

# 多項反応モデルによる地震時損傷度曲線の統計的推定

望月智也<sup>1</sup>・中村孝明<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工修 株式会社 篠塚研究所 (〒160-0023 東京都新宿区西新宿4-5-1 幸伸ビル新宿3F)

<sup>2</sup>正会員 博士(工学) 株式会社 篠塚研究所 (〒160-0023 東京都新宿区西新宿4-5-1 幸伸ビル新宿3F)

地震時損傷度曲線 (Seismic Fragility Curve : SFC) は、ある損傷状態が発生する確率を地震動の大きさに応じて評価したものである。SFC の統計的評価に利用される建物被害情報は、建物の損傷状態を小破、中破、大破といった表現で分別されており、これらの情報から SFC を評価する場合、各損傷状態が発生するか、しないかによる2項反応として扱うことが一般的である。本報では、複数の損傷状態を背反事象として扱い、各損傷状態の SFC を一括し評価する多項反応モデルについて示した。その際、同モデルで仮定する確率分布のパラメータ推定には最尤法を用いる。適用性の検討として、建設省建築研究所が公開している兵庫県南部地震での被害情報を使い、低層戸建住宅ならびに中高層建物の SFC を評価した。

**Key Words :** Seismic Fragility Curve, Statistical Inference, Damage States, Multinomial Response Model  
Maximum Likelihood Method

## 1. はじめに

地震リスクマネジメントや地震被害想定では、特に地震の発生も含め、構造被害の発生予測が重要となる。地震時損傷度曲線 (Seismic Fragility Curve : SFC) は、ある構造被害が発生する確率 (以下、損傷確率と呼ぶ) を地震動の大きさに従って評価したもので、被害予測に有用されている一価関数である。損傷確率は信頼性理論に基づき特定構造物の応答が耐力を越える確率として算定されるが、類似した構造物群の被害情報が得られれば、統計的手法を用いて算定することができる。特に兵庫県南部地震以降、地震による被害情報の収集・整理が急速に行われ、これら情報を利用した SFC の統計的評価<sup>1)2)3)</sup>が行われている。SFC の評価に利用される被害情報は、その損傷状態を小破、中破、大破といった表現で分類されており、これらの情報から SFC を評価する場合、各損傷状態が発生するか、しないかの2項反応として扱うことが一般的である。その場合 SFC は2項反応モデル<sup>4)</sup>によって損傷状態毎に別途評価される。しかし、本来、地震による建物被害は様々な損傷状態の何れかであり、実際には多項反応として扱う必要がある。また2項反応モデルでは、推定された SFC のばらつきの相違により、被害情報がない地震動領域では、重大な被害の発生確率が軽微な発生確率を上回るといったような矛盾が生じる場合がある。これは被害情報の不足が指摘されるものの、統計的手法では SFC を特定の確率分布で近似することで情報のない部分を外挿していることが主因である。

このような矛盾を残存させたままで SFC を被害予測に使用すると不適切な結果が生じる恐れがある。

以上を考慮し、本報では被害状態毎の SFC を一括して評価する多項反応モデルを示すとともに、適用性の検討として、建設省建築研究所が公開している兵庫県南部地震での被害情報<sup>5)</sup>を使い、低層戸建住宅ならびに中高層建物の SFC を評価する。

## 2. SFC の評価とばらつきの考え方

### (1) SFC の評価

SFC を評価するには、解析的な方法及び統計的な方法を利用することができる。解析的な方法は、モデル化や計算方法の精度が問題となるものの、物理モデルに基づいた推定であることから汎用的な方法である。解析的な方法の基本的な考え方は、損傷とは応答が構造物の耐力を超過する状態であるとの解釈に基づき、応答や耐力の推定誤差やばらつきを考慮し、確率密度関数に近似することで損傷確率を求める。具体的には、構造物の応答及び耐力を地震動の大きさ (PGA, PGV など) で記述し、これを確率変数  $A$ ,  $C$  と置く。損傷確率  $P_f$  は応答が耐力を越える確率  $P$  として以下のように表すことができる。

$$P_f = P(C < A) = P(X = C / A < 1.0) \quad (1)$$

耐力  $A$ , 応答  $C$  は対数正規分布に近似されることが

一般的で、ここでは  $A$  を  $(a_m, \zeta_a)$ 、 $C$  を  $(c_m, \zeta_c)$  に従う対数正規確率変数と仮定する。なお  $a_m, c_m$  は中央値、 $\zeta_a, \zeta_c$  は対数標準偏差である。 $A$  と  $C$  が互いに独立であるならば、(1)式の  $X$  も中央値  $x_m$ 、対数標準偏差  $\zeta$  に従う対数正規確率変数となり、 $X$  の確率密度関数は以下のようなになる。

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - x_m}{\zeta}\right)^2\right\} \quad (2)$$

ここに、 $x_m, \zeta$  は次式で表される。

$$x_m = \ln c_m - \ln a_m \quad (3)$$

$$\zeta = \sqrt{\zeta_c^2 + \zeta_a^2} \quad (4)$$

損傷確率は、(1)式に従い(2)式を 0~1.0 まで積分することで求められる。ここでは、 $z = a_m \cdot x$  と置くと地震動  $a_m$  を条件とした損傷確率が以下のように示される。

$$F_z(a_m) = \int_0^{a_m} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta z} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln z - \ln c_m}{\zeta}\right)^2\right\} dz \quad (5)$$

(5)式は様々な応答、すなわち地震動が与えられた際の条件付の損傷確率を与える。ここで、横軸に地震動の大きさ、縦軸に損傷確率を示せば地震動に対応した損傷確率を与える SFC を求めることができる。

一方、観測データから確率の母数(平均値、標準偏差など)を推定する方法を統計的推定手法と称し一般化されている。そこでは、正規分布や極値分布など既往の確率分布モデルへの当てはめが行われ、分布のパラメータ推定が統計的推定手法の実態となっている。代表的な手法としては、積率法や最尤法がある。

## (2) SFC のばらつき

損傷確率を評価する上でのばらつき、すなわち対数標準偏差  $\zeta$  は、主に以下4つから構成される。

- ① 材料や施工精度のばらつき :  $\zeta_1$
- ② 地震動の推定誤差 :  $\zeta_2$
- ③ 解析モデルの不確定性 :  $\zeta_3$
- ④ 建物強度の個体差 :  $\zeta_4$

材料や施工精度のばらつきは、建物の使用材料や形式によって異なり、情報が多く提供されても改善されるようなものではない。地震動の推定誤差は、地盤増幅評価の誤差や距離減衰の不確実性から構成される。地盤増幅評価の誤差は、情報の量や精度により改善される性質を持つものの、距離減衰の不確実性は、地震動やその伝播という自然現象の本質的な性質から説明さ

れる部分が多く、その改善は一般に困難とされる。解析モデルの不確定性は、モデル化不確定性とも呼ばれ、改善の対象とはなるものの、被害事例や実験などの情報に基づく必要がある。建物強度の個体差は、設計指針や設計者の裁量に依存し、建物の分類方法により異なる。 $\zeta_1 \sim \zeta_3$  については、対数正規分布に近似できるとされるが、 $\zeta_4$  についてはその確率分布は特定できない。固有の建物を対象とした場合は、 $\zeta_1 \sim \zeta_3$  がばらつきの主成分となるが、広域地震リスク評価等、建物群を対象とした場合には  $\zeta_4$  が付加される。これらのばらつき成分は、次式により統合され、損傷確率の変動成分として代表される。

$$\zeta = \sqrt{\zeta_1^2 + \zeta_2^2 + \zeta_3^2 + \zeta_4^2} \quad (6)$$

解析的な方法による損傷確率の評価では、ばらつきの構成やその寄与が常に問題とされるが、通常は統計的あるいは経験的な知見から統合された変動成分として一義的に設定するケースが多い。文献 1)~3)より、統合された対数標準偏差  $\zeta$  は、およそ 0.5~0.7 と推察される。

## 3. 統計的手法による SFC の推定

統計的評価手法として最尤法を使う。最尤法は確率分布のパラメータを直接推定することができ、一連の観測値が実現する確からしさ、すなわち尤度が最大となるパラメータを求めるものである。ここでは、2項反応モデル及び多項反応モデルを適用した最尤法による SFC の評価方法について解説する。

### (1) 2項反応モデルによる SFC の推定

無作為に選ばれた構造物が  $n$  個あり、それぞれ被災した、しないの2項反応すなわち2値の観測結果が得られているとする。また地震動の大きさ、例えば PGA が  $a_m$  ( $i=1 \sim n$ ) についても得られているとする。最尤法では、これら観測結果が最も実現しやすい、すなわち観測結果が実現する確からしさが最大となるパラメータを算定することになる。観測結果が実現する確からしさは以下のように表せる。

$$L(a_m; c_m, \zeta) = \prod_{i=1}^n F_z(a_m; c_m, \zeta)^{q_i} \cdot \{1 - F_z(a_m; c_m, \zeta)\}^{1-q_i} \quad (7)$$

ここに、 $c_m$  は SFC の中央値、 $\zeta$  は対数標準偏差を表す。また  $q_i$  は被災していた場合は 1、していない場合は 0 を与える 2 値関数を表す。(7)式を尤度関数と呼び、これが最大となる  $c_m$  と  $\zeta$  を求めることにより SFC が求められる。

## (2) 多項反応モデルによる SFC の推定

地震被害は様々な状態をとるため、実際には多項反応すなわち多値問題として扱う必要がある。2 値問題のとして扱う場合、損傷状態毎の SFC をその状態以上の被害が発生する、しないに 2 分して扱うことになるが、多値問題の場合は、地震動を条件に背反な幾つかの損傷状態を同時に扱うことになる。以下に多項反応モデルによる最尤法について示す。

1 回の試行で、 $m+1$  個の背反事象  $E_j (j=0 \sim m)$  のいずれかが起こる場合を想定する。但し、 $E_0$  は無被害を表す。各背反事象の発生確率  $P_{E_j}$  は地震動の大きさ  $a_m$  を条件として図-1 のように示される。同図で各事象を背反に分けているのが SFC であり、 $P_{E_j}$  は次式で示される。

$$\begin{aligned} P_{E_0} &= 1 - \Phi\left(\frac{\ln a_m - \ln c_{m1}}{\zeta_1}\right) \\ P_{E_1} &= \Phi\left(\frac{\ln a_m - \ln c_{m1}}{\zeta_1}\right) - \Phi\left(\frac{\ln a_m - \ln c_{m2}}{\zeta_2}\right) \\ &\vdots \\ P_{E_{m-1}} &= \Phi\left(\frac{\ln a_m - \ln c_{m,m-1}}{\zeta_{m-1}}\right) - \Phi\left(\frac{\ln a_m - \ln c_{mm}}{\zeta_m}\right) \\ P_{E_m} &= \Phi\left(\frac{\ln a_m - \ln c_{mm}}{\zeta_m}\right) \end{aligned} \quad (8)$$

ここに、 $c_{mj}$ ,  $\zeta_j (j=1 \sim m)$  は各 SFC の中央値、対数標準偏差を表す。また  $\Phi(\cdot)$  は標準正規分布の累積分布関数である。

次に、 $a_m$  が与えられたとき、 $m+1$  個の背反事象のどれか 1 つの状態になった、という観測結果が  $n$  個得られたとする。この観測結果から (8) 式の  $c_{mj}$ ,  $\zeta_j$  を最尤法により求めることを考えると、尤度関数は以下のようになる。

$$L(a_{m_i}; c_{mj}, \zeta_j) = \prod_{i=1}^n \prod_{j=0}^m P_{E_{ij}}(a_{m_i}; c_{mj}, \zeta_j)^{q_{ij}} \quad (9)$$

ここに、 $i$  は観測結果を、 $j$  は背反事象を表す。但し、(8) 式で示したとおり、 $c_{mj}$ ,  $\zeta_j$  については、 $j=1 \sim m$  となる。また  $q_{ij}$  は背反事象のどれか 1 つの状態を表す多値関数で、次式のようになる。

$$\begin{aligned} q_{i0} = 1, q_{i1} = 0, \dots, q_{im} = 0 &: E_0 \text{ の状態になった場合} \\ q_{i0} = 0, q_{i1} = 1, \dots, q_{im} = 0 &: E_1 \text{ の状態になった場合} \\ &\vdots \\ q_{i0} = 0, q_{i1} = 0, \dots, q_{im} = 1 &: E_m \text{ の状態になった場合} \end{aligned} \quad (10)$$

$c_{mj}$ ,  $\zeta_j$  は、(9) 式を最大にする値として算定される。

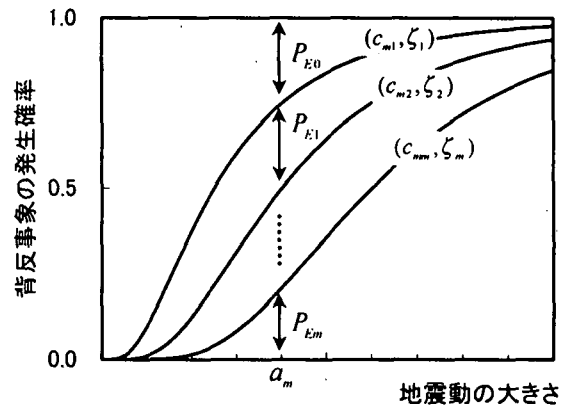


図-1 背反事象の発生確率

小破や大破など 2 項反応モデルとして個別に評価した場合、観測結果が得られている地震動領域以外は、想定した確率分布による外挿となる。この場合、外挿範囲では小破より大破の方が起きやすいという、実際にはありえない結果が生じる。これを回避するには、各損傷状態のばらつき、すなわち対数標準偏差を一律にとることが必要となり、損傷状態毎の SFC を一括して評価できる多項反応モデルが有効となる。この場合、(9) 式の  $\zeta_j$  を 1 つの  $\zeta$  として扱うことになる。

## 4. 多項反応モデルによる SFC の統計的推定

適用性の検討として、建設省建築研究所が公開している兵庫県南部地震での被害情報を使い、低層戸建住宅ならびに中高層建物の SFC を評価する。

### (1) 統計情報及び諸条件

建設省建築研究所が公開する情報は、神戸地区のおよそ 44 万 3 千棟の建物を対象に、その被害状況を町長目毎に整理したものである。被害状況は建物種別毎に無被害、小破、中破、大破の 4 段階に分類されている。建物種別は、用途別に独立住宅、集合住宅、商業・業務、工業・流通、その他 5 種類、さらに高さの分類として 2 階以下 (低層)、3 階以上 (中高層) の 2 段階に分類されている。本報では、これらの情報から低層の戸建住宅、ならびに中高層の集合住宅、商業・業務を対象に SFC の評価を行う。低層の戸建住宅は、RC 造や軽量鉄骨等も一部含まれるものと推察されるが、大半は木造住宅である。また中高層の集合住宅、商業・業務は、主に RC 造や鉄骨造を対象としており、マンション等を含む一般のビル建築等に相当する。

一方、SFC の評価には被害情報に加え、どの程度の大きさの地震動が作用したかが情報の一端として必要となる。本報では、建設省建築研究所の被害情報に対応した町丁目毎の地震動指標として文献 6) で推定された地表面最大加速度 (PGA) を使用する。

本検討で評価する SFC は振動被害を対象としていることから、液状化により被害を被ったと判断される情報は取り除く必要がある。そこで、浜田ら<sup>3)</sup>の報告を参照し、大規模な液状化が発生したと判断される地区の情報をすべて除外した。除外後の低層戸建住宅及び中高層建物の総棟数は、それぞれ 239,817 棟、21,130 棟となった。この結果、統計情報の PGA の上下限値は低層戸建住宅、中高層建物ともに 267Gal~757Gal となった。なお評価の際には、各 SFC の対数標準偏差を1つの値として扱っている。このことから最尤法により3つの中央値ととの計4つのパラメータを推定することになる。4つのパラメータは直接探索法により数値解析的に求めた。

## (2) 評価結果

推定された中央値、対数標準偏差を表-1に示す。また低層戸建住宅の SFC を図-2に示す。同図には比較検討のため2項反応モデルによる SFC の評価結果を示す。なお図中の破線は統計情報の PGA の上下限値である。2項反応モデルにより推定された中央値、対数標準偏差は表-2に示す。

図-2より、多項反応モデルにより評価された低層戸建住宅の SFC は、統計情報の地震動領域では、2項反応モデルによる評価結果に良く適合していることがわかる。なお中高層建物については、表-1、表-2からわかるように、中央値、対数標準偏差ともにはほぼ同値となった。また対数標準偏差に関しては、前記した既往の研究から推察される0.5~0.7程度の値となっており、本手法の適用性を示すことができる。

## 6. まとめ

本報では、複数の損傷状態を背反事象として扱い、多項反応モデルにより各損傷状態の SFC を一括し評価する方法を示した。この方法により、2項反応モデルを適用した場合に生じる、被害情報がない地震動領域において SFC が交差するという矛盾は回避される。

本報で示した多項反応モデルによる統計的評価手法は、背反事象が生起するような諸問題に適用できる。

## 参考文献

- 1) M. Shinozuka: Statistical Analysis of Fragility Curves, Proc. of Asian-Pacific Symp. on Structural Reliability and its Applications, pp.1-18, 1999.
- 2) 宮越淳一, 林康裕, 渡辺宏一: 1995年兵庫県南部地震の建物被害に基づく建物の耐震性能評価, 構造工学論文集, Vol.43B, pp.53-59, 1998.

表-1 多項反応モデルによる推定結果

建物	損傷	中央値	対数標準偏差
低層戸建住宅	小破以上	449	0.501
	中破以上	701	0.501
	大破	895	0.501
中高層住宅	小破以上	707	0.672
	中破以上	1128	0.672
	大破	1515	0.672

表-2 2項反応モデルによる推定結果

建物	損傷	中央値	対数標準偏差
低層戸建住宅	小破以上	450	0.538
	中破以上	675	0.445
	大破	861	0.467
中高層住宅	小破以上	707	0.672
	中破以上	1135	0.679
	大破	1526	0.677

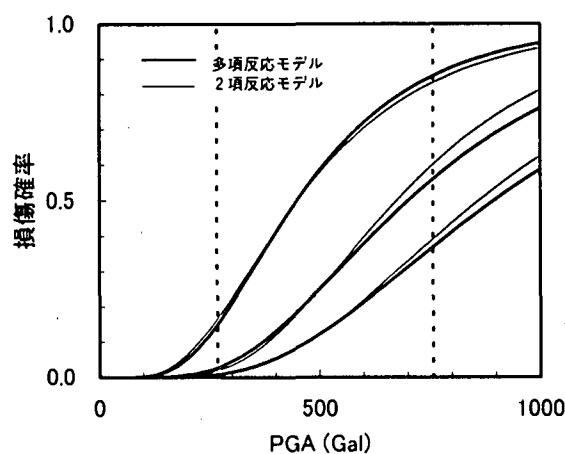


図-2 低層戸建住宅の SFC

- 3) 山口直也, 山崎文雄: 1995年兵庫県南部地震の建物被害率による地震動分布の推定, 土木学会論文集, No.612/I-46, pp.325-336, 1999.
- 4) 中村孝明, 水谷守: 地震時損傷確率の統計的評価手法に関する一提案, 土木学会第51回年次学術講演概要集, I-A, pp.938-939, 1996.
- 5) 建設省建築研究所:平成7年度兵庫県南部地震被害調査最終報告, 第1編中間報告書以降の調査分析結果, 1996.
- 6) 中村孝明, 長沼敏彦, 静間俊郎, 篠塚正宣: 統計解析による道路橋脚の地震時損傷確率に関する研究, 第10回日本地震工学シンポジウム論文集, Vol.3, pp3165-3170, 1998.
- 7) Hamada M., Isoyama R., Wakamatsu K.: The 1995 Hyogoken Nanbu (Kobe) Earthquake Liquefaction, Ground Displacement and Soil Condition in Hanshin Area, Waseda University, 1995.