相関を考慮した広域的地震リスク評価に関する基礎的研究

静間俊郎[1]，中村孝明[2]

[1]正会員 工修 株式会社篠塚研究所（〒160-0023 新宿区西新宿4-5-1 幸伸ビル新宿）
[2]正会員 博士（工学） 株式会社篠塚研究所（〒160-0023 新宿区西新宿4-5-1 幸伸ビル新宿）

地震による建物被害の発生には確率・統計的な相関があると考えられるが，自治体が実施している地震被害想定，あるいは保険情報としての広域地震リスク評価では，被害の独立を前提に行われ，相関については考慮されていない．そこで，建物被害の相関を考慮した広域地震リスク評価手法の整備，ならびに相関の程度について明らかにする必要があると考え，本報では，便宜的に相関を考慮できる地震リスク評価モデルを示すと共に，適用性の検討を行った．その結果，広域地震リスク評価の問題点として，損害の期待値は相関の如何に影響しないものの相関の大きさと共に，被害予測結果の変動成分は増加し，相関係数が0.5 になると被害予測結果が不定となることが分かった．

Key Words : *Estimation of Earthquake Disaster , Regional Seismic Risk Assessment , Expected Loss , Correlation of Building Damage*

1．はじめに

都市域を大地震が襲うと様々な被害が同時発生し，これらが複合的に影響し合い，物的損失や人命の喪失に加えて計り知れない経済的損失をもたらす．しかし，大地震は稀な事象であり，防災対策に必要な情報や経験が不足するという低頻度重大事象としての悪面を持つ．このため，紙面上とはいえ数値解析的に大地震を経験できる地震被害想定，いわゆる地震リスク評価は，防災計画の立案に極めて有益である．兵庫県南部地震以降特に，地方自治体や各種公益団体あるいは一般企業においても，防災対策の重要性の認識と共に地震リスク評価に基づく効率的な対策の具現化が検討されている．一方，損害保険業は，相関のない多数の事故・災害物件を扱う，いわゆる大数原理に基づいて成立している．ところが，地震被害は同時多発するため大数原理の枠組みから外れ，一時期に膨大な保険金額を支払う可能性がある．このため，契約物件が特定の地域に集中している場合は特に，再保険や証券化等で実質上のリスク回避を行い，保険料の収支面での安定化を図る必要がある．広域的な地震リスクは保険業にとって不可欠な情報であると共に，評価精度についても十分な検討が為される必要がある．

地震被害は，確定的に定められない事象，すなわち蓋然事象の積み重ねによって起こると考えられ，被害予測は一貫して確率論的アプローチが採られている．このため，被害の発生には確率・統計的な相関があると考えることができる．ところが，広域的地震リスク評価では，被害の独立を前提に行われており，被害の相関については考慮されておらず，その程度についても研究された例は殆どない．そこで，被害の相関の程度如何によっては同評価結果は影響を与えることが予想されることを考えると，相関を考慮した広域地震リスク評価手法の整備，ならびに相関の程度について明らかにする必要がある．

本研究は，広域地震リスク評価において，被害の相関を考慮したリスク評価手法の構築と共に相関の程度を明らかにすることを目的としている．ここでは特に，相関を便宜的に考慮できるリスク評価モデルを示し，広域地震リスク評価の問題点を明らかにする．

2．リスクの定義と損傷確率

（1）リスクの定義と評価

リスクは一般に，損益や損失を生じる可能性の大きさ，すなわち発生確率を言う場合もあれば，事故や災

害の事象そのものを示す場合もある．分野によって捉え方は様々であるが，本報では，損害の期待値をリスクとして定義する．この場合，リスク R は以下のように定量化される．

$$R = P(D \mid \alpha) \cdot C(D) \tag{1}$$

ここに，$P(D \mid \alpha)$ は地震動 α を条件とした被害 D の発生確率，$C(D)$ は被害 D による損害の大きさである．この式では，被害の可能性が高いほど，損害が大きいほど，リスクは大きいと表現される．また，広域的な地震リスクは，個別建物のリスクの総和として求められ，建物の被害形態（例えば軽微，中破，大破等）を考慮すれば，次のように表現できる．

$$R = \sum_i \sum_j P_i(D_j \mid \alpha) \cdot C_i(D_j) \tag{2}$$

ここに，添字 i,j は建物ならびに被害形態を意味する．一方，損害 C については物的な損害，機能低下に伴う損害，波及被害に伴う損害，人的被害等に分けられる[1]ものの，人や立場によって異なる性質のものである．また，損害額で一律に示されるのが一般的であるが，人命の貨幣価値換算は難しいとされる．建物の被害棟数や人命の推定に主眼が置かれる地震被害想定[2),3)]では，損害 C を建物棟数に置き換え，また，人命については，過去の被災事例に基づく経験式によって建物の被害棟数から一義的に算定するのが一般的である．

（2）損傷確率の評価

建物被害の発生確率（以下，損傷確率）の評価では，統計的な方法ならびに解析的な方法を利用することができる．解析的な方法では，モデル化や計算方法の精度が問題となるものの物理モデルに基づいた推定であることから汎用的であり，広く使われている．解析的な方法の基本的な考え方[4)]は，損傷とは応答が構造物の耐力を超過する状態であるという解釈に基づき，図-1 に示すように応答や耐力の推定誤差やばらつきを考慮し，確率密度関数で近似することにより損傷確率を求める．具体的には，構造物の応答および耐力を地震動の大きさで記述し，これを確率変数 A,C と置く．損傷確率 P_f は応答が耐力を越える確率として，次のように表現できる．

$$\begin{aligned} P_f &= P_f(C < A) = P_f(C/A < 1.0) \\ &= P_f(C - A < 0) \end{aligned} \tag{3}$$

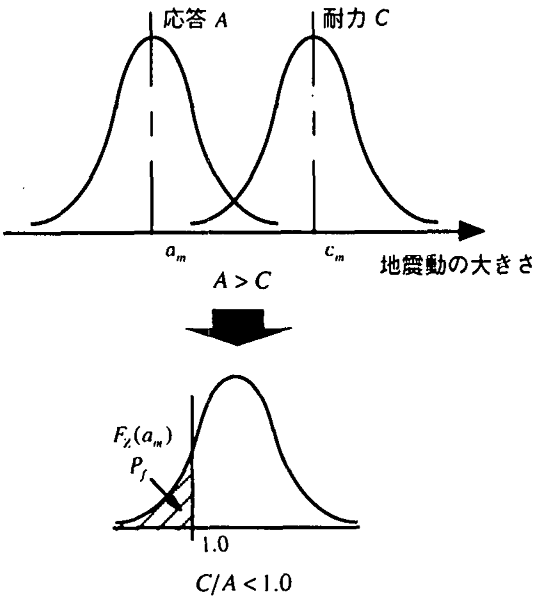

図-1　確率密度関数と損傷確率

耐力や応答は，対数正規分布で近似されることが一般的で，ここでは A,C 共に同分布と仮定する．これにより，C を A で除したものも対数正規分布として表現することができ，これを X と置くと，X の確率密度は以下のようになる．

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta x} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\zeta}\right)^2\right] \tag{4}$$

ここに，λ, ζ はパラメータで，次式で表される．

$$\lambda = \ln c_m - \ln a_m \,,\ \zeta = \sqrt{\zeta_C^2 + \zeta_A^2} \tag{5}$$

a_m, c_m は，地震動の大きさで記述した応答および耐力の中央値，ζ_A, ζ_C は対数標準偏差をそれぞれ表す．損傷確率は，(3) 式に従い (4) 式の被積分関数 X を $0 \sim 1.0$ まで積分することで求めることができる．ここで，被積分関数を $z = a_m \cdot x$ と置くと積分範囲は $0 \sim a_m$ となり，次のように表現される．

$$F_Z(a_m) = \int_0^{a_m} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta z} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln z - \ln c_m}{\zeta}\right)^2\right] dz \tag{6}$$

(6) 式は，様々な応答すなわち地震動が与えられ際の条件付きの損傷確率を与える．ここで，横軸に地震動の大きさ，縦軸に損傷確率を取ると地震動に対応した

損傷確率を与える Seismic Fragility Curve（SFC）を求めることができる．応答と耐力の確率分布パラメータは計 4 つであるが，SFC を求めるには地震動の中央値以外は既知として与えなければならない．

3．地震被害の相関モデル

地震被害の相関を考慮した地震リスク評価手法としては，地震 PSA（Probabilistic Safety Assessment）手法に基づく，原子炉の炉心損傷事故の発生頻度を評価する M. P. Bohn ら[5]，渡辺ら[6]の研究がある．文献 5）では，事故シーケンスを引き起こす機器損傷の組み合わせをイベントツリーやフォルトツリーからMCS（Minimal Cut Set）で表わし，MCS が発生する確率を機器間の応答と耐力の相関係数から求められる共分散マトリクスを用い，多次元正規分布の重積分によって算出している．一方，渡辺らはモンテカルロ法を用い，機器応答や耐力の相関を考慮したシステムの機能喪失確率への影響を評価している．これらの研究は，原子炉の炉心損傷事故の発生に着目しており，様々な被害の様相を持つ広域地震リスク評価には，膨大な計算を要する都合上不向きと考える．そこで，便宜的に被害の相関を考慮できる数値解析モデルを用いることとし，以下にその方法を示す．

（1）被害相関の考え方と相関係数

地震に伴う建物被害の相関は，地震動評価の相関，解析モデルの相関，さらに材料や施工精度，建物の個体差等による耐震強度の相関も考えることができる．しかし，これら不確定性を明分化した研究はなく，それぞれの相関の度合いを明確にすることは現状困難である．そこで，地震動評価ならびに応答解析モデルには高い相関があり，耐震強度の相関は小さいと考え，便宜上前者を完全相関，後者を独立と仮定する．そして，前者を応答 A に，後者を耐力 C にそれぞれ集約できるものと仮定する．

この考え方に基づくと、2 つの建物の被害事象の相関係数は、以下の展開によって求めることができる。建物の耐力を C_i，応答を A_i として正規分布に従うものとする．(3) 式に従って性能関数は次のように表現できる．

$$F_i = C_i - A_i \quad (i = 1 \sim 2) \tag{7}$$

ここで，2 つの建物の損傷に関する共分散は，C_1 と C_2 ならびに C_i と A_i は独立であるので，次式で表すことができる．

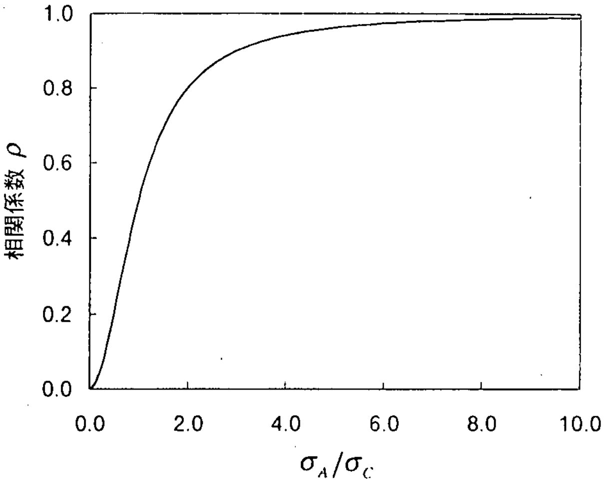

図 -2　応答ならびに耐力のばらつきと相関係数の関係

$$\begin{aligned} Cov(F_1, F_2) &= E(A_1 A_2) - E(A_1)\cdot E(A_2) \\ &= Cov(A_1, A_2) \end{aligned} \tag{8}$$

さらに，応答 A について完全相関を仮定していることから (8) 式より

$$Cov(F_1, F_2) = \sigma_{A1}\cdot\sigma_{A2} \tag{9}$$

となる．ここに，σ_{Ai} は 2 つの建物の応答の標準偏差である．また，F_i の標準偏差は応答ならびに耐力の標準偏差 σ_{Ai}, σ_{Ci} を用いて

$$\sigma_{Fi} = \sqrt{\sigma_{Ci}^2 + \sigma_{Ai}^2} \quad (i = 1 \sim 2) \tag{10}$$

となる．2 つの建物の損傷の相関係数 ρ_{12} は (9) 式と σ_{Fi} を用いて，以下のようになる．

$$\rho_{12} = \frac{\sigma_{A1}\cdot\sigma_{A2}}{\sigma_{F1}\cdot\sigma_{F2}} \tag{11}$$

(11) 式は文献 5）の機器損傷の相関係数の評価式と一致している．σ_{Ci} と σ_{Ai} を各々同値 ($\sigma_{Ci} = \sigma_C, \sigma_{Ai} = \sigma_A$) として，$\sigma_A/\sigma_C$ を変化させた場合の相関係数を図 -2 に例示する．σ_A が相対的に大きい場合，相関係数は 1.0 に漸近し，逆の場合は 0.0 に漸近する．一方，耐力 C_i ならびに応答 A_i が対数正規分布の場合，対数標準偏差 ζ と平均値 μ および標準偏差 σ との $\zeta \cong \sigma/\mu$ なる関係と（10）式を用いることで（11）式は，次のようになる．

$$\rho_{12} = \frac{\mu_{A1}\cdot\mu_{A2}\cdot\zeta_{A1}\cdot\zeta_{A2}}{\sqrt{\mu_{C1}^2\cdot\zeta_{C1}^2+\mu_{A1}^2\cdot\zeta_{A1}^2}\cdot\sqrt{\mu_{C2}^2\cdot\zeta_{C2}^2+\mu_{A2}^2\cdot\zeta_{A2}^2}} \tag{12}$$

ここに，μ_{Ai},μ_{Ci} は応答および耐力の平均値であり，ζ_{Ai},ζ_{Ci} はそれに対応する対数標準偏差である．

（2）相関を考慮したリスク評価モデル

相関を考慮した評価モデルの説明に際し，2 つの建物を対象にどちらも被害を受けない状態確率を求める問題を考える．ここでは，建物に作用する地震動による応答 $A_i(z)$ は一定とする．

図 -3 に示すように，任意の z に対し，耐力が z 以下となる確率は次式のように表せる．

$$P_i = \int_0^z C_i(\sigma)d\sigma \quad (i = 1\sim 2) \tag{13}$$

(13) 式は z を条件とした確率である．この時，2 つの建物双方が健全な場合の条件付確率は

$$P\left(\overline{E_1 \cup E_2} \mid z\right) = (1-P_1)(1-P_2) = \left(1-\int_0^z C_1(\sigma)d\sigma\right)\left(1-\int_0^z C_2(\sigma)d\sigma\right) \tag{14}$$

となる．ここに，E_1, E_2 は1 番目，2 番目の建物が被害を受けるという事象を表わしている．さらに，(14) 式に $0<z<\infty$ の範囲における応答 $A(z)$ の積分を実行することにより，建物双方が被害を受けない確率は以下のように求めることができる．

$$P\left(\overline{E_1 \cup E_2}\right) = \int_0^\infty A(z)\left(1-\int_0^z C_1(\sigma)d\sigma\right)\cdot\left(1-\int_0^z C_2(\sigma)d\sigma\right)dz \tag{15}$$

上式を一般式（多数の建物）に拡張すると次式で表わされる．

$$P\left(\overline{E_1 \cup E_2 \cup \cdots \cup E_n}\right) = \int_0^\infty A(z)\prod_{i=1}^{n}\left(1-\int_0^z C_i(\sigma)d\sigma\right)dz \tag{16}$$

ここに，n は対象とする建物の総数である．また，1 番目の建物だけが被害を受ける確率は次のようになる．

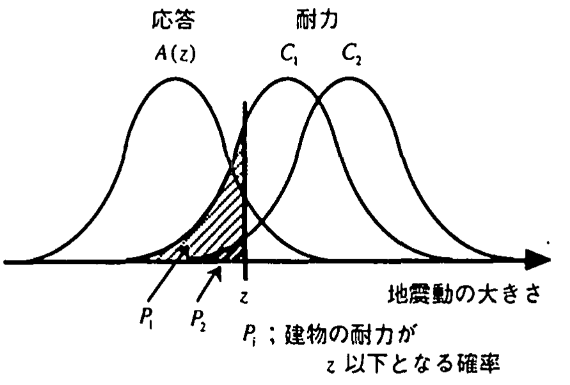

図 -3　応答が同一で耐力が異なる 2 つの要素のの確率分布

$$P(E_1) = \int_0^\infty A(z)\int_0^z C_1(\sigma)d\sigma\cdot\prod_{i=2}^{n}\left(1-\int_0^z C_i(\sigma)d\sigma\right)dz \tag{17}$$

1 番目と2 番目の建物だけが被害を受ける確率は以下となる．

$$P(E_1 \cap E_2) = \int_0^\infty A(z)\int_0^z C_1(\sigma)\cdot C_2(\sigma)d\sigma \cdot\prod_{i=3}^{n}\left(1-\int_0^z C_i(\sigma)d\sigma\right)dz \tag{18}$$

さらに，全建物が被害を受ける確率は

$$P(E_1 \cap E_2 \cap \cdots \cap E_n) = \int_0^\infty A(z)\prod_{i=1}^{n}\int_0^z C_i(\sigma)d\sigma\, dz \tag{19}$$

である．

一方，地震リスク評価は，様々な被害の状態を考える都合上，背反多事象の生起確率評価問題として扱わなければならない．このため，(16) ～(19) 式に加え，多くの被害状態に対応した積分式を計算しなければならない．

4．数値シミュレーション

相関を考慮したリスク評価モデルを使い，100 棟の建物を対象とした被害棟数とその確率分布について評価する．本シミュレーションでは，建物の耐力のばらつき（対数標準偏差）は全て同じ値で，統合された応答と耐力の対数標準偏差（(5) 式参照）は $\zeta = 0.4$ としている．建物に作用する地震動ならびに応答は，全ての建物 に対し同じとする．また，建物毎の被害形態については被害を受けるか，否かの 2 値とする．

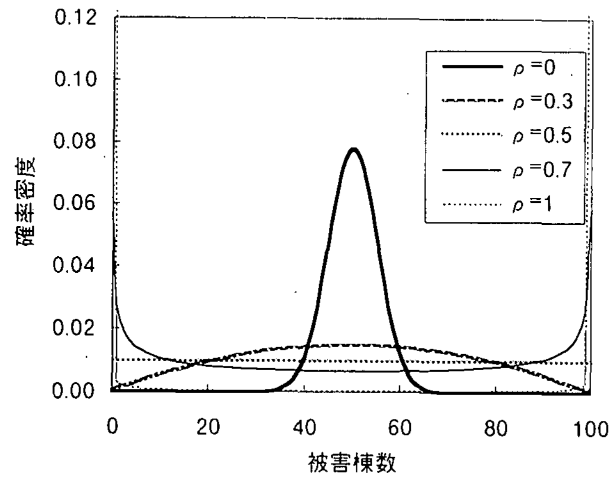

図 -4　相関係数の違いによる被害棟数の確率分布の比較
（全建物の耐力は同じ，1 棟当たりの損傷確率は 0.5）

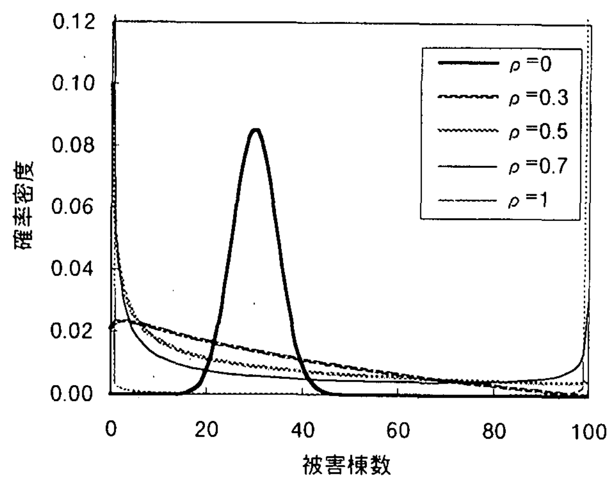

図 -5　相関係数の違いによる被害棟数の確率分布の比較
（全建物の耐力は同じ，1 棟当たりの損傷確率は 0.3）

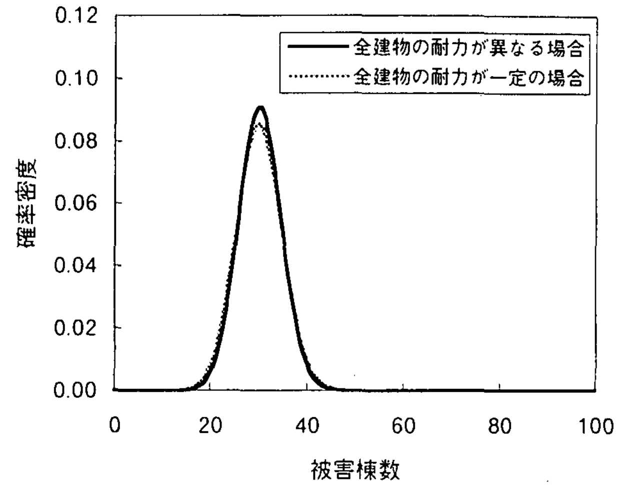

図 -6 建物の耐力の違いによる被害棟数の確率分布の比較
（ρ=0 の場合）

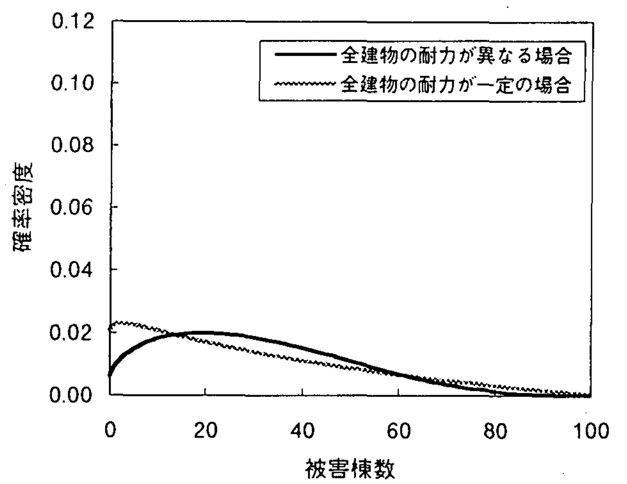

図 -7 建物の耐力の違いによる被害棟数の確率分布の比較
（ρ=0.3 の場合）

（1）建物の耐力が同じ場合

全ての建物の耐力が同じで 1 棟当たりの損傷確率が 0.5 となる場合について，被害棟数の確率分布を図 -4 に示す．同図は、相関係数の違いによる確率分布の違いを比較している。被害の独立（$\rho=0$）を仮定した場合は 2 項分布となるが，相関を考慮することで分布形は凸から平坦になり，$\rho=0.5$ になると分布は一様となる．さらに相関が高くなると分布は左右端に集中し，完全相関の場合は無被害か 100 棟全て被害を受けるかの 2 値となる．これら分布の期待値は常に 50 棟となるものの，相関の違いによる変動成分への影響は大きい。図 -5 は 1 棟当たりの損傷確率が 0.3 となる場合について示している．図 -4 と同様に被害の独立を仮定した場合は 2 項分布となるが，相関が大きくなるに従い分布形は平坦になり，さらに左右端に集中していく．

（2）建物の耐力が異なる場合

建物耐力の固有性を考慮した評価を行う．その際，建物の損傷確率は0.1から0.6の間で変化させ，平均的には0.3となるように耐力に差を設けた．図 -6に完全独立の条件の下、耐力を一定とした場合と変化させた場合を比較して示す．同図より，期待値は共に30棟であるが，耐力に差を設けた方が凸形状になっている．これは期待値が同じ（$\sum P(E_i)$）条件で複数の和事象の確率を考えた場合（$P(E_1) \cup P(E_2) \cup \cdots \cup P(E_n)$），各事象の確率（$P(E_i), i=1 \sim n$）が一定の場合が最小の確率を与えることを反映した結果である．図 -7に相

関係数 $\rho=0.3$ の場合について，同様の比較を行う．耐力に差異を設けた方が凸形状となる傾向は同じである．ここで，耐力に差を設けると相関係数は定まらないが（(12) 式参照），便宜上平均で 0.3 になるよう設定した．

5．まとめ

建物の応答を完全相関，耐力を独立と仮定することで，地震被害の相関を考慮できる数値解析モデルを示し，その適用性の検討として 100 棟の建物を対象に，被害棟数の確率分布の評価を行った．その結果以下のような結論を得ることができた．

1）被害棟数の期待値は相関に依存しないものの，分布の変動成分は相関に強く影響を受ける．

2）相関の高さと共に，確率分布形は凸から平坦になり，完全相関では無被害か全てが被害を受けるかの2値となる．

3）相関係数 $\rho=0.5$ となると，確率分布はほぼ一様となり，被害想定における最頻値を得ることは難しい．

一方，ここ数年，米国で発祥した保険情報の一つである地震 PML（Probable Maximum Loss，予想最大損失額）は，金融商品としての不動産格付け，性能設計における耐震性能表示など，保険情報としての域を脱し，建物の地震危険度を示す情報の一つとして使われつつある．PML は，対象施設あるいは対象地域に対し最大の損失をもたらす最悪の地震が発生し，その場合の90 %信頼性水準に相当する損害額，すなわち予想される損害額の 90 %非超過値に相当する値を意味する．90 %を採るが故に，PML は評価結果のばらつきを反映し，ばらつきの大きさと共にその値は大きくなる．結論1）でも述べたように，被害の相関の高さと共に変動成分が大きくなる事実は，PML に顕著に影響することになる．また，完全独立を仮定した被害想定あるいは地震リスク評価は，最も安全な PML を評価していること他ならない．PML の評価あるいは利用に当たっては，相関の意味ならびに影響を十分考慮することが重要である．

今後の課題としては，地震動の広域分布を考慮した実用的なモデルの構築，ならびに地震被害の相関の程度を明らかにしていくことである．

参考文献

1）中村孝明：災害に伴う個人の損害価値，土木学会安全問題討論会 '97 論文集，pp.89-94，1997.

2）三重県：三重県地域防災計画被害想定調査報告書ー手法解説編ー，三重県環境安全部消防防災課，P.124，1997.

3）宮崎県：宮崎県地震被害想定調査報告書，P.345，1997.

4）Freudenthal, A.M., J.M., Garreit, and M., Shinozuka : The Analysis of Structural Safety., J. of Struct. Div., ASCE, Vol. 92, No. ST1, pp.267 - 325, 1966.

5）M.P. Bohn, et al., : Application of the SSMRP Methodology to Seismic Risk at the Zion Nuclear Power Plant., NUREG/CR-3428,1984.

6）渡辺裕一ら：地震 PSA における相関性の考慮へのモンテカルロ法の適用（1），日本原子力学会 1997 春の年会概要集，第Ⅱ分冊，pp.418，1997.