

## 5. 地上構造物の非線形動的解析法

兵庫県南部地震以後、非線形動的解析の必要性が増大し、各所で非線形動的解析を用いた耐震設計が実施されている。非線形動的解析を合理的に実施するには、適切な精度を有する解析モデルの作成、解析目的に合致した非線形モデルの選定等、解析手法、耐震設計基準をその詳細に立ち入って理解し、解釈・運用を弾力的かつ適正に行う必要がある。

本章は市販の汎用動的解析プログラムを使って橋梁等上部構造物の実務設計を担当する技術者が、入力データの作成、解析の実行、解析結果の解釈という一連の作業をする際に有用と考えられる事項を、解析事例を混じえ紹介したものである。

最初に各種動的解析法の特徴と適用範囲について簡単に紹介すると共に、解析精度に大きい影響を及ぼす直接積分の数値解法について記述した(5.1 動的解析法)。

次に土木地上構造物として最も多い構造である橋梁に対して、空間上に離散化して動的解析用のモデル作成手法について紹介した(5.2 構造物のモデル化)。

また、解析結果を大きく左右する解析モデル部材の各種非線形履歴モデルを紹介すると共に、適切な設定方法について適用例をもとに示した(5.3 非線形履歴モデル)。

最後に、RCラーメン橋脚を対象として解析例により ①直接積分法、収束計算に関する考え方； ②構造減衰の設定方法および解析結果に及ぼす影響； ③基礎、地盤モデル化の影響； ④解析モデル部材の非線形履歴特性、MN相関、有効せん断面積等の影響について記述した(5.4 動的解析例)。

### 5.1 動的解析法<sup>1,2)</sup>

#### 5.1.1 はじめに

地震動などの動的外乱が構造物に作用する場合、構造物の振動は一般に多自由度系の運動方程式で表される。動的解析に用いられる応答計算を大別すれば、固有振動数や振動モードで代表される振動系の特性値の解析と、外乱に対する振動系の応答解析に分類される。前者は固有値解析によって計算されるが、後者は運動方程式を解く方法としてモード解析法、応答スペクトル法及び直接積分法がある。本節では後者の各解析法の特徴と適用範囲を簡単にまとめ、更に直接応答解析法に於いて最も利用されている数値解析手法である Newmark- $\beta$  法について述べることにする。

#### 5.1.2 モード解析法

多自由度系の運動方程式を直接解くことは多大な時間を要することになる。従って、線形振動の場合振動特性を考慮した効率的な方法が一般に用いられる。即ち非減衰時の固有値解析を行い、その結果を利用する。

固有値及び固有ベクトルの結果を用いると、運動方程式は各次振動の方程式に分解することができる。この場合問題となるのは減衰マトリックスの対角化である。一般に減衰マトリックスが比例系であれば、非減衰時の固有ベクトルであるモーダルマトリックスを用いて減衰マトリック

ス是对角化させる。各時刻における入力地震動が与えられると、分解された各自振動モードの応答は1自由度と同様に後で述べる Newmark- $\beta$ 法などの直積解析法を用いて求められる。一般化座標での応答が得られると、モーダルマトリックスによる変換を行うことにより任意の節点での応答を求めることができる(節 2.3.3を参照)。

ところで、地盤と構造物の動的相互作用を考える場合、減衰マトリックスは非比例となる。このため、非比例減衰マトリックスを対角化して扱う手法をいろいろ提案されている。

### 5.1.3 応答スペクトル法

振動系が線形で、定常的な外乱が作用するとき、外乱や応答の時間領域は常に周波数領域と対応づけることができる。振動数解析では、これら領域間の対応関係を利用して解析が行われることが多い。構造物に作用する定常的な外乱は、一般に調和波の重ね合わせで表すことができるから、線形系である限り応答に関しても周波数領域での重ね合わせが可能となる。

応答スペクトルはある地震動に対する一自由度系の最大応答を固有周期、減衰係数をパラメータとして示したものであり、加速度応答スペクトル、速度応答スペクトル、変位応答スペクトルとして表される。耐震工学において応答スペクトル法は最も広く利用されている方法の一つである。応答スペクトルの適用においてはモード解析により各次振動に分解する必要がある。各次振動モードに対する応答を応答スペクトルから求めると、振動系の最大応答を合成できる。ただし、この応答値は直接地震応答解析に比べて大きな値を与える。このため各次モード応答の二乗和平均応答を用いる方法等により応答の精度を増やすような合成手法が試みられている。

一方、構造物の耐震設計においては、地震時の構造物がある程度弾塑性領域に入ること許容する場合がある。こうした設計理念の表現に便利のように構造物の弾塑性応答を応答スペクトルとして表したものを、弾塑性応答スペクトルという(節 2.4.3, 4.4.2を参照)。

### 5.1.4 直接積分法

地震動を受ける構造物の動的応答は質量、剛性、減衰によって異なったものとなる。構造物は一般に多自由度系として表され、その運動方程式は二階の線形微分方程式として表される。すなわち、

$$M \ddot{a} + C \dot{v} + K u = g \quad (5.1.1)$$

ここで、 $M$ ,  $C$ ,  $K$  はそれぞれ質量マトリックス、減衰マトリックス及び剛性マトリックスである。 $a$ ,  $v$ ,  $u$  はそれぞれ各節点における加速度、速度、変位ベクトルを表している。ベクトル  $g$  は外力から計算される。この運動方程式の解は任意の時刻における入力  $g$  が与えられると、直接積分法を用いて解くことができる。一般に地震動は不規則な特性を有しており、数学的な形で解を得ることはできないので、Newmark- $\beta$ 法(節 5.1.6)などの数値解析的な方法が用いられる。

### 5.1.5 各解析法の適用範囲

複雑の系を解析する際、方法論として、①問題を直接解くのを避け、まず複雑の問題を分解して単純化する；②単純化された問題を個々に解決して結果を求めた後、求められた結果を集約して原問題の解とする、いわゆる重ね合わせ手法をよく利用する。動的解析の分野では、モード解析法は

構造物応答をモード毎に、応答スペクトル法は応答の周波数成分毎に分解して応答を求め再び結果を合成する。このような手法は重合せの考え方に基づいている。しかし、この手法を適用するには一つ重要な条件がある。すなわち、対象系は線形でなければならない。非線形の問題になると、この仮定条件が崩され、かわりに他の手法を利用しなければならない。

一般にモード解析法と応答スペクトル法は線形問題に、直接積分法は非線形問題に適用することが多い。設計検討など最大応答値のみに関心がある場合、応答スペクトル法がよく利用される。最大値のほか応答の時刻歴にも関心がある場合モード解析法や直接積分法が適用される。

### 5.1.6 直接積分の数値解析法 — Newmark- $\beta$ 法

#### (1) 数値積分法

直接数値積分法は、時刻  $t$  およびそれ以前における  $u$ ,  $v$ ,  $a$  式 (5.1.1) の情報と時刻  $(t+\Delta t)$  までの外力  $g$  の情報から、 $t+\Delta t$  における  $u$ ,  $v$ ,  $a$  を数値的に決定してゆく手法である。すなわち、時間軸に沿って、小さな  $\Delta t$  の間隔で、推定手続きを反復して進めるものである。以下では簡単のため  $\Delta t$  を一定とし、これを  $h$  と書く。また  $u(t)$  を  $u_n$ ,  $u(t+\Delta t)$  を  $u_{n+1}$  と書き、他の変数もこれに準ずる。つまり第  $n$  ステップまでは推定手続きが完了して、第  $(n+1)$  ステップを推定の対象となっているものとする。第  $n$  ステップを便宜上現時点と呼ぶ。

常微分方程式の直接数値積分法は、微分方程式を代数方程式に転換する離散化と得られた代数方程式の計算の2段階の内容をもっている。このうち重要なものは離散化であるが、これは非線形であっても本質的な差異はない。非線形であれば得られた代数方程式も非線形になるが、この計算は一般の非線形代数方程式の解法によればよい。着目する時点が1ステップ進むごとにこの代数方程式が計算され、その解が次ステップ以降の計算のデータになってゆく。したがって、この代数方程式の解法の精度が直接積分法の精度および安定性に影響を及ぼす。しかし、その影響のしかたは非常に複雑であり、一般には試行錯誤によって判断しなければならない。

#### (2) 陽解法と陰解法

一般に第  $n$  ステップの計算に際して、対応する時点  $t_n$  で運動方程式が成立することだけを要求するアルゴリズムでは、 $v$  が非線形項に含まれることがない限り、 $u_{n+1}$  を定める代数計算は線形であり容易である。これを陽解法(Explicit法)と呼ぶ。一般に陽解法では、時間間隔  $h$  を非常に小さくしなければならない。さもないと計算の進行に伴って誤差が急激に膨張して、計算は不安定で発散しやすい。

安定性を改善する手法としては、運動方程式の成立時点を現時点から将来の一時点に移すことである。この原則に従って、運動方程式の成立時点を  $t_n$  と  $t_{n+1}$  の間に移せば、解の安定性が格段に向上するだけでなく、計算の精度の改善も顕著である。その代わり、 $u_{n+1}$  を決定するために非線形の代数方程式を解かなければならなくなる。このように離散化の結果として得られる代数方程式が未知量の陰関数になるアルゴリズムを、陰解法(Implicit法)と呼ぶ。

陽解法と陰解法の区別は、どの時点で運動方程式を成立させるかということ、すなわち、運動方程式で得られる情報をどの時点で計算に取り込んで解を制御してゆくかである。この時点として現時点よりも後の時点を選ぶと、結果として陰解法が得られると考えることができる。このため、一般に陰解法では陽解法に比べて誤差の急膨張が抑制されるので、安定性は良好である。

### (3) Newmark- $\beta$ 法

実務設計を担当する技術者は市販解析ソフトを使用して非線形動的解析を行う場合が多い。しかし、解析パラメータを適切に設定して解析結果の質を確保するには、解析ソフトに使用される数値解析法の原理を理解することが大変重要である。Newmark- $\beta$ 法は土木構造物の動的解析において最も利用されている方法で、ここではやや詳しく述べる。

Newmark- $\beta$ 法は、運動方程式によって加速度が定められていることを利用して、テイラー級数の2次の項に操作を施す。基本的に2次の精度しか期待できないが、加速度の情報としては、 $a_n$ のみならず  $a_{n+1}$  もも反映させて陰解法とすることにより、安定性を良くすることができる。したがって、比較的低い振動数成分だけを考慮すればよい現象に対する実用的な公式としても有効である。土木構造物などの耐震性はまさにこのような現象で決まるものなので、この方法の適用範囲は広い。

いま変位、速度、加速度を独立的な変量として扱うと、運動方程式(5.1.1)によって

$$M a_n = f(t_n, u_n, v_n) \quad (5.1.2)$$

$$M a_{n+1} = f(t_{n+1}, u_{n+1}, v_{n+1}) \quad (5.1.3)$$

次に、テイラー級数によって

$$u_{n+1} = u_n + h v_n + (h^2/2) a(t') \quad (5.1.4)$$

$$v_{n+1} = v_n + h a(t'') \quad (5.1.5)$$

ここに、 $t'$ と $t''$ は区間 $(t_n, t_{n+1})$ 内の一時点である。そこで、 $a(t')$ と $a(t'')$ を区間両端での値 $a_n$ と $a_{n+1}$ の凸結合で表現することを考える。すなわち

$$a(t') = (1-2\beta)a_n + 2\beta a_{n+1} \quad (5.1.6)$$

$$a(t'') = (1-\gamma)a_n + \gamma a_{n+1} \quad (5.1.7)$$

として、パラメータの $\beta$ と $\gamma$ を適宜定める。この結果として、式(5.1.3)、(5.1.4)、(5.1.5)は閉じた形になる。これをNewmarkの $\beta$ 法と呼ぶ。パラメータの選択は使用者の主観に頼らなければならない部分が残る。ただ $\gamma$ については精度上の理由から $1/2$ とするのがふつうである。線形方程式の場合には、 $\gamma=1/2$ のとき、すくなくとも2次の精度が保たれることが知られている。

これより $\beta$ と $h$ を与えると式(5.1.3)、(5.1.4)と式(5.1.5)を用いて各時刻における応答を逐次求めることができる。この場合 $\beta$ は加速度の変化に対応したパラメータであり、 $0 \leq \beta \leq 1/4$ の値が用いられる。 $\beta=1/4$ の場合は時刻との間で加速度は一定である。 $\beta=1/6$ の場合は、この時間刻みの間で加速度は直線的に変化するものとしている。また $\beta=1/8$ の場合は加速度の変化はステップ状に変化するものとしている。 $\beta$ は解析する系の特性によって異なるが $\beta=1/4$ か $1/6$ のときNewmark- $\beta$ 法として多く利用されている。さらに、時間間隔の選び方が解の精度に大きく影響する。一般に式(5.1.1)で表される構造系の最短の固有周期に比べて十分に短い時間間隔を用いれば安定した解を得ることができるが、非常に小さな $h$ を用いると多大な計算時間を要することになる。経験として、土木構造物の非線形解析においては $h \leq 0.001 \text{sec}$ を用いることが多い。

Newmark- $\beta$ 法は運動方程式を2階のまま扱うことにより、2次の精度を有して安定性の高いアルゴリズムの構成が可能である。この方法は地震に対する応答計算としてはもっとも経済的なものと考えられる。一般に陽解法は安定性に乏しく、時間間隔は安定条件によって決まる。この条件はふつう非常に厳しい。その点で、陰解法の強い安定性は、とくに工学的観点からは価値が高い。

## 5.2 構造物のモデル化<sup>5)</sup>

### 5.2.1 モデル化の基本方針

上部構造物のうち橋梁を例にとり，モデル化の基本方針について述べる。

橋は質量の大きな上部構造物が下部構造に支持されたトップヘビーな構造系である。上部構造物のうち桁の断面は，死荷重，活荷重，風荷重で決定され，長大スパンの橋やラーメン橋以外は地震の影響によって断面が決まる場合は少ない。これに対して，下部構造の断面は，一般に地震の影響によって決まることが多い。したがって，上部構造は質量分布が正しく考慮できればよいが，下部構造は応力，変形が十分把握できるように要素分割しておかなければならない。

橋は橋軸方向に細長い構造であり，複数の橋台，橋脚によって地盤に支持されている。そのため，構造解析上は曲げ，引張り，圧縮を受ける骨組構造としてモデル化する場合が多い。

橋を支持する地盤は一般に橋軸方向に変化しているので，橋の動的解析は地盤の振動特性を十分評価できるものとする必要がある。とくに，軟弱地盤に建設される橋の挙動は地盤の挙動に大きく影響されるので，これを十分評価しなければならない。

### 5.2.2 上部構造のモデル化

#### (1) 鋼桁橋のモデル化

モデル化にあたっては重心点の位置に質点を設けるのが普通である。橋軸直角方向の解析で桁の応力を検討する場合には，分割長を少なくとも桁の幅以下にとる。橋軸方向の解析では，桁の軸剛性が大きいので，分割長を大きくとってもよい。桁の影響を橋脚天端の集中質量と考えてモデル化する場合もある。しかし，桁長が大きく，桁の上下方向の曲げ振動を考えなくてはならない場合には，橋軸直角方向と同様に細かい分割長を用いる必要がある。

橋軸直角方向の解析では軸剛性および曲げ剛性に加え，ねじり剛性を考慮する必要がある。鋼桁は，主桁を対傾構や横桁で結合しており，これらのすべてを考慮して剛性を評価することは難しいため，一般には主桁の剛性のみを考慮する。

#### (2) トラス橋のモデル化

平行弦トラスの面外振動の解析では，トラスを1本の梁に置き換えることが多い。一般に，トラスは主構，横構などによって囲まれた箱型断面をもつ。横構や斜材は，ねじり剛性以外にはあまり大きな影響を与えないので図-5.2.1に示す部材を考慮して曲げ剛性を算出する。

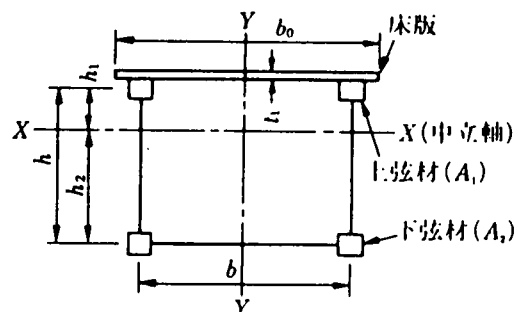


図-5.2.1<sup>5)</sup> トラス部材のモデル

トラスを梁モデルとした場合，質点は一般にトラスの重心位置にとる。トラスは桁高が高い場合が多いので，必要に応じて支点(一般にシュー)との間に曲げせん断梁を挿入する。図-5.2.2に示すように，まず，支点部の対傾構のトラス組みの変形および傾きを静的な骨組解析により求め，その変形および傾き角が等しくなるように梁の等価曲げ剛性，

等価せん断剛性を求める。また、桁高が大きい場合は、図-5.2.3に示すように、上弦材、下弦材の位置に接点を設けてモデル化を行うこともある。

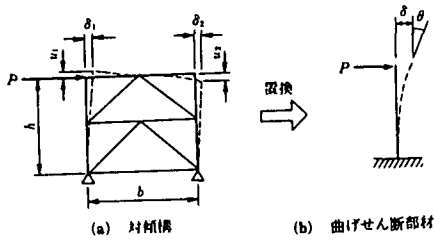


図-5.2.2<sup>5)</sup> 対傾構のモデル

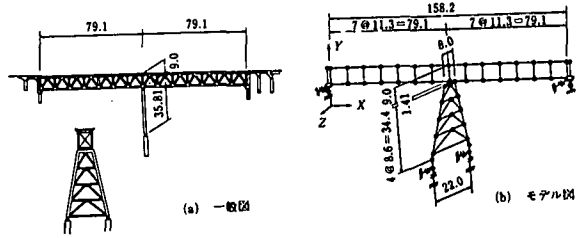


図-5.2.3<sup>5)</sup> トラス橋のモデル化

### (3) ラーメン橋のモデル化

梁と異なり、ラーメン橋には鉛直方向部材があるので、軸力の影響が無視できない。したがって、剛性マトリックスはこれを取り入れたものとなる。部材の長さは、部材の軸線で評価し、部材の接点は剛域と考え、そこに集まる部材の回転角は同一とする。また、基礎は一般に、水平ばね、鉛直ばねおよび回転ばねで支えられる。ラーメン橋のモデル化の例を図-5.2.4に示す。

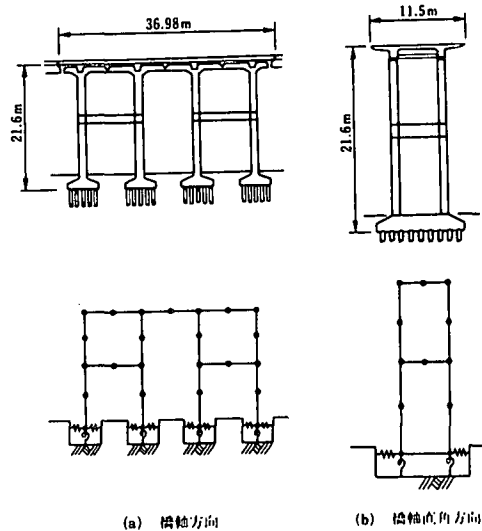


図-5.2.4<sup>5)</sup> ラーメン橋のモデル

### (4) アーチ橋のモデル化

アーチ橋のアーチ部材としては円弧がもっとも広く用いられているが、放物線、カテナリーなども使用され、一般に部材は変断面である。したがって、これも骨組みとしてモデル化される。分割した一つの区間内の部材は直線として扱い、それぞれに対して質量と曲げ剛性を求める。この例を図-5.2.5に示す。

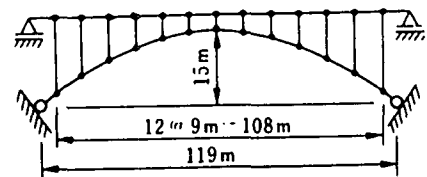


図-5.2.5<sup>5)</sup> アーチ橋のモデル化

### (5) コンクリート連続橋のモデル化

コンクリート連続橋のモデル化の例を図-5.2.6に示す。質点は桁断面の図心位置に設け、質量のない弾性梁で結ばれている。弾性梁に対しては曲げおよびねじり剛性を評価する。

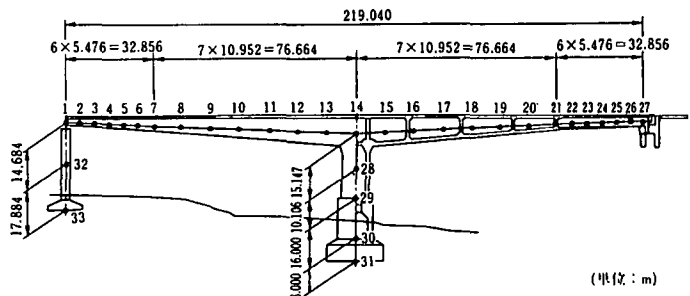


図-5.2.6<sup>5)</sup> コンクリート連続橋のモデル化

### (6) 斜張橋のモデル化

斜張橋の桁のモデル化の例を図-5.2.7に示す。桁、横桁、塔、橋脚は、軸力、曲げ、せん断、ねじれに対する検討ができる3次元の梁要素、ケーブルは棒要素としてモデル

化する。桁モデルの質点は、桁、塔ともケーブルとの結合点に設けるのがふつうである。また、死荷重による初期張力を考慮してケーブルを解析する場合もある。

### (7) 吊橋のモデル化

吊橋は橋長が長く、固有周期が数秒以上と長いものが多い。したがって、質点の数も多くなり、動的解析に時間がかかる。そこで、補剛トラスやケーブルの動的解析のみを全橋モデルで行い、主塔および基礎の解析には個別の部分モデルを用いることが多い。図-5.2.7に全橋モデルを、図-

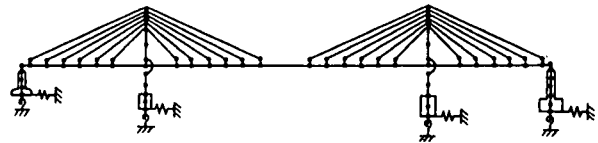


図-5.2.6<sup>5)</sup> 斜張橋のモデル化

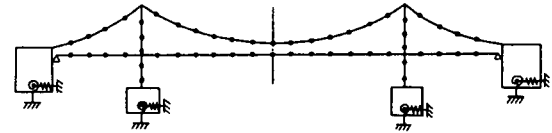


図-5.2.7<sup>5)</sup> 吊橋全体系のモデル

5.2.8に塔および基礎のモデルを示す。このモデルでは基礎を剛体として扱い、水平、鉛直、回転変位の3自由度を考えているが、鉛直方向を固定とした2自由度系モデルを使う場合もある。質点数は、補剛桁、ケーブルでは24分割以上、塔では橋軸方向の解析には10分割以上、また橋軸直角方向の解析には20分割以上にとることが多い。

### (8) 支承のモデル化

上部構造は一般に骨組構造としてモデル化すればよいが、その境界条件の扱い方がとくに大切である。支承にはいろいろな種類があり、構造的には固定支承、可動支承、弾性支承、可動支承+粘性ダンパー式ストッパー、免震支承などに分けられ、さらに材料によって鋼製支承、ゴム支承に区分される。モデル化では構造的な違いを十分に考慮することが重要である。固定支承、可動支承、粘性ダンパー式ストッパー(2方向粘性ダンパー式ストッパーを除く)などは、橋軸直角方向にはヒンジとして扱うが、橋軸方向には支承構造に応じて力学的特性

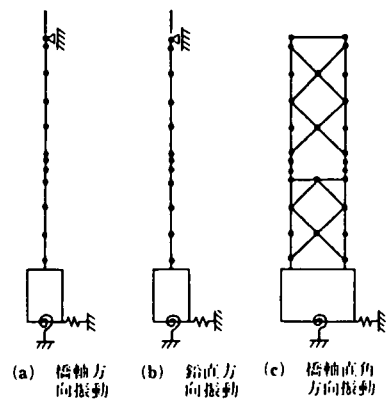


図-5.2.8<sup>5)</sup> 主塔、基礎のモデル化

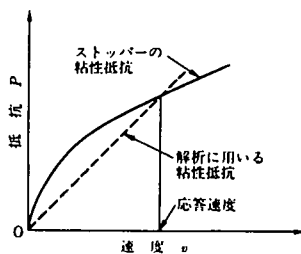


図-5.2.9<sup>5)</sup> ストッパーの粘性抵抗

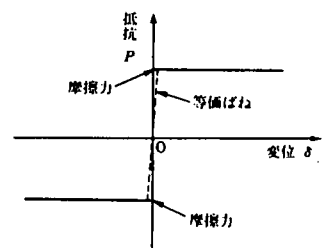


図-5.2.10<sup>5)</sup> 可動支承の摩擦のモデル化

を正しく評価する必要がある。固定支承はヒンジとし、粘性ダンパー式ストッパーは上下部構造間の相対速度に比例する粘性減衰をもつ要素として扱う。この種のストッパーの減衰力は非線形性を示すが、図-5.2.9に示すように、応答速度の最大値が生じるあたりで等価な減衰力となるように、線形の粘性減衰によってモデル化する場合が多い。可動支承は厳密には摩擦力をもつが図-5.2.10に示すように非線形性を示すので取扱いが難しい。そこで、線形計算では等価ばねとして取り扱う場合が多い。弾性支承は橋軸方向、橋軸直角方向とも変形に比例して反力が生じるとして扱う。変形が大きくなると、支承と下部構造の間ですべりを生ずることもあるので注意を要する。

## 5. 2. 3 下部構造のモデル化

### (1) モデル化の方法

下部構造のモデル化では地盤の取扱いが重要である。下部構造の躯体は骨組みとして取り扱えばよいが、フーチングより下の部分については地盤特性を評価しなければならない。良好な地盤に建設される場合には、基礎の水平変位、鉛直変位および回転に抵抗するばねとして地盤をモデル化すればよい。しかし、軟弱な地盤上の基礎の振動は周辺地盤の振動に強く影響されるため、地盤の振動を正しく把握できるとともに、基礎と地盤の動的相互作用の効果を考慮できるような地盤のモデルを使う必要がある。また、モデル化ばかりではなく、地盤そのものの変形特性、強度特性を正しくとらえる必要がある。

地盤-構造物系は大別して次の4つの手法で解析される。

- ① 多質点系モデルによる連成振動解析
- ② 地盤インピーダンス法
- ③ 有限要素法による全体系解析
- ④ 動的サブストラクチャー法

有限要素法は、複雑な構造をもつ地盤などの連続体の解析には非常に有効である。この方法では図-5.2.11に示すように地盤と構造物を一体としてモデル化する。また、図-5.2.12に示すように、基礎と地盤を分離した動的サブストラクチャー法として用いられる場合がある。動的サブストラクチャー法は、上部構造から地盤-基礎系へ作用する慣性力を忠実に評価できるとともに、全体系の自由度を大幅に縮小することができる。有限要素法による一体解析は、全体として膨大な自由度のモデルとなるが、動的サブストラクチャー法では応答解析を2段階に分け、まず、上部構造を簡単なモデルで表して、地盤との動的相互作用を見込んで応答を計算する。この結果として求められる基礎の応答を、上部構造の詳細なモデルに改めて入力する。

### (2) 橋台および橋脚

橋脚のモデル化では質点の位置のとり方が重要である。図-5.2.13に例を示す。質量は分別された区間の中間で2つに分割し、両節点に集中させる。剛性は部材の中間断面で評価する場合が多い。橋台は一般に断面が大きく、剛体として取り扱うことが多いが、背が高くスレンダーな場合は弾性部材として取り扱う。

### (3) 直接基礎

図-5.2.14に示すように、直接基礎は質点として橋脚や橋台とともに扱う場合が多いが、規模の大きい場合は剛体として扱う。さらに詳細に板として解析することもある。地盤は水平方向、鉛直方向および回転方向に抵抗するばねを用いて表す。水平ばねには、主

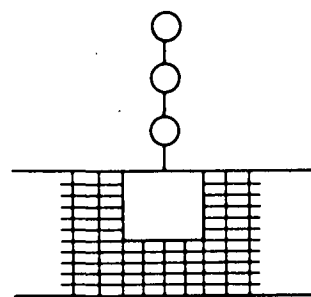


図-5.2.13<sup>5)</sup> 有限要素法モデル

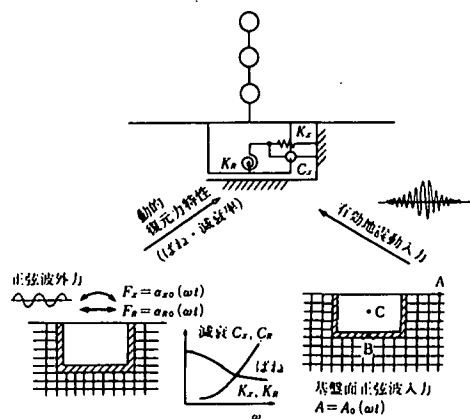


図-5.2.14<sup>5)</sup> 動的サブストラクチャー法によるモデル



としてフーチング前面の水平ばねと底面のせん断ばねの2つが寄与する。

#### (4) 杭基礎

杭基礎は曲げと軸力を受ける梁要素として評価できる。杭基礎の多くでは、群杭を用いる。ふつうは深さ方向に長い部材として評価するが、相互作用を評価しない場合や動的サブストラクチャー法を用いる場合は、図-5.2.15に示すようにフーチング底面につけた鉛直、水平、回転ばねに置換することもある。

Penzienらが提案した多質点系モデルでは、杭-地盤系を有限な自由度をもつ梁に置換する。杭と地盤を、ばねとダッシュポットでモデル化するものであり、有限要素法に比べ自由度が少ないため、パソコンによる解析も可能である。解析モデルは図-5.2.16に示すように遠方地盤を表す系と、周辺地盤、杭、構造物の連成振動系の2つからなっており、連成系の質点は地盤の付加質量も含んでいる。

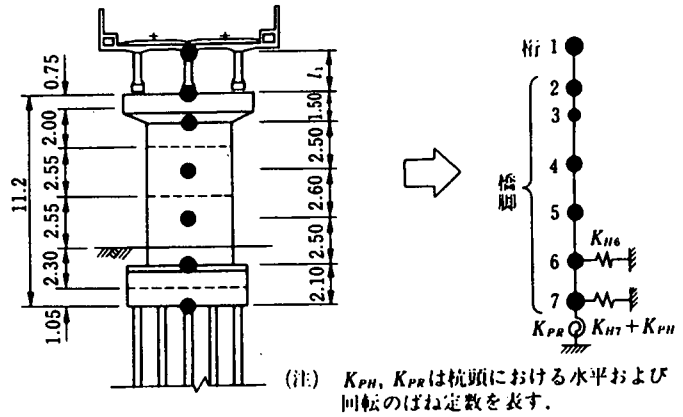


図-5.2.13<sup>5)</sup> 橋脚のモデル

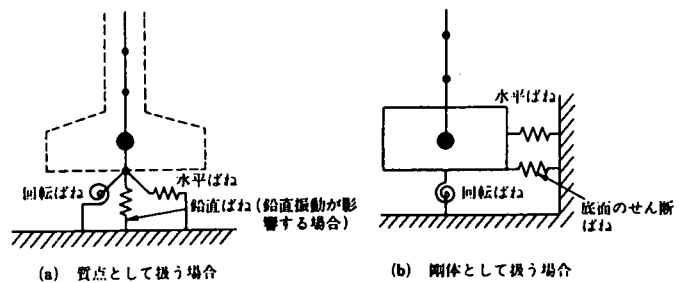


図-5.2.14<sup>5)</sup> 直接基礎のモデル化

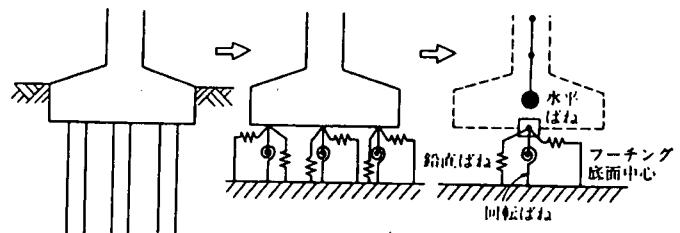


図-5.2.15<sup>5)</sup> 杭基礎のモデル化

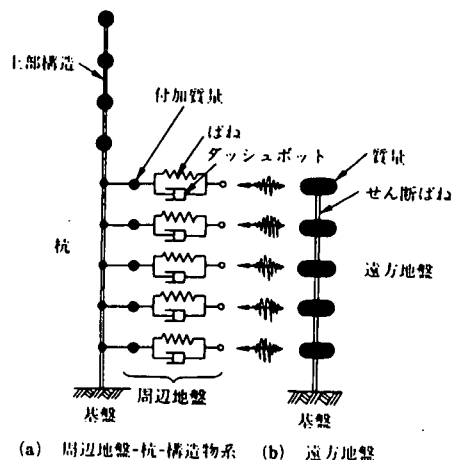


図-5.2.16<sup>5)</sup> 多質点系モデル

### 5.3 非線形履歴モデル

#### 5.3.1 非線形について<sup>1)</sup>

構造力学において、主な非線形問題として応力-ひずみの構成関係式に由来する材料非線形性と、変位-ひずみ関係式に由来する幾何非線形性がある。ここでは、材料非線形について述べることにする。

多くの材料では、通常 0.1% のオーダー以上にひずみが大きくなると比例的な応力-ひずみ関係を失われ、材料非線形性を考慮した解析が必要となる。材料非線形という言葉を広義に解釈すれば、土木構造物に関しては以下の場合が考えられる。①非線形弾性：降伏点に達するまでの土質材料及びコンクリート、ゴム；②弾塑性：金属、土質材料、コンクリート；③粘弾性：プレストレストコンクリート、プラスチック；④クラック、損傷による剛性の変化：鉄筋コンクリート；⑤剥離、接触、すべり：ガタを有する支持構造、衝突、基礎-地盤の連成など。

非線形を伴う動的解析は、増分形の運動方程式を陰解法（例えば、Newmark- $\beta$ 法）の直接積分で行うのが通常である。

#### 5.3.2 非線形材料の履歴モデル

土木構造物の耐震性を検討するにあたって、実験的に求められた履歴特性を用いて動的解析を行う。実験的には、応力-ひずみ関係、部材の力-変位関係、骨組構造の力-変位関係など種々のレベルで行われ、その履歴特性が得られている。それらを用いて動的解析する際、部材の非線形剛性マトリックスを作成するには、モデル化が必要である。履歴特性としては種々のモデルが提案されているが、次に示すものが代表的である（図-5.3.1-11）<sup>3)</sup>。

##### ① 非線形弾性モデル

応力-ひずみ関係は非線形ではあるが、除荷するとひずみが完全に復元する。すなわち、エネルギーを吸収せず弾性特性を持っている。ここで紹介する履歴モデルはこのモデルを除けば全部弾塑性モデルである。

##### ② バイリニア、トリリニア型（移動硬化）モデル

最も古典的な履歴モデルである。バイリニア型モデルは初期剛性と第2剛性、トリリニア型モデルは初期剛性、第2剛性と第3剛性を持つのが特徴である。一般には荷重増大につれ剛性が順次低下して、除荷する場合も初期剛性、第2、第3剛性の順で剛性が変化する。

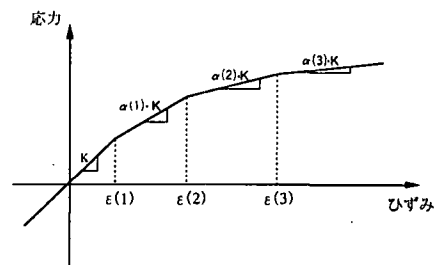


図-5.3.1 非線形弾性モデル<sup>3)</sup>

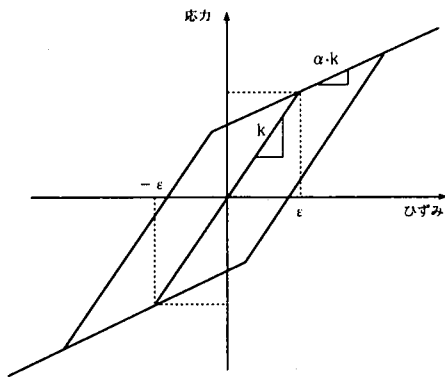


図-5.3.2 バイリニアモデル<sup>3)</sup>

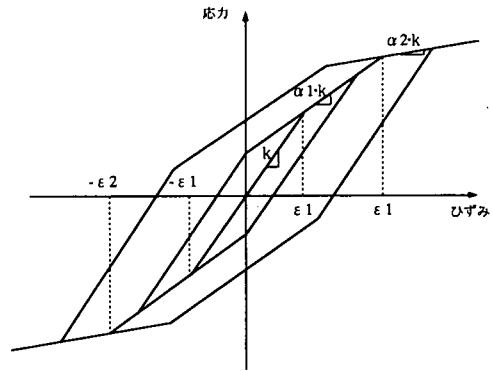


図-5.3.3 トリリニアモデル<sup>3)</sup>

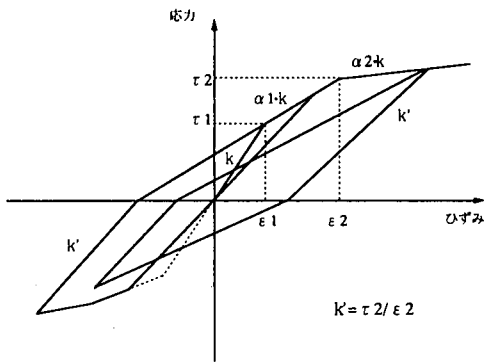


図-5.3.4 武藤モデル<sup>3)</sup>

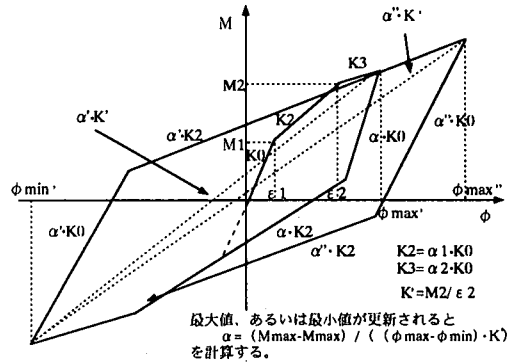


図-5.3.5 深田モデル<sup>3)</sup>

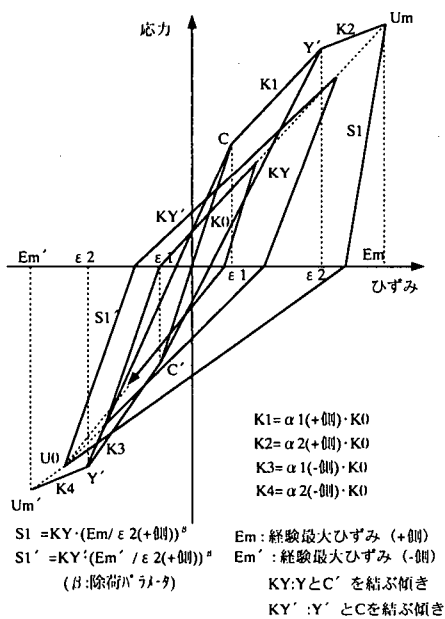


図-5.3.6 武田 (トリリニア) モデル<sup>3)</sup>

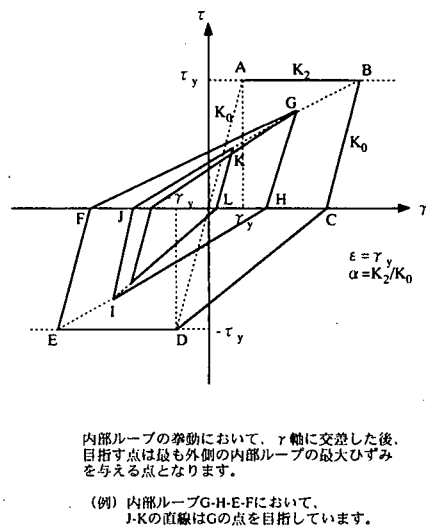


図-5.3.7 武田 (バイリニア) モデル<sup>3)</sup>

③ 武藤，深田，武田（バイリニア，トリリニア）モデル

鉄筋コンクリート部材の曲げ変形に適用する場合が多い。実験に基づいて提案されている。トリリニア型の場合はスケルトン曲線の二つの折り点が鉄筋コンクリート部材のひび割れと鉄筋降伏の発生時点に対応でき、物理的な意味を持つのが特徴である。また、除荷時の剛性低下現象を表現できる。

④ 原点指向型，スリップ型モデル

原点指向型は履歴エネルギーの吸収が小さいせん断破壊型の部材の非線形特性に適している。スリップ型モデルは土質材料と基礎構造物の相互作用によく用いられる。

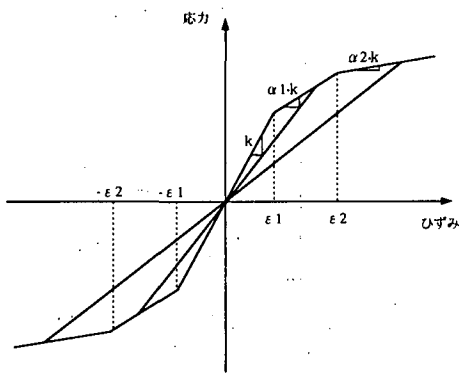


図-5.3.8 原点指向型モデル<sup>3)</sup>

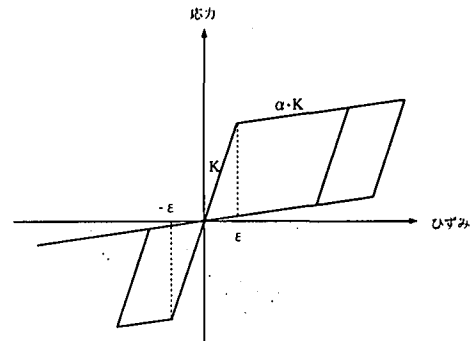


図-5.3.9 スリップ型モデル<sup>3)</sup>

⑤ 修正 Hardin-Drnevich (HD), 修正 Ramberg-Osgood (RO) 型モデル

応力-ひずみ曲線は①～④のような折り線ではなく数学式で表現できる曲線である。土質材料の非線形モデルによく用いられる。

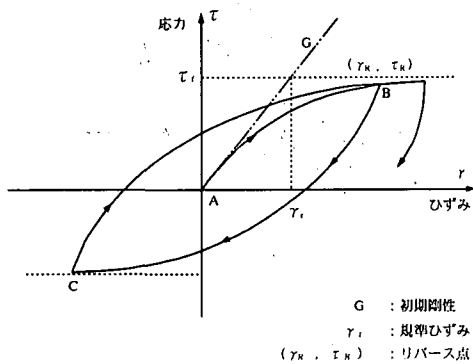


図-5.3.10 修正 Hardin-Drnevich モデル<sup>3)</sup>

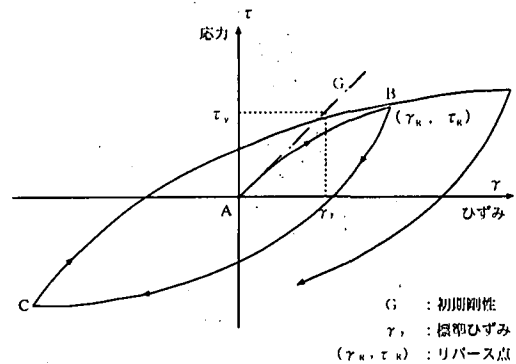


図-5.3.11 修正 Ramberg-Osgood モデル<sup>3)</sup>

### 5.3.3 動解用非線形履歴モデルの設定及び適用例<sup>4)</sup>

#### (1) 履歴モデルの設定

本来なら、履歴モデルは実験結果により設定されるものである。耐震設計のための非線形動的解析を行う場合、履歴モデルは構造形式、部材断面形状、材料特性などの情報から算出されなければならない。一般に履歴モデルの骨格（スケルトン）曲線は静的弾塑性理論を用いて計算することが多い。履歴特性を正確に表現するには、適切な履歴モデルを選択するのが重要である。しかし、現状ではそれを既存知識と経験に頼る場合が多い。土木構造物において最も利用されている鉄筋コンクリート材料については、すでに種々の研究が行われ、材料の履歴特性に関するノウハウの蓄積がかなりあると言えよう。新しい材料あるいは構造形式の履歴モデルを設定するには実験が不可欠である。

示方書などでは構造材料の弾塑性特性についての計算法が示されている。これを参考にして履歴モデルの設定を行う場合が多い。部材レベルのモデル化手法についてもいろいろ提案がある。例えば、橋脚などの曲げ部材をモデル化する場合、①はり要素の曲率分布を仮定して両端部のモーメント～曲率関係を履歴モデルで表現する手法（ $M\sim\Phi$ モデル）と②弾性はり材と両端部に連結する剛塑性回転バネで表現する手法（ $M\sim\theta$ モデル）がある（モデル）（節 4.4.2）。それらの手法の仮定条件と適用範囲を十分に理解した上、併せて動的解析の着目点を考慮して履歴モデルを選定することが重要であろう。

また、部材レベルでも、2軸曲げ、せん断力の影響、軸力変動の影響などについての検討が必要な場合がある。これらの一部については5.4節の動的解析例に通じて紹介する。

#### (2) 履歴モデルの適用例

非線形地震応答解析による単柱RC橋脚（図-5.3.12）の被災要因分析例を通じて、履歴モデルの適用について紹介する。解析では、質点系に置き換えた基本モデルをベースにして各被害要因パラメータを変動させ、それらの影響を検討する。各影響要因（表-5.3.1）のモデル化手法については以下のように述べる。

##### ① 地盤バネ

ここでは、地盤水平バネの非線形履歴特性をトリリニア原点指向型とし、材料特性を次のように設定する。バネの初期剛性値  $K_0$  は杭頭とフーチングが剛結、即ち、杭頭にひび割れが生じていない場合のバネ値とする。杭頭のひび割れの発生を考慮すると、地盤～杭系の非線形静的FEM解析結果により地盤バネ値の第2勾配は  $0.75K_0$ 、第3勾配は  $0.01K_0$  と設定する。一方、杭頭ひび割れの発生を考慮しない場合は線形の地盤バネ値  $K_0$  を用いる。

##### ② 橋脚主筋段落とし位置

基本モデルでは、橋脚主筋の段落とし位置は基部から 5.5m で相対的に高い位置にある。震災調査では橋脚の段落とし位置が低かったことによる被害が報告されているので、ここでは、基本モデルから 3.0m を下がった段落とし位置の影響を検討する。段落とし位置の上部と下部の橋脚要素の履歴特性にはトリリニア型の武田モデルを用いる。それぞれのスケルトン曲線は橋脚断面、配筋及び鉄筋とコンクリートの材料特性より算出する。

##### ③ 橋脚基部埋め戻し

都市部高架高速道路の直下には一般自動車道が走っていることが多い。その場合は、高架橋脚の基部が土と固い路面舗装により埋め戻される。ここで、フーチング天端から土層が 1.0m ( $N=15$

と仮定), 更にその上に 0.5m の舗装層があると仮定し, 基部埋め戻しの橋脚の被災度への影響を検討する。

埋め戻し土と路面舗装の影響をスリップ型の履歴特性を有する非線形地盤バネで考慮する。初期バネ定数は道路橋示方書に従って地震時の地盤バネとして算出する。

舗装層のバネ係数は均しコンクリートの  $1/10$ ,  $1929 \text{ kgf/cm}^2$ , 土の部分は  $7 \text{ kgf/cm}^2$  と仮定する。舗装層の強度は  $f'_{ck}=180 \text{ kgf/cm}^2$ , 土の一軸圧縮強度  $=10 \text{ kgf/cm}^2$  とする。これらの値により設定したバイリニア型のスリップバネモデルを表-5.3.1 の中の図に示す。

#### ④ 支承

支承モデルにおいては, 上下バネは線形, 水平バネは非線形とし, 水平バネの破壊耐力には「支承の設計許容耐力×安全率」の値を用いる。支承破壊後の挙動は複雑であり, かつそれに関する理論的又は実験的な研究が少ないのが現状であるが, ここでは支承破壊後の挙動を摩擦型の履歴モデルと仮定する。鋼とコンクリート間の摩擦係数を  $0.3\sim 0.4$  とすると, 支承破壊後の摩擦力は破壊耐力に近いことが計算から分かる。そこで, 簡単のため, 破壊を考慮した支承の材料特性をバイリニアモデルで表現する。

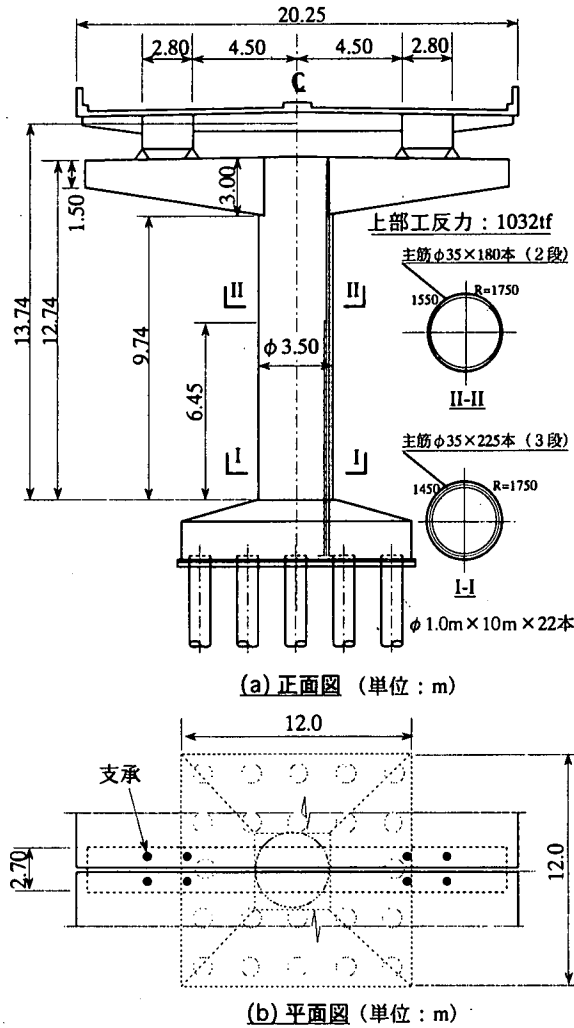
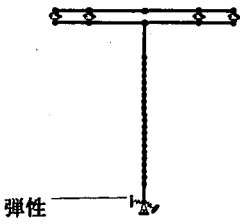
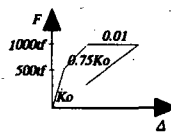
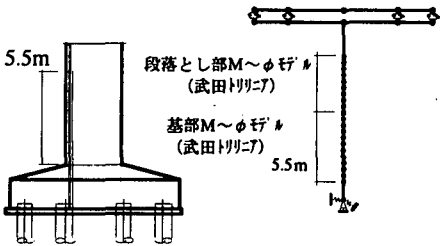
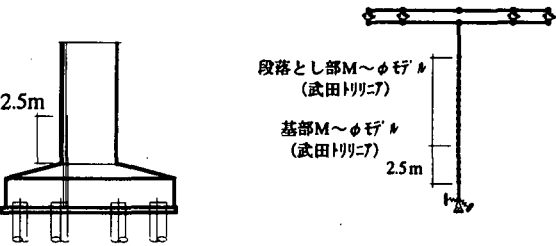
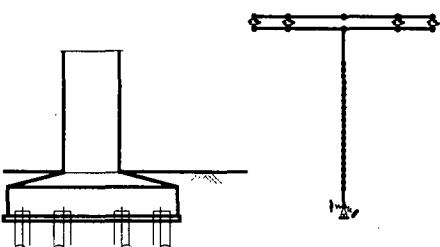
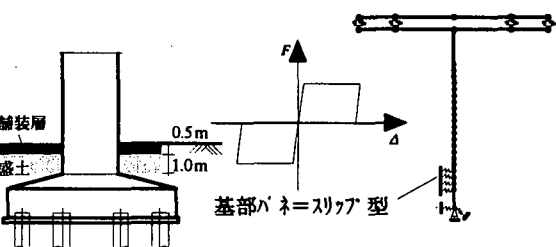
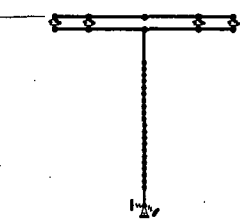
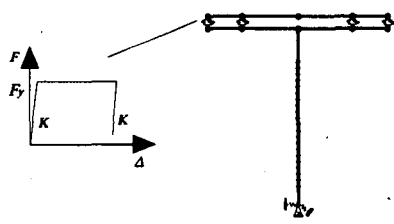


図-5.3.12 T型RC単柱橋脚<sup>4)</sup>

表-5.3.1 諸影響要因のモデル化手法<sup>4)</sup>

影響要因	基本ケースの場合	該当要因を検討する場合
<p>① 地盤バネ</p>	<p>地盤バネ=線形。</p>  <p>弾性</p>	<p>地盤バネ (水平) =非線形。</p>  <p>水平地盤バネ: トリニア原点指向型</p>
<p>② 主筋段落 とし位置</p>	<p>基部から+5.5m</p>  <p>5.5m</p> <p>段落とし部 M~φ 桁 (武田トリニア)</p> <p>基部 M~φ 桁 (武田トリニア)</p> <p>5.5m</p>	<p>基部から+2.5m (基準位置から-3.0m)</p>  <p>2.5m</p> <p>段落とし部 M~φ 桁 (武田トリニア)</p> <p>基部 M~φ 桁 (武田トリニア)</p> <p>2.5m</p>
<p>③ 橋脚基部 埋め戻し</p>	<p>考慮しない。</p> 	<p>考慮する。埋め戻し部に地盤バネを用いる。</p>  <p>舗装層</p> <p>盛土</p> <p>0.5m</p> <p>1.0m</p> <p>基部バネ=スリッパ型</p>
<p>④ 支承破断</p>	<p>破断しない。支承バネ=線形。</p>  <p>弾性</p>	<p>破断する。水平支承バネ=バリエーション弾塑性。</p>  <p><math>F</math></p> <p><math>F_y</math></p> <p><math>K</math></p> <p><math>K</math></p> <p><math>\Delta</math></p>

## 5. 4 動的解析例

本節では、RCラーメン橋脚を対象にして非線形動的解析結果に影響を及ぼすと考えられるいくつかの項目を取り上げ、これらのパラメトリック解析から各種解析パラメータの影響について検討する。

### 5. 4. 1 解析対象橋脚

昭和41年に建設された既設RC2方向ラーメン橋脚（3径間連続ラーメンT桁橋）の鋼板巻立て（厚さ $t=9\text{ mm}$ ）補強後の橋軸直角方向断面を解析対象とする。図-5.4.1に橋脚の断面図を、図-5.4.2に解析モデルを示す。図-5.4.2において、1~21の数字は節点番号、①~⑥は要素番号であり、太線は柱幅、フーチング高さを剛域としてモデル化したものである。また、同図下端のパネは、杭及び地盤をモデル化したもので、水平、鉛直、回転の3成分を有する。

本橋脚は、別途行った解析において、以下の結論が得られている<sup>6)</sup>。

- ① 水平震度 $k_H$ を順次増加させた静的荷重増分解析によると、補強前の現状の橋脚はせん断破壊先行型であり、 $k_H=0.73$ で橋脚下端にせん断破壊が生じる。
- ② 鋼板巻立て補強（鋼板の拘束効果）により曲げ破壊先行型に移行し、想定した地震動（JR鷹取・EW成分）に対して、曲げ、せん断、変形性能とも十分な安全性を有する。

ここで、鋼板巻立て補強後の橋脚を解析対象としたのは、補強前の橋脚は、地震動の早い時期にせん断破壊が生じ、それ以降の解析が意味のないものになると判断したためである。

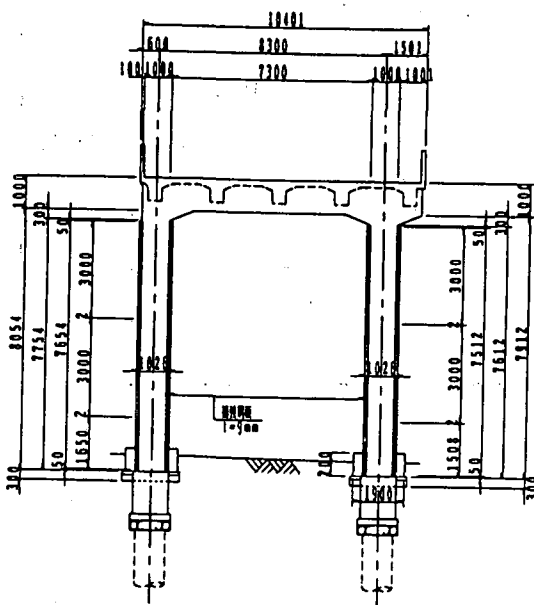


図-5.4.1 解析対象橋脚

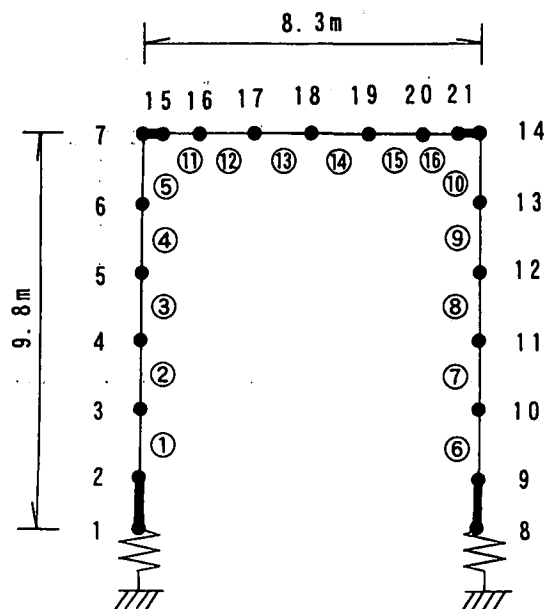


図-5.4.2 解析モデル



### 5. 4. 2 基本的解析条件

入力地震動，部材の弾塑性特性等の設定は，「復旧仕様<sup>7)</sup>」に基づいている．後述するが，この条件に基づく解析を基本ケースとし，非線形動的解析結果に影響を及ぼすと考えられるいくつかの項目を取り上げ，各種解析パラメーターの影響を調べる．

#### (1) 入力地震波

当該地盤はⅡ種地盤と判定されたため，「復旧仕様」に基づき，入力地震波として JR 鷹取 (EW 成分最大加速度  $666.02\text{cm/s}^2$ ) を用いる．図-5.4.3(a)に JR 鷹取の加速度，速度，変位波形を，図-5.4.4(a)に加速度応答スペクトルを示す．入力地震波の違いは，動的解析結果に影響を及ぼす大きな要因のひとつであるが，ここでは，この違いについては取り扱わない．このため，比較のためⅠ種地盤で用いられる神戸海洋気象台 (NS 成分，最大加速度  $818.02\text{cm/s}^2$ ) の加速度，速度，変位波形を図-5.3.3(b)に，加速度応答スペクトルを図-5.3.4(b)に示し，両者の違いを簡単に述べる．図-5.4.3(a)，(b)の比較から，JR 鷹取は神戸海洋気象台に比べ，最大加速度は小さいが，最大速度は 1.34 倍もの大きさである．これは，図-5.3.4(a)の 1.0 Hz 付近のピークに起因しており，このピークは地盤の強い非線形化によるものと考えられる．図-5.4.3(a)においても，5 秒付近以後，地盤の液状化を伴う非線形性によると考えられる加速度波形の長周期化が認められ，長周期構造物にとって，JR 鷹取波は，厳しい入力条件になることが予測される．また，図-5.4.3(a)の加速度記録の 5 秒付近以降にみられる先端の尖った何個かの特異な波形は，飽和したやや密～密な砂地盤特有の Cyclic mobility 現象によるものであろう．

#### (2) 積分方法

直接積分方法は Newmark  $\beta$  法 ( $\beta = 1/4$ )，

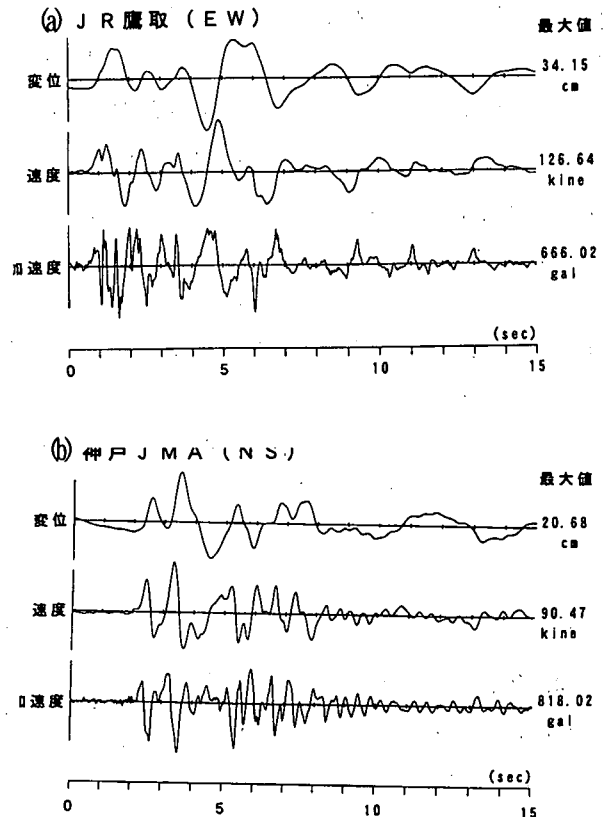


図-5.4.3 入力地震波

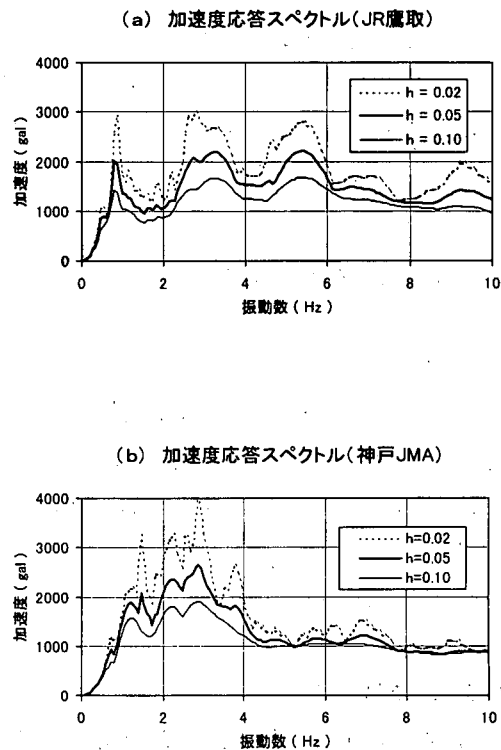


図-5.4.4 加速度応答スペクトル

積分時間きざみは  $dt = 0.001$  s, 地震継続時間は10秒間とする。この数値積分法の違いが解析結果に及ぼす影響は、5.3で述べた通りである。通常、骨組み構造解析汎用プログラムではNewmark  $\beta$ 法, Wilson  $\theta$ 法等の陰解法が用いられるが、地盤を含めたFEM弾塑性(液状化)解析プログラムでは中央差分法等の陽解法が用いられる場合もある。陽解法は一般に解の安定性に乏しく、積分時間きざみ  $dt$  を非常に小さく設定しなければならない。一方、陰解法は強い安定性を有するが、その精度が比較的低いことが指摘されている。

### (3) 収束計算

収束計算は Newton-Raphson法(接線剛性法)を用い、エネルギーによる収束判定(許容値 = 0.001)を行う。ここで、収束計算に於ける不平衡力  $dR$  は次式で表され、

$$dR = - \{ [B]^T [D] [B] dV d u = - [K] d u \quad (5.4.1)$$

$i + 1$ ステップの変位  $u_{i+1}$  を  $i$ ステップの変位  $u_i$  を用いて、次式のように与える方法を接線剛性法と呼んでいる。

$$u_{i+1} = u_i + [K]^{-1} dR \quad (5.4.2)$$

ただし、 $[B]$ は変位～ひずみマトリックス、 $[D]$ は材料接線剛性である。

一般に、この接線剛性法を応答計算に用いる場合、次の方法がとられている。

- ① 収束計算は行わず、不平衡力は捨て去る。
- ② 収束計算は行わず、不平衡力は次ステップの外力項に持ち越す。
- ③ 収束計算を行い、変位、断面力、エネルギーのどれかのノルムで収束判定を行う。

③の収束計算を行う場合、各ステップ毎に設定した収束判定を満足させる必要があるが、積分時間きざみ  $dt$  を十分に小さく設定することで、①、②の方法も適用可能であろう。ただし、②あるいは③で計算がうまく収束しない場合、不平衡力が急激な荷重項として作用するため、加速度時刻歴にパルス状の波形が表れたり、高振動数成分が著しく卓越することがある。加速度波形は、収束計算のモニターとして適した物理量であり、出力される最大加速度のみならず、常に加速度波形をチェックしておくことが大事である。

なお、骨格曲線の負勾配等強い非線形性を取り扱う場合、上式の  $[K]$  を若干大きめにとり、 $dR$  に対して余り敏感に変位  $u$  を変化させないように工夫した手法も提案されている。この中で、 $[K]$  として初期剛性を用いる方法は、初期応力法あるいは荷重伝達法と呼ばれており、収束回数は増加するが、解の発散を防いで安定的に解析を行うことができる。

### (4) 減衰特性

道路橋示方書<sup>8)</sup>に基づき、RC部材(柱、梁)の要素減衰定数を0.02、杭・地盤パネ(水平、鉛直、回転)の要素減衰定数を0.15とする。減衰マトリックス  $[C]$  は、次式に示すように各要素の要素減衰定数を評価した剛性比例型減衰を用いる。

$$[C] = \sum 2 h_j K_j / \omega_j \quad (5.4.3)$$

ここに、 $\omega_j$  は1次固有円振動数、 $h_j$  は要素減衰定数、 $K_j$  は要素剛性マトリックスである。

### (5) 部材の弾塑性特性

RC部材は、材軸直交分割要素(4分割)を用い、曲げモーメント～曲率関係( $M \sim \phi$  関係)の骨格曲線(スケルトン)は「復旧仕様」に基づくTri-linear型、履歴特性は武田モデル( $\gamma = 0.4$ )を用いる。図-5.3.5(a)に橋脚の  $M \sim \phi$  関係を、同図(b)に上部梁の

M~φ関係を示す。ただし、これらのM~φ関係を求めるにあたり、橋脚については上部構造重量を評価し、上部梁については、軸力=0として算定している。

図-5.4.5(a)には、本解析で用いた鋼板巻立て補強後のM~φ関係以外に、補強前のM~φ関係及び鋼板巻き立て補強に加えてアンカー一定着(D35mm,12本)を行った場合のM~φ関係も併記している。同図から、鋼板巻立て補強後のM~φ関係はじん性(塑性率)が著しく向上すること、アンカー一定着を施した場合、これに加えて曲げ耐力も増加することが分かる。軸力と曲げの相関(MN相関)は考えない。

部材のせん断変形は考慮せず、曲げ変形のみを評価した曲げ梁要素を用いる。橋脚のせん断耐力Suは、「復旧仕様」に基づく補強前で58.9tf、鋼板巻立て補強後で396.9tfであり、鋼板巻立て補強によるSuの著しい増加がみられる。

杭・地盤バネ(水平,鉛直,回転)は、道路橋示方書<sup>9)</sup>に基づく線形弾性バネを用いる。

#### (6) 質量マトリックス

上部構造質量については、両隣のそれぞれのスパン(共に7m)の全質量(スラブ,小梁,舗装,高欄重量等)の1/2を集中質量として上部梁に付加する。また、RC部材の質量も集中質量とし、回転慣性は無視する。

#### 5.4.3 解析ケース

解析ケースは表-5.3.1の通りであり、前節で示した基本的条件に示した解析を基本ケース(ケース3)とする。

ケース1は全部材を線形弾性とした解析であり、弾塑性(非線形)解析との比較を行う。

ケース2は、橋脚端部の部材のみ(図-5.4.2の①,⑤,⑥,⑩)を弾塑性(Tri-linear型のM~φ関係)とした解析,ケース3は橋脚全部材(①~⑤,⑥~⑩)を弾塑性とした解析,ケース4は梁部を含めた全部材(①~⑯)を弾塑性とした解析であり、M~φ関係の非線形性を評価する部材の違いが応答に及ぼす影響を調べる。

ケース5はケース3と同じで、下端の杭・地盤バネを取り除いた解析である。このモデルでは図-5.4.2においてフーチング下端の節点1,8を固定点としており、ケース3との比較から杭・地盤バネの効果を調べる。ケース6は、ケース3と同じで、橋脚端部の部材のみ(図-5.4.2の①,⑤,⑥,⑩)曲げと軸力の相関(MN相関)を考慮する。

ケース7は、橋脚,梁を含めた全部材を線形弾性とし、橋脚端部(節点1,7,8,14)に付加した弾塑性回転バネにより、橋脚の弾塑性挙動を表現する。このモデルは、いわゆる、材端剛塑性バネモデルであり、ケース3の材軸直交分割法との比較を行う。

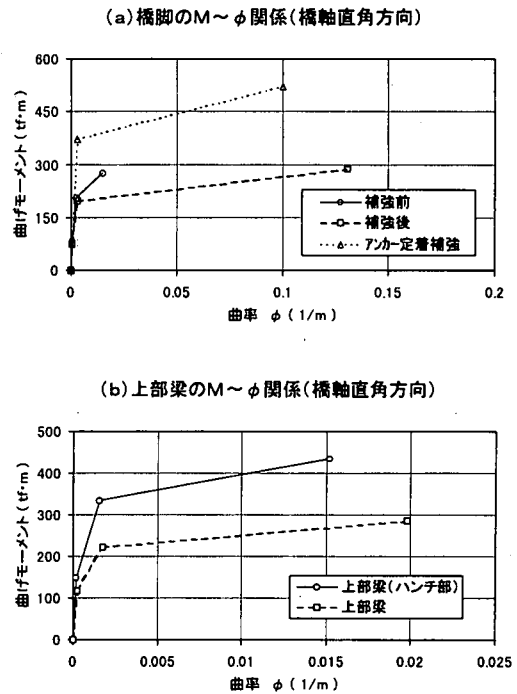


図-5.4.5 M~φ関係

表-5.4.1 解析ケース

解析ケース	解析内容
ケース1	線形弾性
ケース2	柱端部の部材 (①、⑤、⑥、⑩) 弾塑性
ケース3	柱部材すべて弾塑性 (基本ケース)
ケース3	ケース3と同じ、柱部材せん断変形考慮
ケース4	柱、梁部材すべて弾塑性
ケース5	ケース3と同じ、杭・地盤バネ無し
ケース6	ケース3と同じ、柱端部の部材 (①、⑤、⑥、⑩) MN相関考慮
ケース7	柱端部に弾塑性回転バネ (材端剛塑性バネ法)
ケース8	ケース3と同じ、レイレイ減衰 [C]= $\alpha$ [M]+ $\beta$ [K]
ケース9	ケース3と同じ、剛性比例型減衰 [C]= $2h[K]/\omega_1$ $h=0.0496$
ケース10	ケース3と同じ、質量比例型減衰 [C]= $2h\omega_1[M]$ $h=0.0496$
ケース11	ケース3と同じ、履歴特性は武田モデル ( $\gamma=0.0$ )
ケース12	ケース3と同じ、履歴特性は標準型 (トリリニア)
ケース13	ケース3と同じ、履歴特性は原点指向型
ケース14	ケース3と同じ、履歴特性は深田モデル

ケース8～10は、構造（粘性）減衰の違いに着目した解析である。ここで、ケース8のレイレイ減衰の定数 $\alpha$ 、 $\beta$ は、以下のように決めた。まず、後述図-5.4.6の固有値解析で得られる*i*次固有ベクトル $V_i$ と基本的解析条件で述べた要素減衰定数 $h_j$ に基づき、水平動を表す1次及び2次のひずみエネルギー比例減衰定数 $h_i$ を次式で求める。

$$h_i = W h_i / W s_i \quad (i \text{ 次の減衰定数}) \quad (5.4.4)$$

$$W h_i = \sum h_j V_i^T K_j V_i \quad (i \text{ 次の減衰エネルギー})$$

$$W s_i = \sum V_i^T K_j V_i \quad (i \text{ 次のひずみエネルギー})$$

本解析では、 $h_1 = 0.0496$ 、 $h_2 = 0.1165$  が得られた。この結果は、2次モード $V_2$ における杭・地盤バネの変形寄与が比較的大きいことを示している。 $h_1$ 、 $h_2$ は、図-5.4.6において、水平動の振動モードである1次及び3次の減衰定数であり、上下動のモードである2次を除いている。この $h_1$ 、 $h_2$ と固有値解析で得られる固有円振動数 $\omega_1$ 、 $\omega_2$ を用いて、 $\alpha$ 、 $\beta$ は次のように求められる。

$$\alpha = 2 \omega_1 \omega_2 (h_1 \omega_2 - h_2 \omega_1) / (\omega_2^2 - \omega_1^2) = 0.6041 \quad (5.4.5)$$

$$\beta = 2 (h_2 \omega_2 - h_1 \omega_1) / (\omega_2^2 - \omega_1^2) = 0.0035 \quad (5.4.6)$$

ケース11～14は、 $M \sim \phi$ 関係の履歴特性（ヒステリシスループ）の違いに着目した解析である。

## 5. 4. 4 解析結果

### (1) 固有値解析

基本ケース（ケース 3）の固有値解析結果（固有振動数，振動モード）を図-5. 4. 6(a)に，杭・地盤バネを取り除いたケース 5 の結果を同図(b)に示す。

両ケースとも，1次は橋脚の曲げ1次モード，2次は上下動のモード，3次は橋脚の曲げ2次モード，4次は橋脚の曲げ型対称モードである。固有振動数については，ケース 5 の振動数がかなり高く，高架構造系の振動特性に及ぼす杭・地盤バネの影響が極めて大きいことを示している。これは，橋脚剛性に比べ杭・地盤バネの剛性が相対的に低いためであり，本橋脚特有の1柱1杭式ラーメン構造（パイルベント構造）に起因するものと考えられる。このため，ケース 3 の1～4次モードは杭・地盤バネの変形モードと橋脚の曲げモードが連成したモードになっている。

### (2) 基本ケースの応答値

まず，基本ケース（ケース 3）の橋脚頂部（節点 7）の加速度時刻歴を図-5. 4. 7(a)に，変位時刻歴を同図(b)に示す。最大加速度は  $433.97 \text{ cm/s}^2$  であり，入力地震波の最大値 ( $666.02 \text{ cm/s}^2$ ) より応答が低下している。最大変位は  $56.14 \text{ cm}$  であり，約  $20 \text{ cm}$  もの大きな残留変位がみられる。図-5. 4. 8(a)に橋脚上端 (⑤) の  $M \sim \phi$  関係を，同図(b)に橋脚下端 (①) の  $M \sim \phi$  関係を示す。橋脚下端は弾性挙動を示しているが，上端では最大塑性率  $\mu = 11.95$  の大きな塑性変形が生じている。ここに，最大塑性率  $\mu$  は最大曲率  $\phi_{MAX}$  を降伏時の曲率  $\phi_y$  で除した値である。この⑤の  $M \sim \phi$  関係では，-側より+側の曲げモーメントが若干大きく，ここで  $\phi_{MAX}$  が生じている。 $\phi_{MAX}$  の発生時刻は，図-5. 4. 7(b)の変位時刻歴における 5.1 秒付近の-側の最大変位に対応する。図-5. 4. 7 (a)の最大加速度の低下と残留変位は，⑤付近での著しい塑性変形によるものである。

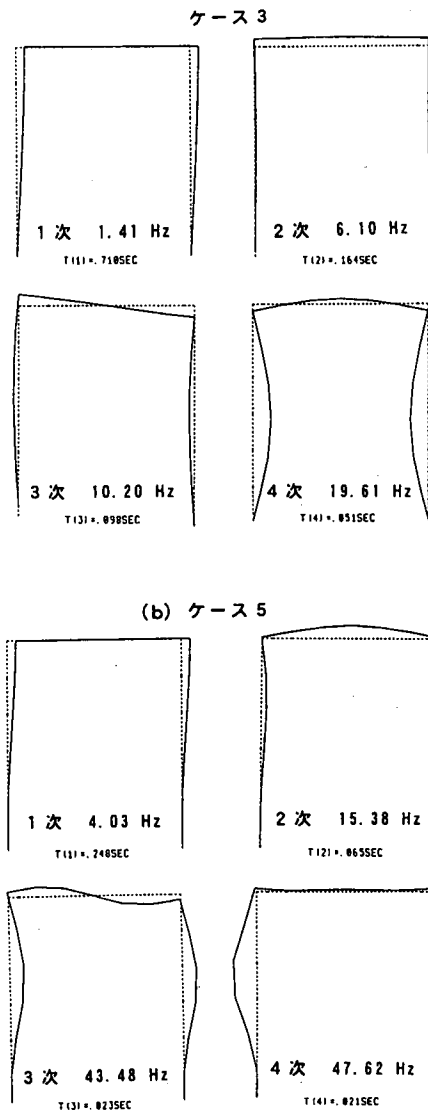


図- 5. 4. 6 固有振動モード

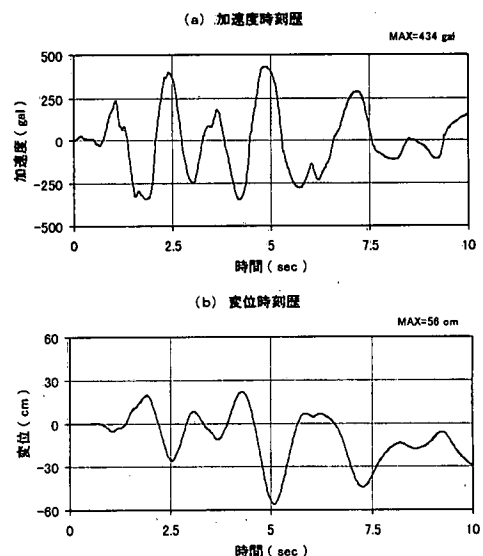


図- 5. 4. 7 基本ケース時刻歴応答

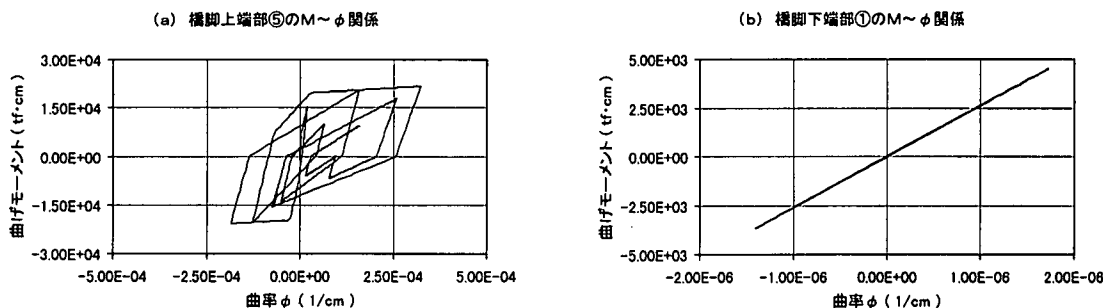


図-5.4.8 橋脚上下端のM~φ関係

(3) 線形弾性解析と弾塑性解析（基本ケース）の違い

ケース1~7の最大応答値（加速度，速度，変位）を表-5.3.2に示す。

全部材線形弾性のケース1と基本ケースを比べると，ケース1のほうが加速度は約2.5倍大きく，変位は1/4程度と小さい。これは，弾塑性解析の基本ケースでは，前述のように橋脚上端（⑤，⑩）付近に著しい塑性変形が生じたことにより，橋脚の曲げ剛性が低下したためである。

表-5.4.2 最大応答値

ケース	応答値	水平	鉛直	備考
CASE1	ACC. (cm/s <sup>2</sup> )	1098.23	122.22	線形弾性
	VEL. (cm/s)	103.28	10.00	
	DISP.(cm)	14.13	1.38	
CASE2	ACC. (cm/s <sup>2</sup> )	463.12	50.87	柱端部の部材のみ弾塑性 (①、⑤、⑥、⑩)
	VEL. (cm/s)	135.29	4.21	
	DISP.(cm)	49.59	0.58	
CASE3	ACC. (cm/s <sup>2</sup> )	433.97	68.46	柱部材すべて弾塑性
	VEL. (cm/s)	151.28	3.37	
	DISP.(cm)	56.14	0.55	
CASE4	ACC. (cm/s <sup>2</sup> )	434.61	49.53	柱、梁部材すべて弾塑性
	VEL. (cm/s)	152.22	3.37	
	DISP.(cm)	56.41	0.55	
CASE5	ACC. (cm/s <sup>2</sup> )	813.51	69.94	ケース3と同じ 杭・地盤バネ無し
	VEL. (cm/s)	68.66	0.27	
	DISP.(cm)	6.40	0.02	
CASE6	ACC. (cm/s <sup>2</sup> )	430.26	54.67	ケース3と同じ 柱端部の部材MN相関
	VEL. (cm/s)	153.05	3.19	
	DISP.(cm)	59.20	1.17	
CASE7	ACC. (cm/s <sup>2</sup> )	560.60	56.60	柱端部に弾塑性回転バネ
	VEL. (cm/s)	100.30	5.63	
	DISP.(cm)	28.82	0.71	

(4) M~φ関係の非線形性を評価する部材の影響

ケース2~4の結果から，M~φ関係の非線形性を評価する部材の違いが応答に及ぼす影響を調べる。表-5.4.2では，ケース2，3，4の順，すなわち，非線形性を評価する部材を増やすほど加速度は小さく，変位は大きくなるが，その差は顕著ではない。これは，大きな塑性変形が橋脚上端部の要素（⑤，⑩）付近に集中し，橋脚下端~中央部，梁部は弾性的な挙動に近いことを示している。

この結果は，塑性変形の集中する部材の非線形性を評価することにより，経済的で高精度の解析が行えることを表している。ただし，現実的には，塑性変形が集中すると想定される部材を弾塑性，その他の部材を弾性として解析を行い，弾性と仮定した部材が著しい塑性域に入っている場合，再度この部材を弾塑性とした解析を行うことになる。

### (5) 杭・地盤バネの影響

杭・地盤バネを取り除いたケース5と基本ケースを比較すると、大きな違いがみられる。ケース5のほうが最大加速度は約1.9倍大きく、入力地震波の最大値より1.2倍増幅している。一方、変位は基本ケースの1/9程度とはるかに小さい。ケース5の橋脚頂部の加速度時刻歴を図-5.4.9(a)に、変位時刻歴を同図(b)に示す。ケース5では、残留変位も生じていない。ケース3の図-5.4.7と比べると、ケース5での高振動数成分の卓越が特徴的である。これは、図-5.4.6の固有振動数の違いを反映しており、ケース3では、橋脚上端での著しい塑性変形による曲げ剛性の低下が橋脚の卓越振動数をさらに低下させたことが考えられる。

ケース5の橋脚上端(⑤)のM~φ関係を図-5.4.10(a)に、橋脚下端(①)のM~φ関係を同図(b)に示す。橋脚上下端ともM~φ関係の第3勾配に至っており、最大塑性率 $\mu$ は橋脚下端のほうがやや大きい。ケース3、5の最大塑性率 $\mu$ の高さ方向分布を図-5.4.11に示す。図-5.4.10、図-5.4.11から次のことがいえる。

- ① ケース5では橋脚上端で $\mu = 9.19$ 、下端で $\mu = 10.23$ の塑性変形が生じており、橋脚両端での塑性ヒンジの発生を表している。一方、ケース3では橋脚上端で $\mu = 11.95$ の塑性変形が生じているが、下端は弾性挙動である。また、約20 cmもの残留変位が生じている。これは、図-5.4.11に示すように橋脚上部での広範囲の強い塑性域の発生によるものである。同図でみられる広範囲の強い塑性域の発生は、道路橋示方書で規定されている塑性ヒンジ等のモデル化では表現できない現象であり、本解析で用いた材軸直交分割法等による詳細な解析が必要であろう。

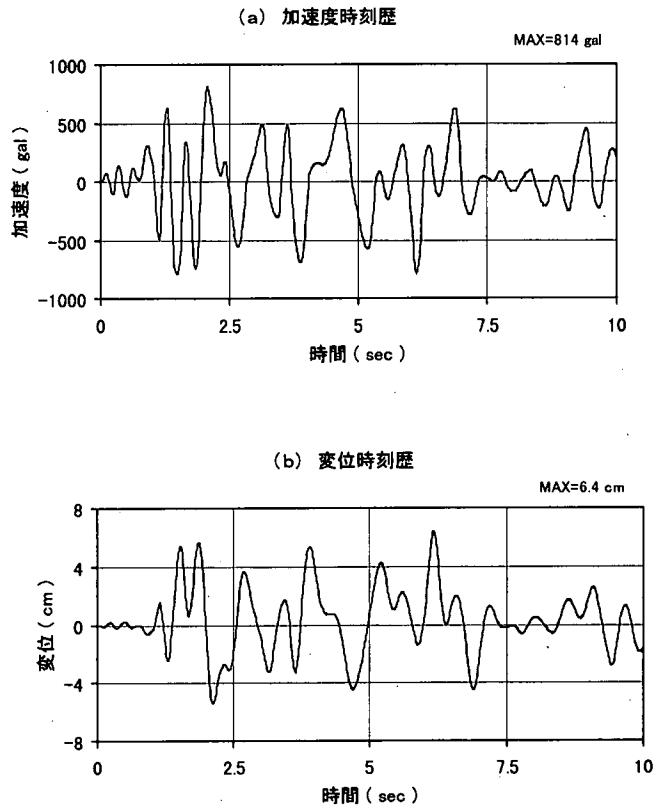


図-5.4.9 ケース5時刻歴応答

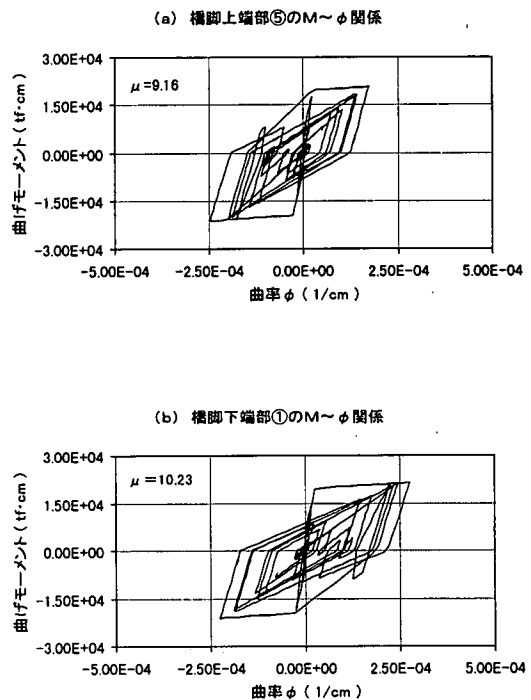


図-5.4.10 ケース5 M~φ関係

② ケース3では、杭・地盤バネ剛性が橋脚剛性に比べ弱いため、橋脚下端がピン構造に近いものになっていることが予想される。このため、橋脚下端のモーメントが低下し、弾性挙動を示したものであろう。

(6) MN 相関の影響

橋脚端部の部材のMN相関を考慮したケース6とケース3の最大応答を比べると、橋脚頂部でケース6がやや最大加速度が小さく、変位は大きい。これは、ケース6の非線形化（塑性化）の程度がやや大きいことを示している。ただし、基本ケース（ケース3）との差はあまりなく、本橋脚はMN相関の影響が比較的小さい構造であると考えられる。なお、ケース6では左右の橋脚の弾塑性挙動が異なる。このため、橋脚頂部の節点7と節点14の応答も若干異なるが（他のケースは、すべて同じである）、その差はわずかであるため、表-5.3.2には節点7の応答のみを示している。

ケース6の軸力と曲げの相互作用図(MN相関)を図-5.4.12に、橋脚上端のM~φ関係を図-5.4.13に示す。図-5.4.12には、ひび割れ時のMN相関、降伏時のMN相関を併記している。橋脚下端(①, ⑥)では、応力点の軌跡はひび割れ曲線の内側にあり、弾性挙動を示している。

ケース6は他のケースと異なり、地震応答解析を行う前に上部構造重量を含めた（静的）自重解析を実施し、各部図-5.4.13 橋脚上端のM~φ関係材の初期断面力（軸力、曲げモーメント、せん断力）を設定している。橋脚上端(⑤, ⑩)の初期軸力は+64tf,

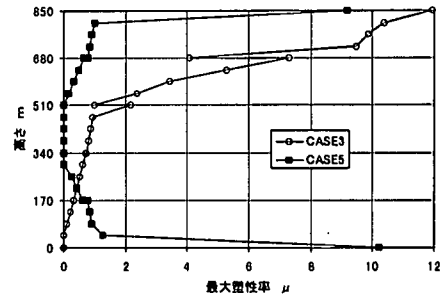


図-5.4.11 最大塑性率分布

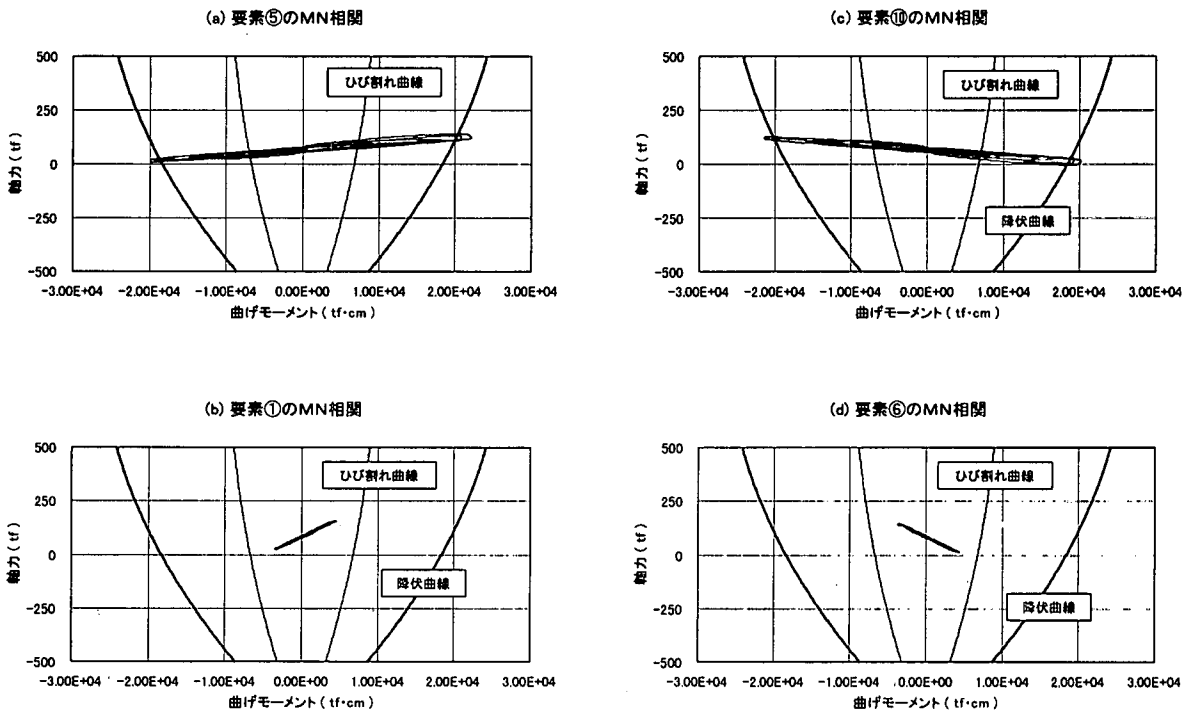


図-5.4.12 MN相関図



下端(①, ⑥)は+81tfで、左側橋脚上端(⑤)の初期曲げモーメントは+35.5 tf・m、右側橋脚上端(⑩)は-35.5 tf・mである。この初期軸力下でのM~φ関係は、基本ケースのM~φ関係と一致するように設定されている。図-5.4.13の⑤と⑩を比べると、⑤では曲げモーメントの最大(221.4 tf・m)が+側で生じており、⑩の+側の最大値(201.7 tf・m)よりやや大きい。これは、図-5.4.8に関して前述したように、地震動による最大モーメントは両橋脚とも+側で生じ、自重による⑤の初期モーメントはこれと同方向、⑩は逆方向のためである。ただし、これとは逆に最大塑性率 $\mu$ は⑩のほうが大きい。この理由は、次の通りである。図-5.4.12から分かるように、⑩では地震動による+側のモーメントは軸力を低下させる方向に作用し、基本ケースより小さいモーメントの下で降伏に至る。このため $\phi_y$ も低下し、 $\mu = \phi_{MAX} / \phi_y$ で塑性化の程度をみると、モーメントの小さな⑩のほうが塑性化の程度が大きいことになる。

本解析では、図-5.4.12に示すように軸力Nに応じてひび割れ曲げモーメント $M_c$ 、降伏曲げモーメント $M_y$ が変化するが、ひび割れ~降伏間、降伏~終局間の硬化係数(剛性低下率)はそれぞれ一定としており、基本ケースの剛性低下率と一致させている。しかしながら、現実には、これらの係数もNに応じて変化するため、今後この効果についての検討も必要であろう。

#### (7) 材軸直交分割法と材端剛塑性バネ法の違い

表-5.4.2において、材端剛塑性バネ法を用いたケース7の最大加速度は基本ケースの約1.3倍、最大変位は約1/2であり、大きな違いがみられる。

以下、材端剛塑性バネ法の問題点を指摘しておく。本解法は、本来建築系の曲げモーメント分布が比較はつきりしている柱部材の弾塑性挙動を簡単に(弾塑性を評価する自由度の数が少ない)表現するために提案された手法である。このため、部材断面性能に基づくM~φ関係から、材端での曲げモーメント~回転角関係(M~θ関係)を決定するにあたり、部材軸方向曲げモーメント分布等の何らかの仮定が必要である。このモーメント分布は、通常、逆対称分布、片持梁分布、一様分布等が考えられる。ケース7では、部材軸方向曲げモーメント分布を逆対称分布と仮定してM~θ関係を決定している。

しかし、本解析モデルのように曲げモーメント分布が単純に設定できない場合、図-5.4.11に示したように塑性変形が広範囲に及ぶ場合には、材端剛塑性バネ法を用いた解析

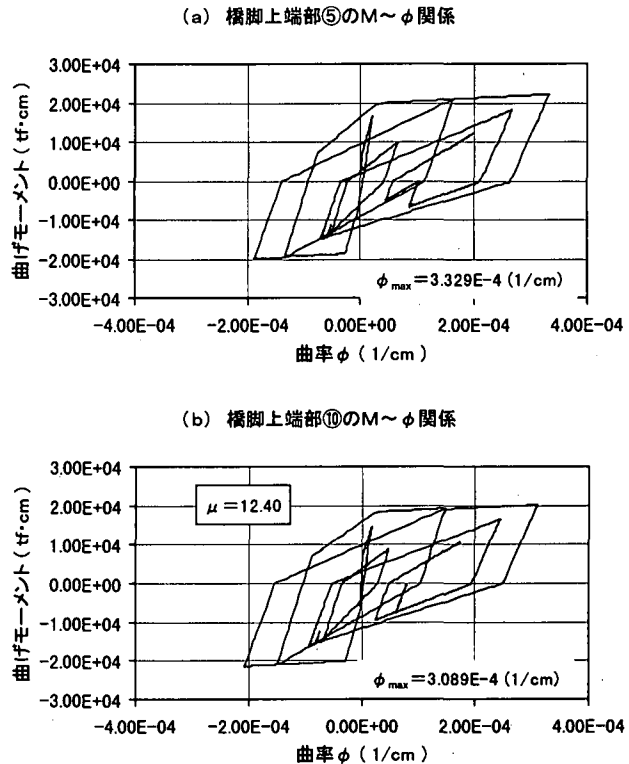


図-5.4.13 橋脚上端のM~φ関係

結果の精度はあまり高くないものと考えられる。柱中間部の慣性力により、曲げモーメント分布が複雑に変化する場合も同様であろう。このような場合、塑性変形が大きいと予測される部材を材軸直交分割法等により細かく分割する詳細な解析が必要である。

### (8) 構造（粘性）減衰の影響

構造（粘性）減衰のタイプを変えたケース 8, 9, 10 の最大応答の比較を図-5.4.14に示す。これらの減衰の特徴は、質量比例型は振動数に反比例する減衰、剛性比例型は振動数が増加するにつれて大きくなる減衰、レイレイ型は1次～2次の振動数間の減衰を設定できる減衰といえる。本解析では、1次(1.41Hz)の減衰定数をすべて  $h = 0.0496$  としており、これより高振動数側では、

質量比例型 < レイレイ型 < 剛性比例型の順に減衰が大きくなると考えられる。図-5.4.14の最大応答は、おおむねこの傾向を反映したものになっている。ただし、構造（粘性）減衰の影響は図-5.4.14に示した水平方向最大応答だけからは判断できない。一例として、図-5.4.15(a)にケース10（質量比例型）の水平方向加速度時刻歴を、同図(b)に鉛直方向加速度時刻歴を示す。図(a)には、比較のため基本ケースの加速度時刻歴も併記している。これらの図から、高振動数域での減衰が最も小さい質量比例型は、水平方向加速度にひげ状の高振動数成分が乗っていること、 $1000 \text{ cm/s}^2$  を越える鉛直方向加速度が生じており、解析精度はかなり低いものと考えられる。また、一般に上下動のモードは高振動数域で生じるため、剛性比例型減衰では上下動応答が過小評価されることにも注意が必要である。

構造（粘性）減衰の設定法には、ここで取り上げた質量比例型、剛性比例型、レイレイ型以外にも種々のものがある。剛性比例型にもケース3、ケース9で用いた初期剛性比例型と瞬間剛性（接線剛性）比例型がある。どの減衰が最良かについては、今後の研究成果によらなければならないが、弾塑性解析も含めた数値解析の安定性が高く、比較的広範囲の振動数域での減衰が設定できることから、ケース8のひずみエネルギー比例型レイレイ減衰が適しているものと考えられる。

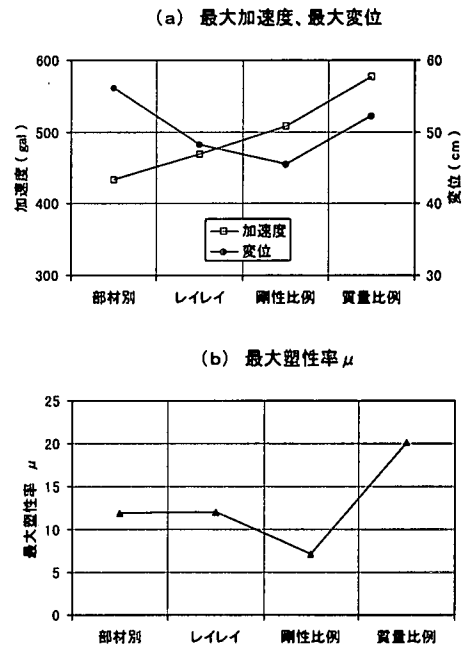


図-5.4.14 構造（粘性）減衰の影響

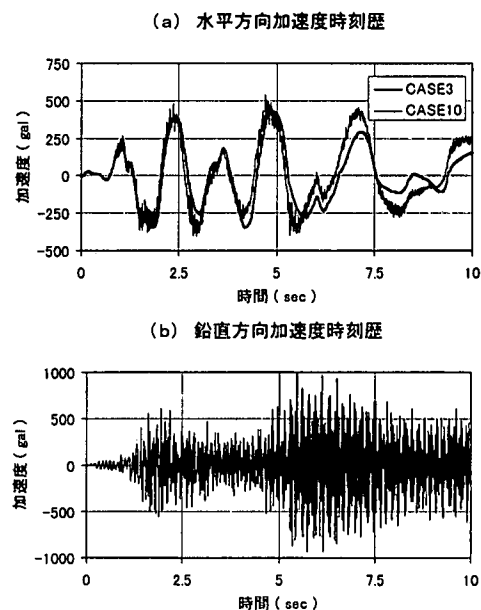


図-5.4.15 質量比例型の応答

(9) M～φ関係の履歴特性（ヒステリシス）の影響

M～φ関係の履歴特性を変えたケース11～14の最大応答を図-5.4.16に、橋脚頂部(⑤)のM～φ関係を図-5.4.17に示す。基本ケースに用いた武田モデルは、復元力の包絡線が同じであっても、最大変位とともに低下させる除荷剛性を加減することによって、1サイクル当たりの履歴減衰(エネルギー消費量)を変えることができる。この除荷剛性を調整するパラメーターが $\gamma$ であり、基本ケースにはRC部材のM～φ関係の履歴特性として一般的に広く利用されている $\gamma = 0.4$ を用いた。

ケース11(武田型 $\gamma = 0.0$ )は基本ケース( $\gamma = 0.4$ )に比べ、除荷剛性が大きく、履歴減衰が増加するという特徴がある。このため、図-5.4.16の最大応答では、加速度、変位とも若干低下している。ケース12(標準型)は、メイシング・タイプの履歴則で復元力特性を表したモデルで、損傷に伴う剛性低下が起こらず、ケース11よりさらに履歴減衰が大きいという欠点がある。このため、図-5.4.16の最大応答の低下も著しい。ただし、このケース12の残留変形は、図-5.4.18の変位時刻歴から分かるようにケース3と同程度であり、本構造系ではM～φ関係の骨格曲線を同一にすれば、履歴特性の違いは残留変形にはあまり影響しないようである。

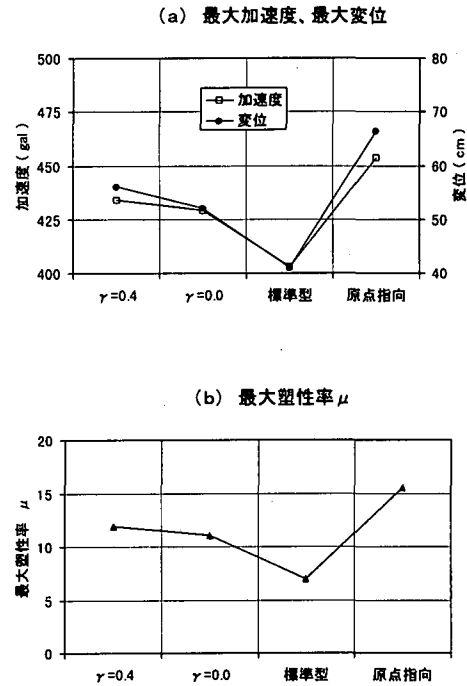


図-5.4.16 履歴特性の影響

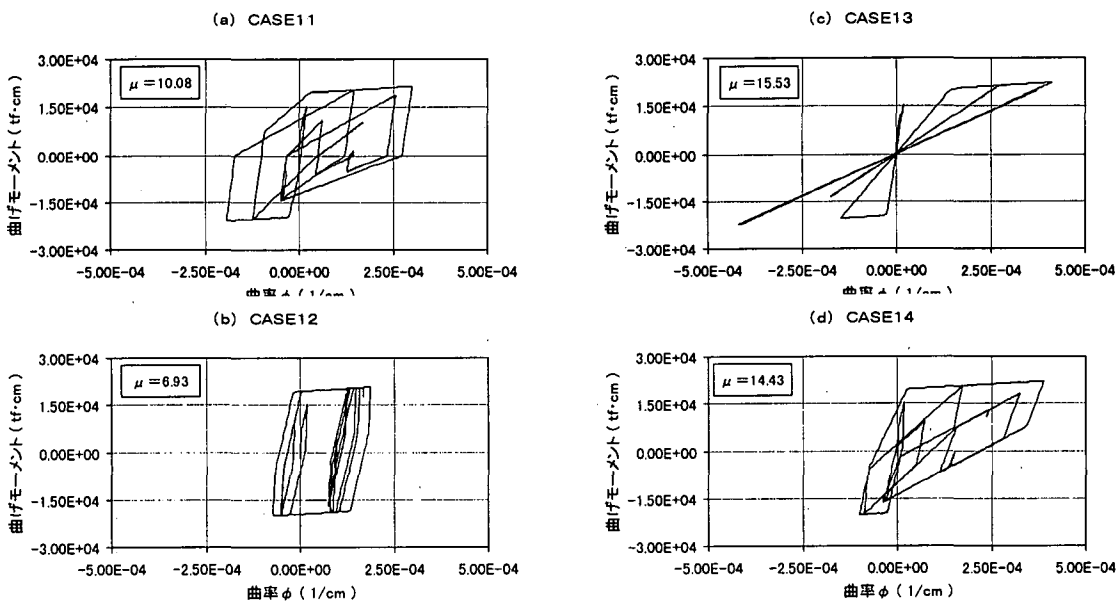


図-5.4.17 橋脚頂部(⑤)のM～φ関係

武田モデルにおいて、除荷剛性が最も大きいケース11 ( $\gamma = 0.0$ ) は、ケース12 (標準型) に近づくと考えられているが、図-5.3.16、図-5.4.17ではその違いはかなり著しい。これは、武田モデルにおいて最大変位とともに低下する除荷剛性の効果が大きいことを示している。

ケース13 (原点指向型) は、本来せん断変形が卓越する部材の復元力特性として用いられるモデルである。損傷とともに剛性が低下するというせん断挙動の特徴の一部をとえた簡単なモデルとして、耐震壁などに用いられている。このモデルは履歴減衰が小さく、図-5.4.16の最大応答では、加速度、変位とも大きく増加している。しかし、除荷時には原点に戻るため、図-5.4.18に示すように損傷に伴う残留ひずみがなく、残留変形まで含めて変形波形を再現する解析には適していない。

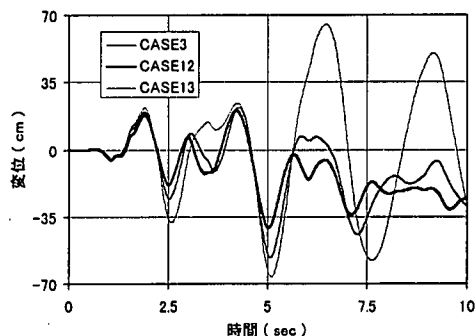


図-5.4.18 変位時刻歴

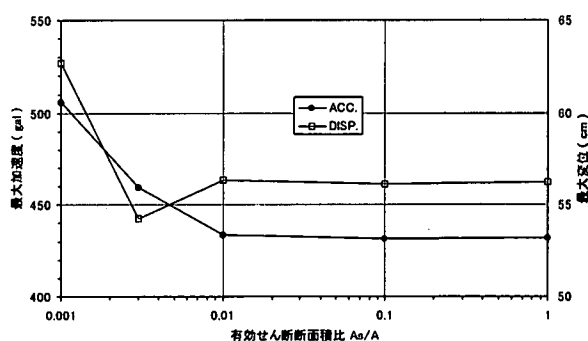


図-5.4.19 橋脚の有効せん断面積の影響

#### (10) 橋脚のせん断変形について

5.4.2 基本的解析条件で述べたように、本解析では部材のせん断変形は考慮していない。このことは、曲げせん断梁要素において、有効せん断面積  $A_s$  を  $\infty$  としたことに相当する。以下、表-5.4.1の解析ケースには示していないが、有効せん断面積  $A_s$  を変化させた解析から、橋脚のせん断変形について簡単な考察を行う。

図-5.4.19に橋脚の有効せん断面積比  $A_s/A$  を変えた場合の橋脚頂部の最大加速度、最大変位を示す。ここで、 $A_s/A = 1$  は、柱の全断面がせん断変形に有効とした場合で、基本ケースの結果とほとんど一致しており、その差は1%以下である。また、 $A_s/A = 0.01 \sim 1$  の間も、最大加速度、最大変位はほぼ一定であり、この間では、橋脚の曲げ変形が卓越し、せん断変形は無視できることを示している。一方、 $A_s/A < 0.01$  では最大応答が大きく変わり、この付近から橋脚のせん断変形が卓越してくる。

この結果は、数値解析的にはひび割れ後のせん断剛性  $GAs$  を塑性率  $\mu$ 、繰返し回数等の状態量に基づいて低下させることにより、曲げ変形からせん断変形への移行が表現できる可能性があることを示している。ここに、 $G$  はせん断弾性係数である。有限要素法による弾塑性解析では、ひび割れ後のせん断剛性は、一般に一定の低減係数、或いはひずみに依存した形で低下されており、現在、斜めせん断ひび割れが不安定に成長することによって生じるせん断破壊を表現する努力が続けられている<sup>5)</sup>。今後、実務耐震設計に比較的可取り入れ易い骨組み構造解析においても、曲げとせん断の連成についての検討が必要であろう。

#### 5. 4 . 5 まとめ

鉄筋コンクリート構造物の弾塑性（非線形）動的解析は、一般応力条件下での微小要素の構成式を評価したFEM解析と本文で採用した骨組み構造解析に分類できる。前者は、コンクリートの構成式としてDrucker-Pragerモデル、Kupferモデル、Ottosenモデル等を使用し<sup>10)</sup>、鉄筋の非線形性を線材でモデル化し、コンクリートとの付着等を評価することで、鉄筋コンクリートとしての全体的な挙動を詳細に表現しようとしたものである。この手法は、軸力と曲げの相関、2軸曲げの影響、曲げとせん断の連成等の複合荷重下の復元力特性が自動的に評価できるという利点があるが、ひずみ軟化を伴う強い非線形域の解析を行う限り、必然的に解の安定性の問題<sup>11)</sup>、収束計算の困難さを伴う。一方、後者は鉄筋コンクリート部材を線材としてモデル化したもので、実務耐震設計に比較的取り入れ易いという特徴がある。また、部材数の多いラーメン構造、上部構造・支承部も含めた橋梁全体構造等の解析を行う場合、この骨組み構造解析を使用せざるを得ない。

ここでは、骨組み構造非線形動的解析に影響を及ぼすと考えられる幾つかの要因を取り上げ、これらのパラメトリック解析から若干の考察を加えた。ここではとりあげなかったが、液状化を伴う地盤の剛性低下を評価した基礎構造のモデル化、複合荷重下での部材の復元力特性のモデル化、骨格曲線の負勾配域（ポストピーク域）での解析精度等にも注意を払う必要がある。

## 参考文献

- 1) 土木学会：動的解析の方法，第2、3章，1989年7月
- 2) 山田善一：耐震構造設計論，第2章，京都大学学術出版会，平成9年9月
- 3) (株)アーク情報システム：T-DAPⅢ機能解説書，1.7材料特性，1996年4月
- 4) 孫利民，林秀侃，幸左賢二，後藤洋三，大内一：非線形地震応答解析によるRC単柱橋脚の被災要因解析，構造工学論文集，Vol. 44A，1998年3月
- 5) 土木学会：動的解析と耐震設計ライフライン施設，第4巻，pp17-27
- 6) 田坂 広，浦田隆司，森尾 敏，三木英通，上阪欣司：鋼板巻立て工法によるRC2方向ラーメン橋脚の耐震補強設計例，橋梁と基礎，Vol. 31，No5，pp. 30-37，平成9年5月
- 7) (社)日本道路協会：兵庫県南部地震により被災した道路橋の復旧に係わる仕様の準用に関する参考資料(案)，平成7年6月
- 8) (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V耐震設計編，平成8年12月
- 9) (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説 IV下部構造編，平成8年12月
- 10) 土木学会コンクリート委員会：コンクリート技術シリーズ N021，構成モデル小委員会(301)成果報告書，平成9年，7月
- 11) 森尾 敏，日下部伸，安福規之，兵動正幸：三軸応力状態での飽和砂の不安定挙動の解析的検討，土木学会論文集，No. 499 /Ⅲ-28，pp. 157-165，平成6年9月
- 12) 前川宏一：有限要素法による鉄筋コンクリート非線形解析の数値計算上の特徴，コンクリート構造物の設計にFEM解析を適用するためのガイドライン，(社)日本コンクリート工学協会，1989.3