平成 9 年 3 月.