

# 構造力学公式集目次

序

まえがき

座標と記号



1. 力と変形	1
1.1 力とモーメント	1
1.1.1 力とモーメント	1
1.1.2 力の合成と分解	1
1.1.3 力のつり合い	3
1.1.4 外力と内力, 断面力	3
1.2 応力とつり合い式	4
1.2.1 応力	4
1.2.2 コーシー (Cauchy) の公式	5
1.2.3 つり合い式	5
1.2.4 座標変換に伴う応力の変換	6
1.2.5 主応力, 偏差応力, 八面体応力, 相当応力, 応力楕円体	7
1.2.6 モール (Mohr) の応力円	9
1.3 変位とひずみ	11
1.3.1 運動と変位	11
1.3.2 変形と変形勾配	11
1.3.3 ひずみ	12
1.3.4 回転	13
1.3.5 平面ひずみ状態	14
1.3.6 主ひずみ, 偏差ひずみ, 八面体 せん断ひずみ, 相当ひずみ	14
1.3.7 Mohr のひずみ円とひずみロゼット	16
1.3.8 適合条件	16
1.4 構成式	17
1.4.1 式と用語の定義	17
1.4.2 構成関係のモデル化	20
1.4.3 弾性体	21
1.4.4 線形粘弾性体	22

1.4.5 弾塑性体	24
1.5 境界値問題	27
1.5.1 弾性問題の基礎方程式	27
1.5.2 粘弾性問題の基礎方程式	28
1.5.3 弾塑性問題の基礎式	28
1.5.4 有限要素法	28
1.6 仕事とエネルギーに関する諸定理	30
1.6.1 仕事とエネルギー	30
1.6.2 エネルギーに関する諸定理	33
1.6.3 カスティリアノ (Castigliano) の定理	35
1.6.4 最小仕事の原理	36
1.6.5 剛性影響係数と撓性影響係数	36
1.6.6 相反作用の定理	36
1.6.7 エネルギー原理の一般化	38
1.6.8 ハミルトン (Hamilton) の原理	38
1.6.9 仮想仕事の原理	39



2. 部材の性質	43
2.1 断面定数	43
2.1.1 図化と断面一次モーメント	43
2.1.2 断面二次モーメント, 断面相乗 モーメント, 断面二次半径, 断面係数	43
2.1.3 断面二次極モーメント, 二次極半径	45
2.1.4 座標軸の移動と回転慣性楕円	45
2.1.5 単純ねじりに関する断面の定数	47
2.1.6 せん断中心	47
2.1.7 曲げねじり定数	47
2.1.8 塑性断面係数, 形状係数	49
2.1.9 塑性ねじり断面係数	50
2.2 圧縮および引張部材	51
2.2.1 等断面部材の応力と変形	51
2.2.2 変断面部材の応力と変形	52
2.2.3 組み合わせ材	53
2.2.4 トラスの弾塑性部材力	54

2.2.5 長柱と曲げ座屈..... 54

2.3 曲げ部材..... 55

2.3.1 基本事項..... 55

2.3.2 真直ばりの単純曲げによる応力..... 55

2.3.3 真直ばりの曲げモーメントと軸力  
による応力..... 56

2.3.4 曲げによるせん断応力..... 56

2.3.5 曲げによる主応力..... 58

2.3.6 合成断面部材の応力..... 59

2.3.7 せん断遅れと有効幅..... 59

2.3.8 曲りばりの応力..... 61

2.3.9 はりのたわみ..... 61

2.3.10 軸力を受けるはりの塑性相関曲線..... 63

2.3.11 二軸曲げを受けるはりの完全塑性  
相関曲線..... 64

2.3.12 せん断と曲げの組み合わせを受ける  
はりの塑性相関曲線..... 65

2.4 ねじり部材..... 65

2.4.1 基本事項..... 65

2.4.2 円形断面部材の単純ねじり..... 66

2.4.3 任意断面部材の単純ねじり..... 66

2.4.4 薄膜相似..... 67

2.4.5 薄肉断面部材の単純ねじり..... 67

2.4.6 薄肉断面部材の非対称曲げ..... 68

2.4.7 そり拘束を受ける薄肉断面部材の  
ねじり..... 69

2.4.8 ねじり部材の降伏条件..... 69

▷ 3 ◁

3. 骨組構造解析..... 73

3.1 構造の分類..... 73

3.1.1 構造の種類..... 73

3.1.2 支点条件..... 73

3.1.3 安定・不安定と静定・不静定..... 74

3.2 構造解析の原理..... 75

3.2.1 構造解の基本式..... 75

3.2.2 応力法と変位法..... 75

3.2.3 線形弾性問題..... 76

3.2.4 非線形問題..... 76

3.2.5 弾性安定問題..... 77

3.3 線形弾性解析法..... 78

3.3.1 エネルギー法..... 78

3.3.2 三連モーメント法と四連モーメント法... 81

3.3.3 たわみ角法..... 83

3.3.4 モーメント分配法..... 85

3.3.5 マトリックス構造解析法..... 86

3.3.6 影 響 線..... 93

3.4 線形座屈解析法..... 93

3.4.1 線形座屈解析..... 93

3.4.2 エネルギー法..... 94

3.4.3 三連・四連モーメント法とたわみ角法... 95

3.4.4 マトリックス構造解析法..... 97

3.5 塑性解析法..... 98

3.5.1 塑性解析の基本条件..... 99

3.5.2 塑性解析の基本定理.....100

3.5.3 平衡法と崩壊機構法.....101

3.5.4 線形計画法 (LP) による計算.....103

3.5.5 組み合わせ応力を受ける塑性解析法.....105

3.6 自由振動解析法.....106

3.6.1 エネルギー法.....106

3.6.2 マトリックス構造解析法.....107

▷ 4 ◁

4. 柱.....111

4.1 基本事項.....111

4.2 軸圧縮を受ける柱の曲げ座屈.....111

4.2.1 基本公式.....111

4.2.2 等断面柱の座屈係数.....113

4.2.3 変断面柱の曲げ座屈強度.....113

4.3 偏心軸圧縮を受ける柱の曲げ座屈.....113

4.3.1 偏心軸圧縮を受ける柱 (図 4.1).....113

4.3.2 初期たわみを有する柱 (図 4.2).....114

4.4 横方向に弾性支持された柱の曲げ座屈.....114

4.4.1 弾性ばねで支持された柱 (図 4.3).....114

4.4.2 弾性支承上の柱 (図 4.4).....115

4.4.3 弾性ばねおよび弾性支承に働く力.....116

4.5 中間荷重のある柱の曲げ座屈.....117

4.5.1 中間荷重を受ける等断面柱.....117

4.5.2 中間荷重を受ける変断面柱.....119

4.6 軸圧縮を受ける薄肉断面部材の曲げ	
ねじり座屈	120
4.6.1 二軸対称断面柱	120
4.6.2 一軸対称断面柱	120
4.6.3 非対称断面柱	121
4.6.4 連続的に弾性支持された柱の曲げ	
ねじり座屈	121
4.6.5 偏心軸圧縮を受ける柱の曲げ	
ねじり座屈	122
4.7 非弾性座屈	123
4.8 残留応力の影響	123
4.8.1 残留応力	123
4.8.2 曲げ座屈	124
4.8.3 ねじりおよび曲げとねじりの連成座屈	125
▷ 5 ◁	
5. はり	127
5.1 基本事項	127
5.2 単径間ばり	129
5.2.1 片持ばり	129
5.2.2 単純支持ばり	132
5.2.3 一端固定他端単純支持ばり	132
5.2.4 両端固定ばり	132
5.2.5 張出しばり	132
5.2.6 影響線	158
5.3 連続ばり	159
5.3.1 等断面連続ばりの基本式	159
5.3.2 等断面連続ばりの影響値	159
5.3.3 変断面連続ばりの基本式	160
5.3.4 変断面連続ばりの影響値	166
5.4 弾性支承上のはり	167
5.4.1 弾性沈下支承上ばり	167
5.4.2 弾性沈下回転支承上ばり	169
5.4.3 格子桁への応用	170
5.5 弾性床上のはり	173
5.5.1 基本式	173
5.5.2 有限長のはり	174
5.5.3 無限・半無限長のはり	177
5.6 軸力を受けるはり	180

5.6.1 軸力を受ける単径間ばり	180
5.6.2 軸力を受ける連続ばり	184
5.6.3 軸力を受けるばね支承上のはり	186
5.7 ねじりを受けるはり	188
5.7.1 ねじりを受ける直線ばり	188
5.7.2 ねじりを受ける曲りばり	194
5.8 特殊なはり	205
5.8.1 合成ばり	205
5.8.2 鋼-コンクリート合成 ハイブリットばり	207
5.8.3 有孔ばり	208
5.8.4 深いはり	209
5.8.5 変断面ばり	210
5.8.6 変断面単純ばり	211
5.9 横座屈	212
5.9.1 二軸対称 I 形ばりの弾性横座屈	212
5.9.2 一軸対称 I 形ばりの弾性横座屈	215
5.10 塑性崩壊荷重	215
5.11 振動	217
5.11.1 棒の縦振動	217
5.11.2 丸棒のねじり振動	217
5.11.3 はりのせん断振動	217
5.11.4 はりの曲げ振動	218
5.11.5 連続ばり	220
5.11.6 はりの曲げねじり振動	220

## ▷ 6 ◁

6. トラス	223
6.1 基本事項	223
6.2 部材力の影響線	223
6.3 トラスの弾性変形	223
6.3.1 仮想仕事の原理によるトラスの 弾性変形の計算法	223
6.4 トラスの二次応力	232
6.5 トラスの座屈	232
6.5.1 トラスの面内弾性座屈	232

6.5.2	トラスの圧縮材の座屈	233
6.5.3	ポニートラスの上弦材の横方向座屈	234
6.6	振動	235

## ▷ 7 ◁

7.	アーチ	237
7.1	基本事項	237
7.2	3ヒンジアーチ	237
7.2.1	ソリッドリブアーチ	237
7.2.2	プレストリブアーチ (トラスアーチ)	240
7.2.3	スパンドレルプレストアーチ	240
7.3	2ヒンジアーチ	242
7.3.1	ソリッドリブアーチ	242
7.3.2	プレストリブアーチ	246
7.3.3	スパンドレルプレストアーチ (図 7.6) (プレストスパンドレル アーチ)	248
7.3.4	たわみ理論	248
7.4	固定アーチ	249
7.4.1	ソリッドリブアーチ	249
7.4.2	プレストリブアーチ (図 7.9)	254
7.5	補剛アーチ	256
7.6	バランストアーチ	257
7.7	座屈	259
7.7.1	面内座屈	259
7.7.2	面外座屈	263
7.8	振動	269
7.8.1	2ヒンジアーチ	269
7.8.2	固定アーチ	270
7.8.3	補剛アーチ	270

## ▷ 8 ◁

8.	ラーメン	273
8.1	基本事項	273

8.2	門形ラーメン	273
8.2.1	2ヒンジ門形ラーメン	273
8.2.2	固定門形ラーメン	277
8.3	$\pi$ 形ラーメン	281
8.3.1	節点移動のないラーメン	281
8.3.2	節点移動のあるラーメン	283
8.4	箱形ラーメン	285
8.4.1	単箱ラーメン	285
8.4.2	2箱ラーメン	286
8.5	座屈	288
8.5.1	2ヒンジ門形ラーメン	288
8.5.2	固定門形ラーメン	288
8.5.3	$\pi$ 形ラーメン (柱下端ヒンジ)	289
8.6	塑性崩壊荷重	289
8.6.1	2ヒンジ門形ラーメン	289
8.6.2	固定門形ラーメン	290
8.7	振動	291

## ▷ 9 ◁

9.	ケーブル構造	293
9.1	単一ケーブル	293
9.1.1	基礎方程式と一般解	293
9.1.2	カタナリー・ケーブル	293
9.1.3	放物線ケーブル	294
9.1.4	折線ケーブル	296
9.2	吊橋	297
9.2.1	基礎理論	297
9.2.2	影響線解法	299
9.2.3	3径間吊橋の弾性理論計算	301
9.3	ケーブル構造	304
9.3.1	構造特性	304
9.3.2	変位法の展開	304
9.3.3	応力法の展開	306
9.3.4	繰り返し計算	307
9.3.5	形状決定	307
9.4	吊橋の固有振動	309
9.4.1	鉛直たわみ振動	309

9.4.2	ねじり振動	310
9.4.3	横たわみ振動(対称形)	311

## ▷ 10 ◁

10.	平 板	313
10.1	基本事項	313
10.2	曲げに関する基礎式	313
10.2.1	直交直線座標による表示	313
10.2.2	極座標による表示	315
10.2.3	斜交座標による表示	316
10.2.4	基本解	317
10.2.5	差分法による解析	318
10.2.6	エネルギー原理による解析	319
10.2.7	有限要素法による解析	320
10.3	薄板の有限変位理論	321
10.3.1	カルマン (Kármán) の式	321
10.3.2	マルゲーレ (Marguerre) の式	321
10.4	中等厚板理論	321
10.4.1	ライスナー (Reissner) 理論	321
10.4.2	ミンドリッ (Mindlin) 理論	322
10.5	等方性板	323
10.5.1	円 板	323
10.5.2	長方形板	328
10.5.3	弾性基礎上の平板	346
10.5.4	崩壊荷重と崩壊機構	349
10.6	直交異方性板	357
10.6.1	長方形板	357
10.7	座 屈	365
10.8	振 動	371

## ▷ 11 ◁

11.	シ ェ ル	377
11.1	基本事項	377
11.1.1	回転体シェルの応力・変形	377
11.1.2	つり合い方程式	378
11.1.3	適合条件式	378
11.1.4	基本方程式	378

11.1.5	シェルにおける膜応力状態	379
11.1.6	基本方程式の解法	379
11.1.7	長いシェルと短いシェル	382

11.2	回転体シェルの膜応力・変形状態	383
11.2.1	円筒シェル	383
11.2.2	球形シェル	384
11.2.3	球形セグメント(開いた場合)	385
11.2.4	球形セグメント(閉じた場合)	386
11.2.5	円錐シェル	386
11.2.6	円錐セグメント(開いた場合)	387
11.2.7	円錐セグメント(閉じた場合)	388

11.3	回転体シェルの曲げ応力・変形状態	389
11.3.1	長い円筒シェル	389
11.3.2	短い円筒シェル	390
11.3.3	円筒タンクの断面力	395
11.3.4	球形シェル	396
11.3.5	円錐シェル	397

11.4	シェルの接合問題	398
11.4.1	円筒シェルとリングプレートとの接合問題(図 11.7)	398
11.4.2	円筒シェルと弾性バンドの接合問題(図 11.11)	398
11.4.3	円筒シェルとリングの接合問題	399
11.4.4	板厚が異なる場合(図 11.13)	399
11.4.5	円筒シェルと球形シェルの接合問題	400

11.5	座 屈	400
11.5.1	円筒シェルの座屈	400
11.5.2	回転体シェルの座屈	404

## ▷ 12 ◁

12.	そ の 他	407
12.1	リ ン グ	407
12.1.1	基本事項	407
12.1.2	リングの公式	407
12.2	ば ね	415
12.2.1	基本事項	415
12.2.2	ばねの公式	415
12.3	弾性体の接触問題	417
12.3.1	基本事項	417

目 次

12.3.2 公 式.....419

12.4 応力集中度.....419

12.4.1 基本事項.....419

12.4.2 応力集中の公式.....420

12.5 破壊力学.....424

12.5.1 基本事項.....424

12.5.2 応力拡大係数.....425

12.5.3 公 式.....425

12.6 半無限体の二次元問題.....428

12.6.1 基本事項.....428

12.6.2 公 式.....431

12.7 半無限体の三次元問題.....431

12.7.1 基本事項.....431

12.7.2 公 式.....431

▷ 13 ◁

13. 振 動.....437

13.1 1 自由度系の振動.....437

13.1.1 非減衰自由振動.....437

13.1.2 粘性減衰を受ける自由振動.....438

13.1.3 粘性減衰を受ける強制振動.....440

13.2 多自由度系の振動.....443

13.2.1 非減衰自由振動.....443

13.2.2 減衰を受ける自由振動.....444

13.2.3 強制振動.....445

13.2.4 ラグランジュ (Lagrange) の  
運動方程式.....445

13.3 分布質量系の振動.....446

13.3.1 非減衰自由振動.....446

13.3.2 非減衰強制振動.....449

13.3.3 減衰力の扱い方.....450

13.3.4 複雑な分布質量系の振動.....451

13.4 振動問題の解析法.....451

13.4.1 固有円振動数の近似解法.....451

13.4.2 モード解析法 (Modal Analysis).....453

13.4.3 逐次積分法による振動応答解析.....453

13.5 不規則振動.....454

13.5.1 定常時系列.....454

13.5.2 定常エルゴード時系列の統計的特性値.....455

13.5.3 線形振動系の不規則応答.....458

13.5.4 スペクトルの統計的推定.....459

13.6 非線形振動.....460

13.6.1 非線形振動系.....460

13.6.2 オートノーム系の振動.....461

13.6.3 非オートノーム系の振動.....464

13.7 自励振動と動的安定.....465

13.7.1 自励振動.....465

13.7.2 係数励振形振動.....466

13.7.3 動的安定問題.....467

▷ 資料 ◁

1. 数学公式.....471

1.1 代 数.....471

1.1.1 乗べき, 恒等式および対数.....471

1.1.2 行列および行列式.....471

1.1.3 代数方程式.....472

1.1.4 順列および組み合わせ.....474

1.1.5 数 列.....474

1.1.6 級 数.....474

1.2 初等幾何と解析幾何.....475

1.2.1 円および多角形.....475

1.2.2 立 体.....476

1.2.3 平面幾何.....476

1.2.4 立体幾何.....480

1.3 三角関数および双曲線関数.....482

1.3.1 三角および三角形.....482

1.3.2 三角関数.....482

1.3.3 逆三角関数.....483

1.3.4 双曲線関数.....484

1.3.5 フーリエ (Fourier) 級数.....484

1.4 微 分.....485

1.4.1 基本事項.....485

1.4.2 微分公式.....485

1.4.3 関数の展開.....486

1.4.4 微分の応用.....487

1.5 積 分.....487

目 次

1.5.1 基本事項と公式	487	1.9 複素数の関数	498
1.5.2 不定積分公式	487	1.9.1 複素数	498
1.5.3 定積分公式	488	1.9.2 複素数の関数	498
1.5.4 積分の幾何への応用	488		
		1.10 確率および統計	500
1.6 微分方程式・積分方程式・特殊関数	489	1.10.1 確率	500
1.6.1 常微分方程式	489	1.10.2 統計	502
1.6.2 特殊関数	489		
1.6.3 偏微分方程式	491	1.11 数値計算法	506
1.6.4 Laplace 変換と Fourier 変換	492	1.11.1 誤差	506
1.6.5 変分法	493	1.11.2 連立一次方程式	506
1.6.6 積分方程式	493	1.11.3 固有値の計算	507
1.6.7 高次超越関数	494	1.11.4 代数方程式	509
		1.11.5 常微分方程式	509
1.7 ベクトル解析	494	1.11.6 偏微分方程式	511
1.7.1 ベクトルとその演算	494	1.11.7 積分公式	511
1.7.2 ベクトル演算子	495		
		2. 度量衡換算表	513
1.8 テンソル解析	495		
1.8.1 曲線座標	495	3. 構造材料の機械的性質	516
1.8.2 座標変換とテンソル	496		
1.8.3 共変微分	497	索引	519

---