

## 6. 地上構造物（橋梁）の非線形動的解析法

兵庫県南部地震以後、各種の耐震設計基準が改訂され、非線形動的解析の必要性が増大し、各所で非線形動的解析を用いた耐震照査あるいは耐震設計が実施されている。非線形動的解析を合理的に実施するには、適切な精度を有する解析モデルの作成、解析目的に合致した非線形性状の選定等、解析手法と耐震設計基準をその詳細に立ち入って理解し、解釈・運用を弾力的かつ適正に行う必要がある。

本章は、土木地上構造物の中で最も多い構造体である道路および鉄道の橋梁に絞って、橋梁構造物の実務設計を担当する技術者が、解析方法の選定、解析モデルの作成、解析の実行、解析結果の見極めという一連の作業をする際に有用と考えられる事項を、解析事例を混じえて紹介したものである。

最初に、橋梁構造物の耐震設計における動的解析の位置づけ、各種動的解析法の特徴と適用範囲、および橋梁の耐震基準に記述された解析法、地震入力などについて述べる（6.1 耐震設計と動的解析）。

次に、非線形動的解析に用いる構造モデルの作成手法、解析結果を左右する解析モデル部材の各種非線形履歴モデルの選択、減衰の設定などを紹介した上、実務耐震設計に適した非線形動的解析の実施手順をまとめた（6.2 耐震設計における非線形動的解析）。

最後に、RC単柱橋脚とラーメン橋脚を対象とした解析例により ①直接積分法、収束計算に関する考え方； ②構造減衰の設定方法および解析結果に及ぼす影響； ③基礎、地盤モデル化の影響； ④解析モデル部材の非線形履歴特性、MN相関、有効せん断面積等の影響について記述した（6.3 動的解析例および解析結果の解釈）。

### 6.1 耐震設計と動的解析

#### 6.1.1 耐震設計における動的解析の位置付け

##### (1) 道路橋示方書<sup>1)</sup>

平成8年に改訂された「道路橋示方書・V耐震設計編」によれば、道路橋の耐震設計は、原則として震度法および地震時保有水平耐力法（節5.4.3）によって行うが、地震時の挙動が複雑な橋は、動的解析を行い、その結果を設計に反映させることとしている。

図-6.1.1は、道路橋の標準的な耐震設計の流れを示したものである。耐震設計で考慮する地震動は、橋梁の供用期間中に発生する確率が高い中規模程度の地震動（通称L1地震動）と橋梁の供用期間中に発生する確率が低いが大きな強度をもつ地震動（通称L2地震動）の2段階の地震動を考えると、それぞれ弾性域の耐震設計法である震度法と構造物の非線形変形性能を考慮した耐震設計法である地震時保有水平耐力法を用いて耐震設計を行う。震度法や地震時保有水平耐力法は、地震時の挙動が複雑ではない橋に対しては、実用上十分な精度で地震時の橋の挙動を簡便に表すことができる。このため、原則として震度法および地震時保有水平耐力法により耐震設計を行うが、特殊な形状、構造を有する橋などではこれらの簡便法の精度が不十分な場合があるので、このような地震時の挙動が複雑な橋に対しては、震度法や地震時保有水平耐力法によって耐震設計した結果を動的解析により照査することが要求されている。また、非線形性が複数箇所を生じる橋などで、地震時保有水平耐力法の仮定条件であるエネルギー一定則の適用性が限定される場合などは、動的解析結果に基づいて適切に耐震設計する必要がある。

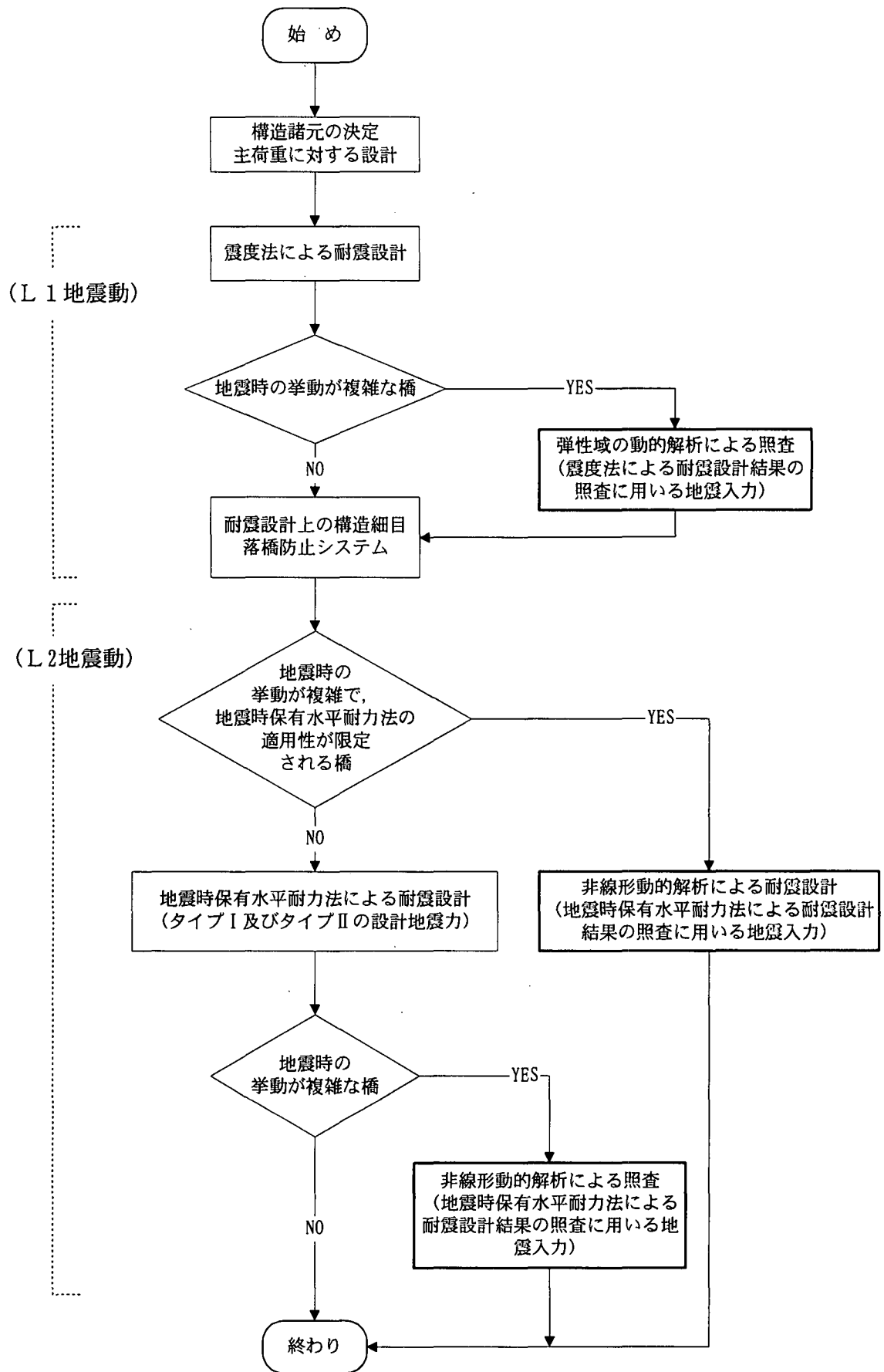


図-6.1.1 道路橋の標準的な耐震設計の流れと動的解析の位置付け

表-6.1.1は、地震時における橋の挙動の複雑度と耐震設計に用いる耐震計算法の関係を示したものである。平成2年の耐震設計編では、動的解析は、震度法により耐震設計した橋の安全性の照査を目的とし、弾性域における橋の地震時挙動の把握を主眼においていた。このため、平成8年の改訂では震度法の照査に加え、地震時保有水平耐力法で想定している地震力に対しても動的解析により橋の耐震性を照査することとされた。このような解析では、弾性域の解析だけではなく、部材の非線形性の効果も取り入れた解析を行う必要がある。

表-6.1.1 地震時の橋の挙動の複雑度と耐震設計に用いる耐震計算法

耐震計算法		橋の動的特性	地震時の挙動が複雑ではない橋	地震時の挙動が複雑な橋	
				静的解析が適用可能な場合	静的解析の適用性が限定される場合
静的解析	震度法		○	○	△ (構造寸法の設定としての適用)
	地震時保有水平耐力法		○	○	△ (構造特性に応じて適用を検討)
動的解析			-	○ (静的解析による耐震設計結果の照査)	○ (動的解析による耐震設計)
適用する橋の例			・右記以外の橋	・固有周期の長い橋(>1.5s) ・橋脚高さの高い橋(>30m) ・免震設計を採用された橋	・斜張橋, 吊橋 ・上・中路式アーチ橋

注) ○：耐震設計に用いる耐震計算法， -：一般に耐震設計に用いる必要のないもの，  
△：初期値寸法の設定や構造特性に応じて適用する耐震計算法

震度法や地震時保有水平耐力法では十分に地震時の挙動を表すことができない橋や地震時保有水平耐力法の適用性が限定される橋とは、一般に以下に示す場合である。

- 1) 震度法で耐震設計した結果を弾性域の動的解析で照査するのが望ましい橋
  - ①固有周期の長い橋 (1.5秒程度以上), または, 橋脚の高さが高い橋 (30m以上)
  - ②斜張橋, 吊橋
  - ③上・中路式アーチ橋
- 2) 地震時保有水平耐力法で耐震設計した結果を非線形動的解析により照査するのが望ましい橋
  - ①固有周期の長い橋, または, 橋脚の高さが高い橋
  - ②免震設計を採用された橋
- 3) 弾性および非線形動的解析により耐震設計する橋
  - ①斜張橋, 吊橋
  - ②上・中路式アーチ橋

また、コンクリートを充填しない鋼製橋脚のように構造部材の非線形履歴特性に基づくエネルギー一定則の適用性が十分検討されていない部材においても動的解析により耐震設計するのが望ましい。

さらに、次のような場合にも必要に応じて動的解析により耐震性を照査するのがよい。

- 1) 上下方向地震動の影響を検討する場合
- 2) 特殊な形状、構造の橋脚や上部構造を有する橋
- 3) 重量の大きく異なるけたとけたの間、または、けたと橋台の間の衝突を検討する場合
- 4) 従来採用事例のない新形式の橋

(2) 鉄道橋梁設計標準<sup>2)</sup>

平成10年の「鉄道構造物等設計標準・同解説 耐震設計（案）」によると、鉄道構造物の耐震設計は、基盤で設定した地震動を用いて、表層地盤の応答計算を行い、その地震動を構造物に入力して応答を求め、その耐震性能を照査することを基本とする。

構造物の応答値の算定法としては、土質調査に基づいて地盤種別を算定し、その地盤毎に設定してある地震動を用いて算定した所要降伏震度スペクトルや構造物と地盤の剛性を設定して作成したノモグラム等を使用して構造物の応答値を算定する簡易な非線形スペクトル法か地盤および構造物の時刻歴解析を行う詳細な時刻歴動的解析法を用いる（図-6.1.2）。非線形スペクトル法による耐震性能照査のフローは図-6.1.3に示している。

道路橋と同様に、鉄道橋耐震設計の設計想定地震動も、以下に示す2つのレベルの地震動としている。

- L1地震動：構造物の設計耐用期間内に数回程度発生する確率を有する地震動
- L2地震動：構造物の設計耐用期間内に発生する確率は低いが非常に強い地震動

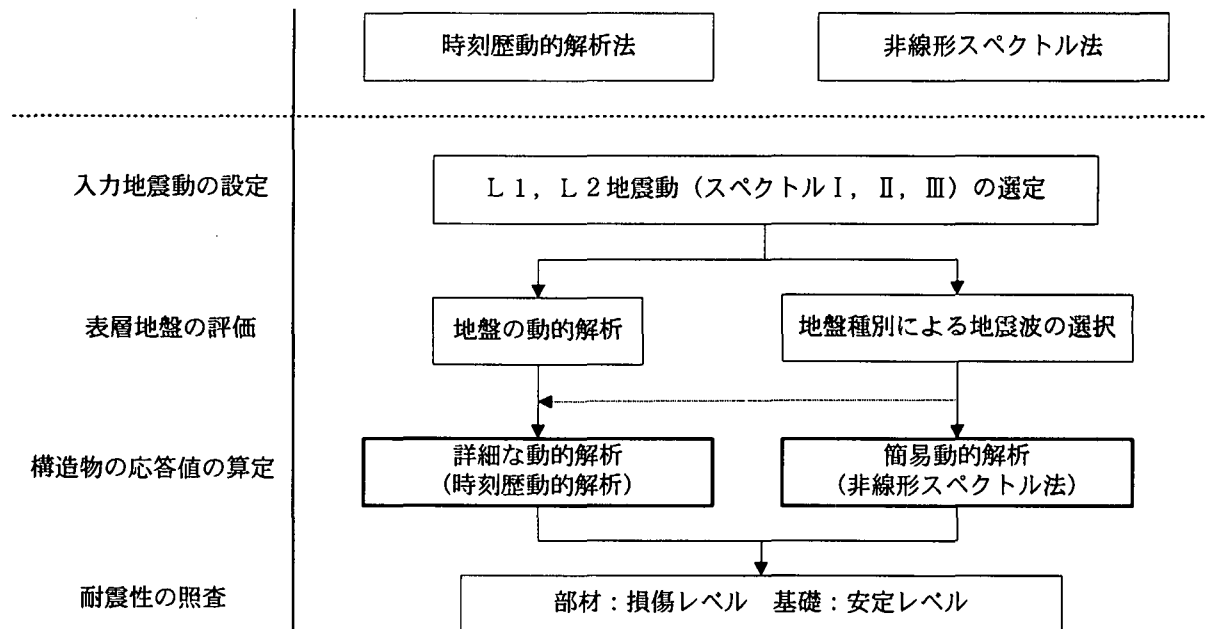


図-6.1.2 鉄道橋の耐震設計フローおよび動的解析の位置付け

L1地震動に対する応答値の算定は動的解析により求めるものとするが、構造物の剛性は線形として扱ってよい。また、形式などが一般的な橋梁や高架橋は1自由度としてモデル化して良いが、背の高い構造物、規模の大きい構造物あるいは複雑な形状を有する構造物等は、多自由度としてモデル化を行うのがよい。動的解析法としては時刻歴応答解析法を用いるのがよいが、剛性を線形として扱うので、応答スペクトル法を用いてもよい。

L2地震動では構造物の非線形性を評価して応答値を算定することとする。したがって、構造物を構成する部材の耐力や変形性能を精度よく算定する必要がある。また、その履歴性状についても設定しなければならない。橋梁や高架橋の応答値の算定は動的解析法を主体とするが、一般的な構造の橋梁や高架橋は、あらかじめ構造物の履歴性状および許容される塑性率を設定して動的解析により作成した所要降伏震度スペクトルなどを用いてよい。また、多径間連続橋や長周期の構造物、新形式の橋梁などでその挙動が1自由度系で表現できない構造物については多自由度動的解析とする。

橋梁および高架橋においては、振動モードが比較的単純で、かつ塑性ヒンジの発生箇所が明らかな場合は、非線形スペクトル法により応答値を算定してよい。そうではない場合、時刻歴動的解析法により行うものとする。時刻歴動的解析法は、構造物の地震時挙動を合理的に表現しうる方法であるが、未解明な点が多いので、その適用にあたってはモデル化等十分に検討することが必要である。

### 6.1.2 動的解析法<sup>3,4)</sup>

地震動などの動的外乱が構造物に作用する場合、構造物の振動は一般に多自由度系の運動方程式で表される。動的解析に用いられる応答計算を大別すれば、固有振動数や振動モードで代表される振動系の特性値の解析と、外乱に対する振動系の応答解析に分類される。前者は固有値解析によって計算されるが、後者は運動方程式を解く方法としてモード解析法、応答スペクトル法及び直接積分法などがある。本節では後者の各解析法の特徴と適用範囲を簡単にまとめ、さらに道路橋、鉄道橋の耐震設計基準の中に記述している解析法も簡単に紹介する。

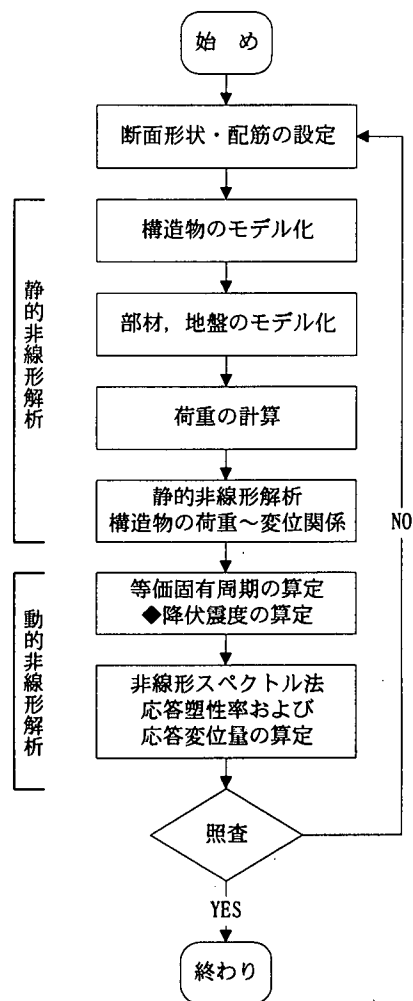


図-6.1.3 非線形スペクトル法による耐震性能照査フロー

### (1) モード解析法

多自由度系の運動方程式を直接解くことは多大な時間を要することになる。従って、線形振動の場合振動特性を考慮した効率的な方法が一般に用いられる。即ち非減衰時の固有値解析を行い、その結果を利用する。

固有値及び固有ベクトルの結果を用いると、運動方程式は各次振動の方程式に分解することができる。この場合問題となるのは減衰マトリックスの対角化である。一般に減衰マトリックスが比例系であれば、非減衰時の固有ベクトルであるモーダルマトリックスを用いて減衰マトリックスは対角化させる。各時刻における入力地震動が与えられると、分解された各自振動モードの応答は1自由度と同様に後で述べる Newmark- $\beta$ 法などの直接積分法を用いて求められる。一般化座標での応答が得られると、モーダルマトリックスによる変換を行うことにより任意の節点での応答を求めることができる（節 2.4.3を参照）。

### (2) 応答スペクトル法

振動系が線形で、定常的な外乱が作用するとき、外乱や応答の時間領域は常に周波数領域と対応づけることができる。振動数解析では、これら領域間の対応関係を利用して解析が行われることが多い。構造物に作用する定常的な外乱は、一般に調和波の重ねせで表すことができるから、線形系である限り応答に関しても周波数領域での重ねせが可能となる。

応答スペクトルはある地震動に対する一自由度系の最大応答を固有周期、減衰係数をパラメータとして示したものであり、加速度応答スペクトル、速度応答スペクトル、変位応答スペクトルとして表される。耐震工学において応答スペクトル法は最も広く利用されている方法の一つである。応答スペクトルの適用においてはモード解析により各次振動に分解する必要がある。各次振動モードに対する応答を応答スペクトルから求めると、振動系の最大応答を合成できる。ただし、この応答値は直接地震応答解析に比べて大きな値を与える。このため各次モード応答の二乗和平均応答を用いる方法等により応答の精度を増やすような合成手法が試みられている。

一方、構造物の耐震設計においては、地震時の構造物がある程度弾塑性領域に入ることを許容する場合がある。こうした設計理念の表現に便利のように構造物の弾塑性応答を応答スペクトルとして表したものを、弾塑性応答スペクトルという（節 2.3.4, 5.4.2を参照）。鉄道橋の設計標準にはこの方法が用いられている。

### (3) 直接積分法

地震動を受ける構造物の動的応答は質量、剛性、減衰によって異なったものとなる。構造物は一般に多自由度系として表され、その運動方程式は二階の線形微分方程式として表される。この運動方程式の解は任意の時刻における入力を与えられると、直接積分法を用いて解くことができる。一般に地震動は不規則な特性を有しており、数学的な形で解を得ることはできないので、Newmark- $\beta$ 法などの数値解析的な方法が用いられる。

#### (4) 各解析法の適用範囲

以上紹介した動的解析法では、一般にモード解析法と応答スペクトル法は線形問題に、直接積分法は非線形問題に適用することが多い。設計検討など最大応答値のみに関心がある場合、応答スペクトル法がよく用いられる。最大値のほか応答の時刻歴にも関心がある場合、モード解析法や直接積分法などの時刻歴動的解析法が適用される。

複雑の系を解析する際、方法論として、①問題を直接解くのを避け、まず複雑な問題を分解して単純化する；②単純化された問題を個々に解析して結果を求めた後、求められた結果を集約して原問題の解とする、いわゆる重合せ手法をよく利用する。動的解析の分野では、モード解析法は構造物応答をモード毎に、応答スペクトル法は応答の周波数成分毎に分解して応答を求め再び結果を合成する。このような手法は重合せの考え方に基づいている。しかし、この手法を適用するには一つ重要な条件がある。すなわち、対象系は線形でなければならない。非線形の問題になると、この仮定条件が崩され、他の手法を利用しなければならない。

#### (5) 道路橋示方書に示された方法<sup>1)</sup>

また、道路橋示方書では、地震時保有水平耐力法による耐震設計結果の照査に用いる動的解析法として通常非線形動的解析法以外に以下の方法を示している。

- 1) 等価線形化法を用いた線形動的解析：非線形域に入る部材を等価線形化法の考え方に基いて線形部材にモデル化して解析する方法である。
- 2) 線形解析と地震時保有水平耐力法を組み合わせた方法：非線形域に入る部材を降伏剛性を有する線形部材としてモデル化し、線形解析から得られた最大応答値をもとに、地震時保有水平耐力法に基づくエネルギー一定則を用いて非線形応答を求める方法である。

耐震設計結果の照査には、必ずしも常に非線形動的解析を行う必要がないので、解析目的に応じて、等価線形化法を用いた線形動的解析や線形動的解析と地震時保有水平耐力法を組み合わせた方法などを適切に用いて耐震性を照査するのがよい。

#### (6) 鉄道橋設計標準に示された方法<sup>2)</sup>

鉄道橋設計標準では、通常動的解析法その他、所要降伏震度スペクトルや構造物と地盤の剛性を設定して作成したモノグラム等を使用して構造物の応答値を算定する簡易な非線形スペクトル法を用いることとしている。非線形スペクトル法の詳細概念については節2.5.3の弾塑性応答スペクトルを参照されたい。

### 6.1.3 動的解析の地震入力

時刻歴応答解析に用いる地震入力としては、架橋地点で観測された地震記録を用いるのが望ましいが、一般にはそのような記録は得られないのが普通である。従って、道路橋示方書の動的解析では、地震動の強度、周期特性、継続時間、ならびに橋の固有周期、減衰定数などを考慮して既往の代表的な強震記録を道路橋示方書耐震設計編に規定する加速度スペクトルに近い特性を有するように振動数領域で振幅調整した強震記録を用いることを

原則としている。地震入力は、原則として耐震設計上の地盤面において与えるものとし、その振幅は地域補正係数と減衰定数別補正係数で補正したものである。なお、動的解析に用いる加速度波形としては、一般に1波形だけではなく、3波形程度用い、入力地震動に対する動的解析結果の平均値を用いて耐震性を照査するとしている。

一方、鉄道橋の耐震設計に用いる設計地震動は、鉄道橋設計標準の規定に基づいて、L1地震動とし2地震動を耐震設計上の基盤面で設定し、その基本特性は弾性加速度応答スペクトルで規定するものとしている。設計地震動を規定するに当たっては建設地点の地震活動度、断層情報、地盤条件および既往の地震観測結果等を考慮することとされている。また、動的解析に用いる時刻歴入力地震波は、地震動の振幅特性のみではなく、その位相特性に影響する地震動の非定常性も考慮して、設計地震動の弾性応答スペクトルに適合させて算定させることを原則としている。地上構造物と地盤を分離してモデル化し動的解析を行う場合、まず、地盤の特性および土～基礎の相互作用を考慮して動的解析を行い、耐震設計上の地盤面の応答地震波、即ち、上部構造物の入力地震動波形を算出するとしている。

## 6.2 耐震設計における非線形動的解析

### 6.2.1 構造モデル手法<sup>5,6)</sup>

橋梁等構造物の非線形動的解析は適用する構造モデルによって結果が異なる場合もあるため、検討内容に応じた適切な精度を有するモデルを作成する必要がある。

構造物のモデルには質点系モデル、フレーム系モデル、有限要素モデル等がある。実務設計において構造系は図-6.2.1に示すようなフレームとしてモデル化されることが多い。フレームでモデル化する場合、表-6.2.1に示すような部材モデルが存在し、検討目的に合わせて適用される。

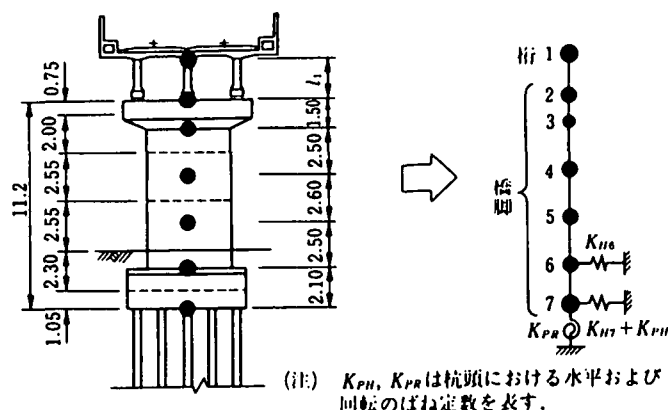


図 - 6.2.1<sup>7)</sup> フレーム系モデル

支承や落橋防止工についても、必要に応じてばねとしてモデル化される。これらの部材で使用される履歴復元力特性にも様々なモデルが存在し、これらが結果に与える影響は大きい。また構造物の減衰をどのように設定するかによっても結果が大きく異なってくる。

下部構造のモデル化では地盤の取扱いが重要である。地盤は構造物に地震動を伝える媒体であると同時に構造物を支持する役目を果たしており、構造物と地盤は密接な関係にある。構造物は地盤から地震動を受けるとともに、構造物の運動が地盤へとフィードバックされることから、構造物と地盤は連成した振動系を構成し、互いの動特性の影響を受けることになる。

動的相互作用を考慮するには、杭基礎を弾性床上の梁と考える方法、杭基礎を多質点系へと置換する方法（図-6.2.2）、弾性波動論による方法、有限要素法による方法（図-6.2.3）、有限要素と境界要素のハイブリッドによる方法を適用する必要がある。



橋梁の全体系モデル(図-6.2.4)を対象とする場合は、固有振動特性を考慮してモデル化する必要がある。質点の分割数を設定すると、動的解析で考慮する固有振動モードが決定されることになる。幾つかの質点分割数のもとで地震応答を計算し、その解の収束性を確認した上で耐震設計に用いる解析モデルの質点分割数を定めるのが良いとされている。しかし、長大橋梁を除けば、あまり多くの高次モードまでを考慮する必要はない。上部構造では、橋軸方向の質点は各径間の中央に集中させて良く、鉛直方向や橋軸直角方向の質点に関しては、鉛直たわみや横たわみに関する対象と逆対象の固有振動モードがそれぞれ2次まで(計4個)得られる程度で良い。橋脚は、高さにもよるが、橋脚に関する固有振動モードが2次まで(計2個)得られる程度で良い。基礎に関しては、水平と回転の2自由度(2質点、杭基礎はフーチングの質量をモデル化)を考慮すれば良い。

動的解析によって得られる値はこれらの構造系モデル1つをとってみても大きく変化するため、実際の設計等に用いる場合には、その結果はあくまで設定したモデル固有の結果であることを認識しておく必要がある。

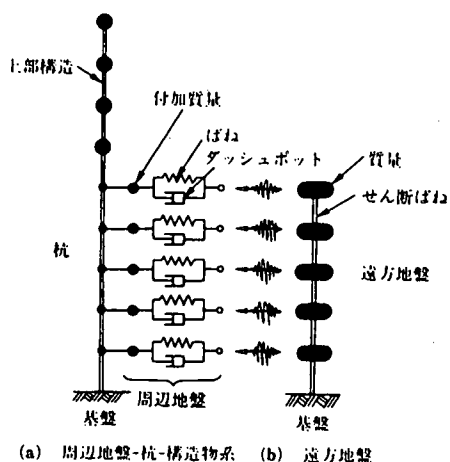


図-6.2.2<sup>7)</sup> 多質点系モデル

せん断系モデル	構造物の剛性を各層の層せん断力と層間変位の比であるせん断ばね定数で表すものであり、橋梁構造物では上部構造慣性力作用位置における橋脚躯体の荷重-変位関係を用いることが多い。この荷重-変位関係は、断面の限界状態の曲率を高さ方向に積分することにより決定される。
材端ばねモデル	部材に沿った塑性変形をすべて材端における弾塑性ばねの回転モデル化し、両端の塑性ばねに挟まれた中央に関して弾性変形のみを考慮するモデル。この塑性ばねはモーメント-回転角関係を材料非線形として与えておく。弾性応力に伴う主筋の抜け出しなどを考慮する場合には、この塑性ばねに弾性剛性を与えておく。
材軸直交分割モデル	部材の弾塑性関係を、部材中央などの断面のモーメント-曲率関係を用いて表すモデルである。断面中央部以外にもモーメント-曲率関係を設定することで、より精度の高い弾塑性挙動を表すことができる。軸力変動を考慮する場合には、別途NM相関関係を設定する必要がある。
ファイバーモデル	ファイバーモデルは、断面を多数のファイバー要素に分割し、コンクリートおよび鉄筋の応力-ひずみ関係を用いて曲げおよび軸剛性の非線形を扱うモデルである。このことより、直接軸力とモーメントの連成を考慮できる特徴を持つ。またこのモデルのみでは直接せん断変形を考慮することはできない。
有限要素モデル	連続体として構造物をモデル化する。梁部材の解析に連続体要素を用いることは、特別な場合を除いては行われぬ

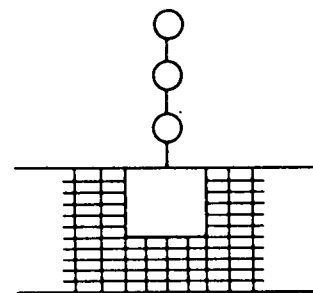


図-6.2.3<sup>7)</sup> 有限要素法モデル

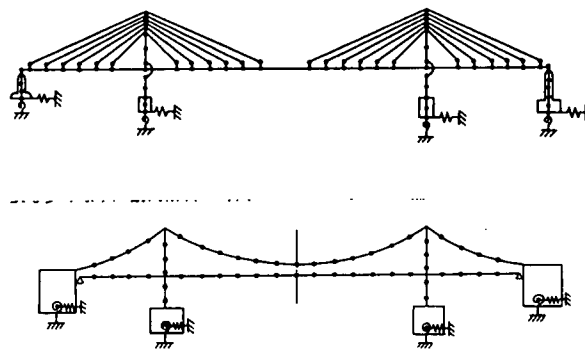


図-6.2.4<sup>7)</sup> 全体系モデル

## 6. 2. 2 非線形材料モデル

構造力学における主な非線形問題には、応力-ひずみの構成関係式に由来する材料非線形性と、変位-ひずみ関係式に由来する幾何非線形性がある。ここでは、材料非線形について述べる。

多くの材料では、通常0.1%のオーダー以上にひずみが大きくなると比例的な応力-ひずみ関係を失われ、材料非線形性を考慮した解析が必要となる。材料非線形という言葉を広義に解釈すれば、土木構造物に関しては以下の場合が考えられる。①非線形弾性：降伏点に達するまでの土質材料及びコンクリート、ゴム；②弾塑性：金属、土質材料、コンクリート；③粘弾性：プレストレストコンクリート、プラスチック；④クラック、損傷による剛性の変化：鉄筋コンクリート；⑤剥離、接触、すべり：ガタを有する支持構造、衝突、基礎-地盤の連成など非線形を伴う動的解析は、増分形の運動方程式を陰解法（例えば、Newmark- $\beta$ 法）による直接積分で行うのが通常である。

### (1) 非線形材料の履歴モデル<sup>8)</sup>

土木構造物の耐震性を検討するにあたって、実験的に求められた履歴特性または設計基準に規定されている方法で求められた履歴特性を用いて動的解析を行うのが望ましい。実験的には、応力-ひずみ関係、部材の力-変位関係、骨組構造の力-変位関係など種々のレベルで行われ、その履歴特性が得られている。それらを用いて動的解析する際、部材の非線形剛性マトリックスを作成するには、モデル化が必要である。履歴特性としては種々のモデルが提案されているが、次に示すものが代表的である（図-6.3.5-15）<sup>8)</sup>

#### ① 非線形弾性モデル

応力-ひずみ関係は非線形ではあるが、除荷するとひずみが完全に復元する。すなわち、エネルギーを吸収せず弾性特性を持っている。ここで紹介する履歴モデルはこのモデルを除けばすべて弾塑性モデルに区分される。

#### ② バイリニア、トリリニア型（移動硬化）モデル

最も古典的な履歴モデルである。バイリニア型モデルは初期剛性と第2剛性、トリリニア型モデルは初期剛性、第2剛性と第3剛性を持つのが特徴である。一般には荷重増大につれ剛性が順次低下していき、除荷する場合も初期剛性、第2、第3剛性の順で剛性が変化する。

#### ③ 武藤、深田、武田（バイリニア、トリリニア）モデル

鉄筋コンクリート部材の曲げ変形に適用するが多い。実験に基づいて提案されている。トリリニア型の場合はスケルトン曲線の二つの折り点が鉄筋コンクリート部材のひび割れと鉄筋降伏の発生時点に対応でき、物理的な意味を持つのが特徴である。また、除荷時の剛性低下現象を表現できる。

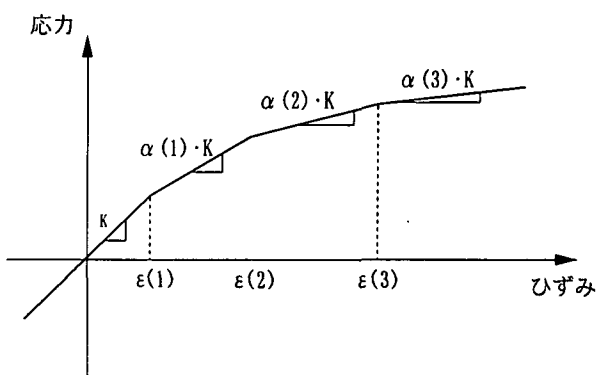


図-6.2.5 非線形弾性モデル<sup>8)</sup>

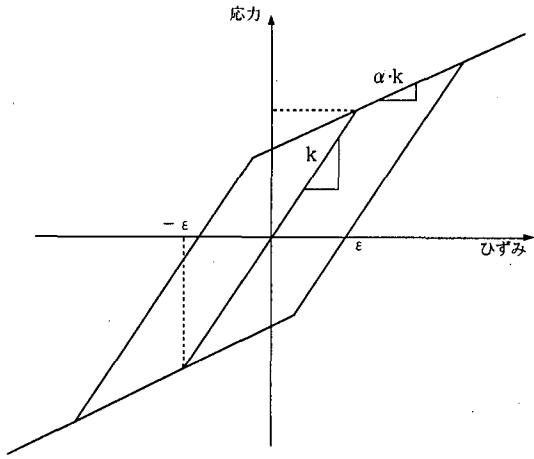


図-6.2.6 バイリニアモデル<sup>8)</sup>

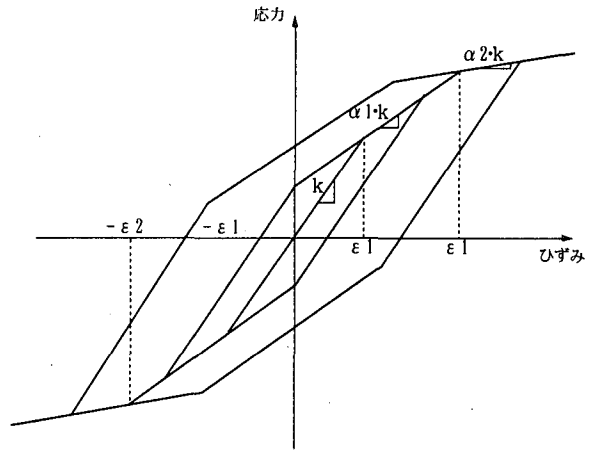


図-6.2.7 トリリニアモデル<sup>8)</sup>

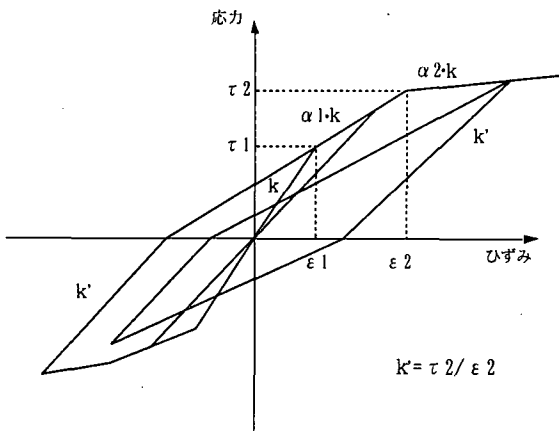


図-6.2.8 武藤モデル<sup>8)</sup>

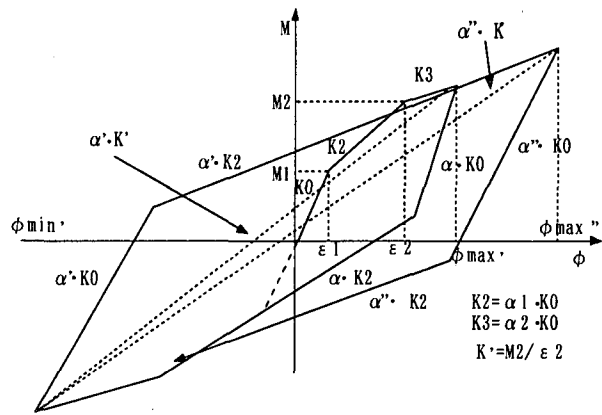


図-6.2.9 深田モデル<sup>8)</sup>

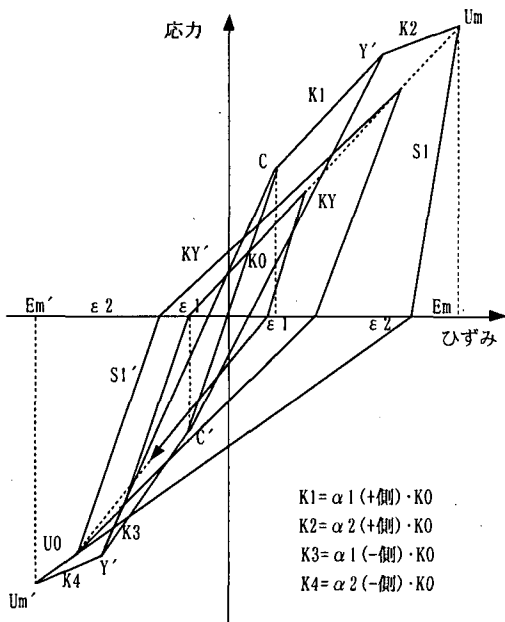
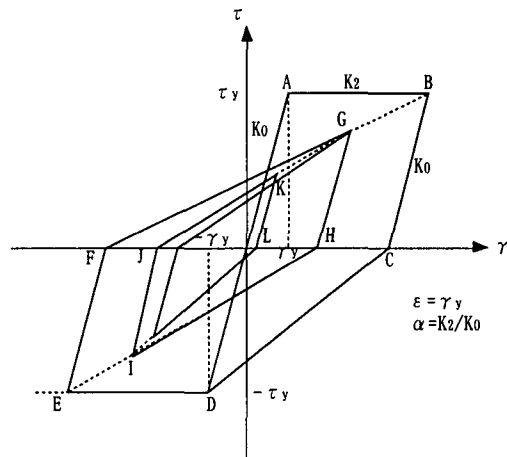


図-6.2.10 武田(トリリニア)モデル<sup>8)</sup>



内部ループの挙動において、 $\gamma$ 軸に交差した後、目指す点は最も外側の内部ループの最大ひずみを与える点となります。

(例) 内部ループG-H-E-Fにおいて、J-Kの直線はGの点を目指しています。

図-6.2.11 武田(バイリニア)モデル<sup>8)</sup>

④ 原点指向型，スリップ型モデル

原点指向型は履歴エネルギーの吸収が小さいせん断破壊型の部材の非線形特性に適している。スリップ型モデルは土質材料と基礎構造物の相互作用によく用いられる。

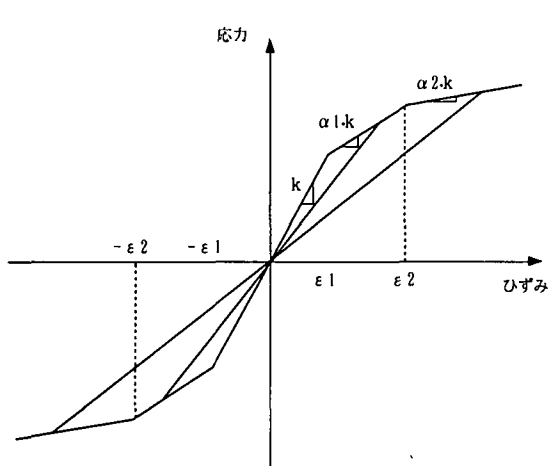


図-6.2.12 原点指向型モデル<sup>8)</sup>

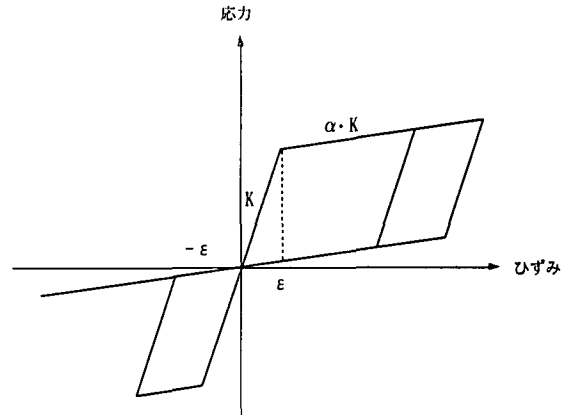
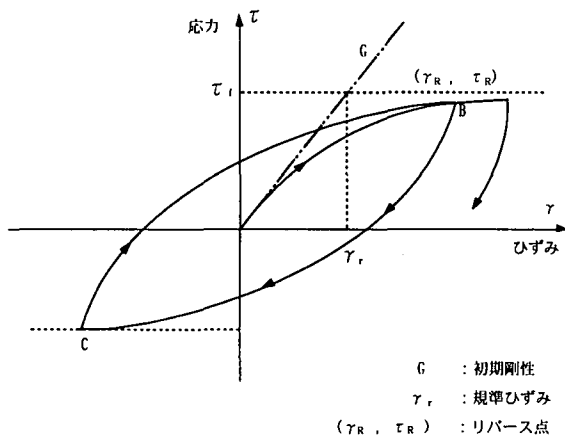


図-6.2.13 スリップ型モデル<sup>8)</sup>

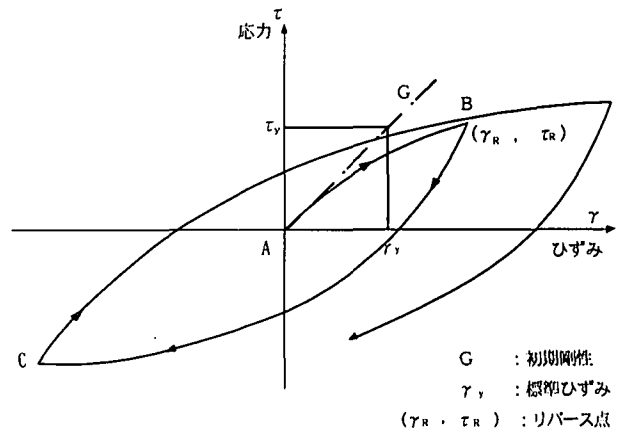
⑤ 修正 Hardin Drnevich (HD), 修正 Ramberg Osgood (RO) 型モデル

応力-ひずみ曲線は①～④のような折り線ではなく数学式で表現できる曲線である。土質材料の非線形モデルによく用いられる。



G : 初期剛性  
 $\gamma_r$  : 規準ひずみ  
 $(\gamma_R, \tau_R)$  : リバース点

図-6.2.14 修正 Hardin Drnevich モデル<sup>8)</sup>



G : 初期剛性  
 $\gamma_y$  : 標準ひずみ  
 $(\gamma_R, \tau_R)$  : リバース点

図-6.2.15 修正 Ramberg Osgood モデル<sup>8)</sup>

(2) 履歴モデルの設定

本来なら，履歴モデルは実験結果により設定されるべきものである。しかし，一般的な耐震設計のために非線形動的解析を行う場合の履歴モデルは，構造形式，部材断面形状，材料特性などの情報から算出されなければならない。一般に履歴モデルのスケルトン曲線は静的弾塑性理論を用いて計算することが多い。履歴特性を正確に表現するには，適切な

履歴モデルを選択するのが重要である。しかし、現状ではそれを既存知識と経験に頼る場合が多い。土木構造物において最も利用されている鉄筋コンクリート材料については、すでに多数の研究が行われ、材料の履歴特性に関するデータの蓄積がかなりあると言えよう。一方、新しい材料あるいは構造形式の履歴モデルを設定するには実験が不可欠である。

示方書などでは構造材料の弾塑性特性についての計算法が示されており、これを参考にして履歴モデルの設定を行う場合が多い。ただし、各計算法の仮定条件を十分に理解した上、併せて動的解析の着目点を考慮して履歴モデルを設定することが重要であろう。

また、部材レベルでも、2軸曲げ、せん断力の影響、軸力の影響などについての検討が必要な場合がある。これらの一部については節 6.3 の動的解析例を通じて紹介する。

### 6.2.3 動的解析の実施手順

動的解析を行う際、まず、解析対象の特徴と解析目的に応じて適切な解析法を選定することが重要である。図-6.2.16には本章で紹介した動的解析法の選定フローを示す。

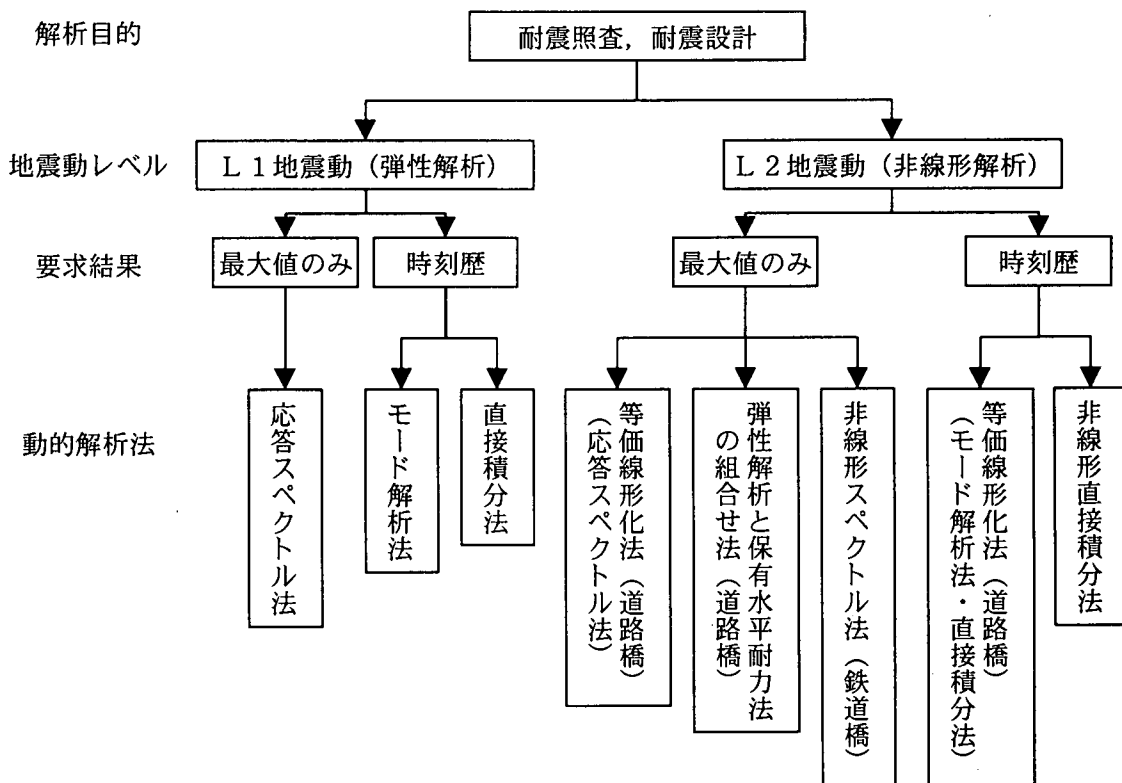


図-6.2.16 動的解析法の選定フロー

道路橋示方書および鉄道橋設計標準では、L1地震動に対しては弾性域の動的解析を、L2地震動に対しては非線形動的解析を行うことを原則としている。非線形動的解析では、解析精度のよい直接積分法のほかに、道路橋の耐震設計または照査では等価線形化法や弾性動的解析と地震時保有水平耐力法の組合せた方法が提案されている。鉄道橋の耐震設計の地震応答の算定にも、簡便法として、非線形スペクトル法が提案されている。

動的解析用の構造モデルは構造形式と解析の着目点などによって、単純な1自由度系か多自由度系モデルにすることになる。図-6.2.17のように、一般形式の橋梁では、1自由度系でモデル化するのがよいが、その場合、モデルが解析対象の周期特性や非線形動的解析の場合の部材の非線形特性を表せるように剛性や非線形履歴特性を設定するのが重要である。多自由度系モデルの場合、橋の応答に主たる影響を与える振動モードを想定して必要な節点数でモデル化すればよいが、塑性ヒンジの発生を予測する部材には必要に応じて節点を加緊する必要がある。

図-6.2.18は非線形時刻歴動的解析のフローを示す。非線形の動的解析においては、いきなり非線形動的解析を行うのではなく、その前、まず固有値解析や弾性域の動的解析を行い、構造の弾性域の動的特性を把握する。それと同時に、弾性解析の結果から、作成した構造モデルが適切かを判断して、必要があれば、モデルを修正して非線形動的解析作業に移行する手順が望ましい。

図-6.2.18は非線形時刻歴動的解析のフローを示す。非線形の動的解析においては、いきなり非線形動的解析を行うのではなく、その前、まず固有値解析や弾性域の動的解析を行い、構造の弾性域の動的特性を把握する。それと同時に、弾性解析の結果から、作成した構造モデルが適切かを判断して、必要があれば、モデルを修正して非線形動的解析作業に移行する手順が望ましい。

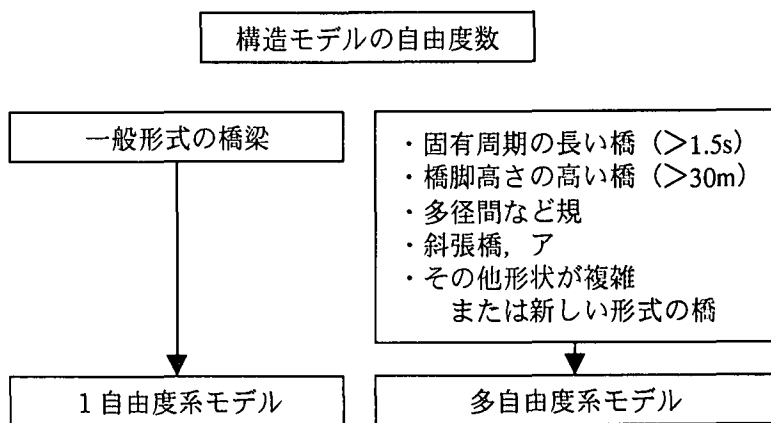


図-6.2.17 構造の複雑度とモデルの自由度数の関係

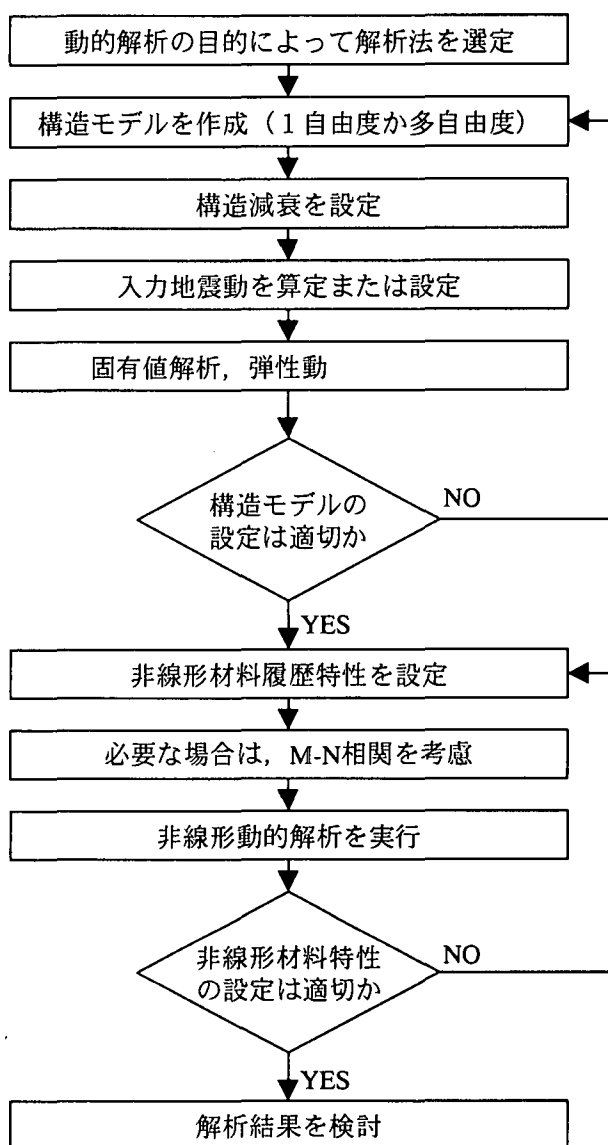


図-6.2.18 非線形時刻歴動的解析のフロー

### 6.3 動的解析例及び解析結果の解釈

#### 6.3.1 T型単柱橋脚

ここでは道路橋の2種地盤における標準的な橋梁を取り上げ、地震時保有水平耐力法（以下、保耐法）と非線形動的解析による照査の比較を行う。

当該橋梁は道路橋示方書・同解説V耐震設計編<sup>1)</sup>（以下、道示）の震度法により設計されたものであるが、2種地盤における橋脚のタイプII地震動において、保耐法では  $P_a < k_h e \cdot W$  で危険と判定され、非線形動的解析では  $\mu a > \mu$  で安全と判断された。ただし、 $P_a$  は地震時保有水平耐力、 $k_h e$  は等価水平震度、 $W$  は等価重量、 $\mu a$  は許容塑性率、 $\mu$  は塑性率である。

#### (1) 対象橋脚

検討対象橋脚を図-6.3.1示す。橋脚は2種地盤における標準的な橋梁で、震度法により設計されたものである。水平震度は、 $k_h=0.25$  である。上部構造は6径間連続鋼鈹桁橋（地震時水平力分散構造）、支間長は  $35\text{m} \times 6$  径間、全幅員は  $20.25\text{m}$ 、支承はゴム支承（タイプB）、下部構造形式は張出し式RC橋脚である。

基礎は場所打ち杭基礎（ $\phi 1.5\text{m}$ ）で  $L=20\text{m}$ 、 $n=9$  本である。表-6.3.1に地盤条件を示す。

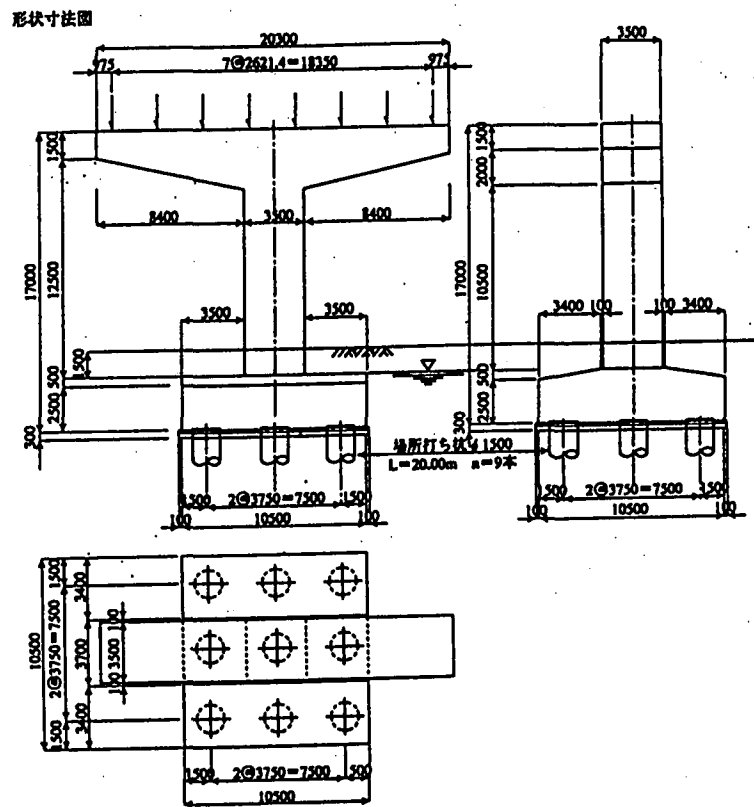


図-6.3.1 対象橋脚の形状・寸法

#### (2) 保耐法による照査

保耐法による橋軸直角方向断面の照査結果を表-6.3.2に示す。保耐法では、タイプI地震は安全、タイプII地震は  $P_a < k_h e \cdot W$  で危険と判定された。残留変形については、タイプI、IIとも安全と判定された。

表-6.3.1 地盤条件

層番号	層厚 (m)	土質	平均N値	単位重量 ( $\text{kN}/\text{m}^3$ )	ポアソン比	変形係数 ( $\text{Mpa}$ )
1	4.00	砂質土	10	17.6	0.5	102.6
2	7.90	粘性土	6	15.7	0.5	101.4
3	5.50	砂質土	15	17.6	0.5	134.5
4	3.50	砂質土	20	18.6	0.5	172.0
5	2.00	砂質土	35	18.6	0.5	249.8
6	5.00	砂質土	50	18.6	0.5	316.9

#### (3) 非線形動的解析による照査

非線形動的解析による照査は、保耐法において危険と判定された2種地盤のタイプII地震について実施した。なお、2種地盤のタイ

プ I 地震は保耐法と非線形動的解析による照査結果は一致し、両者とも安全と判定された。

表 -6. 3. 2 地震時保有水平耐力法による照査結果

2種地盤	地震時保有水平耐力	
	タイプ I ( $\alpha=3.0$ )	タイプ II ( $\alpha=1.5$ )
終局水平耐力 $P_u$ (kN)	7419.0	7424.0
せん断耐力 $P_s$ (kN)	20147.8	20928.9
破壊形態の判定	曲げ破壊型	曲げ破壊型
地震時保有水平耐力 $P_a$ (kN)	7419.0	7424.0
	地震時慣性力	
許容塑性率 $\mu_a$	1.79	4.31
設計水平震度 $K_{hc}$	0.85	1.75
等価水平震度 $K_{he}$	0.53	0.63
等価重量 (kN)	13419.1	13419.1
地震時慣性力 $K_{he} \cdot W$ (kN)	7111.9	8454.5
地震時保有水平耐力の照査判定	$P_a > K_{he} \cdot W$ 安全	$P_a < K_{he} \cdot W$ 危険

i. 解析条件  
a. 解析モデル

対象橋梁の橋軸直角方向解析モデルを図 -6. 3. 2 に示す。フーチング上部の橋脚部分 (10.5m) を tri-linear 型の曲げモーメント～曲率 ( $M \sim \phi$ ) モデルで表現し、他の要素は剛部材としている。

$M \sim \phi$  モデルは材軸直交分割要素 (3分割) で表現し、履歴特性は RC 部材の曲げ履歴として一般的に広く利用されている武田モデル ( $\alpha = 0.4$ ) を用いた。 $M \sim \phi$  関係は軸力の影響により各要素で僅かづつ異なるが、最下段要素の  $M \sim \phi$  関係を図 -6. 3. 3 に示す。

図 -6. 3. 2 において、上部工重量は最上段質点で評価され、この上部工質点、橋脚張り出し部質点、フーチング部質点では回転慣性を考慮する。基礎は道路橋示方書 IV 下部構造設計編<sup>9)</sup> に基づくスカラー・バネでモデル化し、フーチング下面で等価な変位を与える水平、回転の一組の線形バネとして与えた。このとき用いる地盤バネは、新道示に基づき、 $V_s < 300\text{m/s}$  の地盤では地盤ひずみの大きさに基づく補正係数 ( $C_v=0.8$ ) が評価される。これらの入力データを表 -6. 3. 3 に示す。

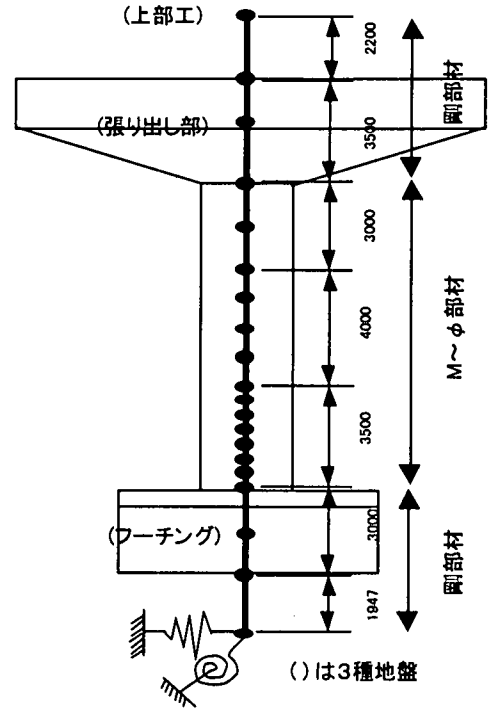


図 -6. 3. 2 解析モデル

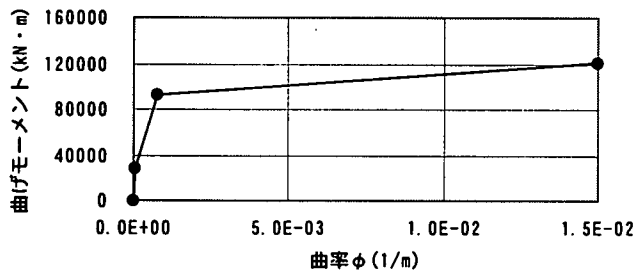


図 -6. 3. 3 最下段要素の  $M \sim \phi$  関係

表 -6. 3. 3 入力データ

		2種地盤	3種地盤
上部工	重量 (kN)	9517.8	9517.8
	回転慣性 ( $\text{kN} \cdot \text{m}^2$ )	343213.6	343213.6
張り出し部	重量 (kN)	4652.1	4652.1
	回転慣性 ( $\text{kN} \cdot \text{m}^2$ )	129435.5	129435.5
フーチング	重量 (kN)	7666.1	10883.9
	回転慣性 ( $\text{kN} \cdot \text{m}^2$ )	76223.4	192412.2
基礎バネ	$K_H$ ( $\text{kN/m}$ )	$3.721\text{E}+07$	$3.056\text{E}+06$
	$K_\theta$ ( $\text{kN} \cdot \text{m/rad}$ )	$6.211\text{E}+07$	$1.552\text{E}+08$



## b. 入力地震波

入力地震波は応答スペクトル適合波を用い、2種地盤のタイプII地震として兵庫県南部地震におけるJR西日本鷹取NS成分波 (Max=686.8 gal) を用いた。この加速度及び速度応答スペクトルを図-6.3.4に示す。

なお、道示では3波程度の入力地震動に対する動的解析結果の平均値を用いて耐震性照査を行うよう規定されている。このため、同じく応答スペクトル適合のJR西日本鷹取EW成分波 (Max=672.6 gal)、大阪ガス葺合N27W波 (Max=736.3gal) を用いた解析も行ったが得られた結論は同じであった。このため、以下ではJR西日本鷹取NS成分波を用いた解析についてのみ示す。

一般に、加速度応答スペクトル一定領域ではエネルギー一定則が、速度応答スペクトル一定領域では変位一定則が良く合うと言われている<sup>10)</sup>が、図-6.3.4では周期0.4~1.1sでエネルギー一定則、4~5s以上で変位一定則が適用できそうである。

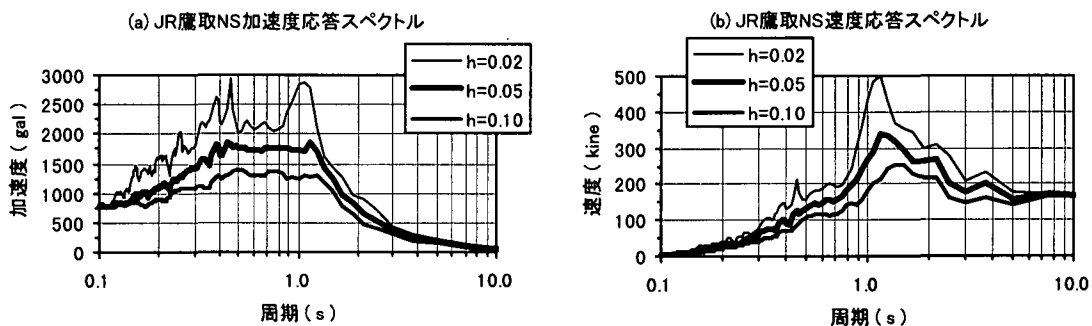


図 -6. 3. 4 入力地震波の加速度，速度応答スペクトル

## c. 粘性減衰

道示に基づき、下部構造の要素減衰定数を  $h=0.02$ 、基礎構造の要素減衰定数を  $h=0.20$  とし、固有値解析結果から各モードのモード減衰 (エネルギー比例減衰定数) を設定した。基礎の減衰定数  $h=0.20$  は、後述するように重要な意味を有する。

固有値解析で得られた1次、2次の固有モードを図-6.3.5に、固有周期、及びモード減衰を表-6.3.4に示す。

次に、これらの固有周期、モード減衰からレイレイ減衰マトリックスを作成し、これを粘性減衰として動的解析に使用した。レイレイ減衰マトリックス[C]は次式で表され、

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad (6.3.1)$$

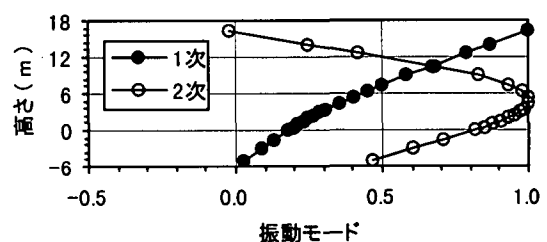


図 -6. 3. 5 固有振動モード

表 -6. 3. 4 固有周期、モード減衰

	2種地盤		3種地盤	
	固有周期 (s)	減衰定数 h	固有周期 (s)	減衰定数 h
1次	0.800	0.1479	0.626	0.1096
2次	0.151	0.0929	0.160	0.1333

ここに、[M]は質量マトリックス、[K]は剛性マトリックスで、 $\alpha$ 、 $\beta$ は次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = 2 \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \begin{bmatrix} \omega_2 & -\omega_1 \\ -1/\omega_2 & 1/\omega_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{Bmatrix} \quad (6.3.2)$$

ただし、 $\omega_1$ 、 $\omega_2$ は1次及び2次円固有振動数、 $h_1$ 、 $h_2$ は1次及び2次のモード減衰定数である。

図-6.3.6に、このレイレイ減衰で設定される各振動数毎の減衰定数を示す。図中の○印は、1次、2次の固有振動数とモード減衰を表す。同図には、式(6.3.1)右辺第1項の質量比例型減衰、第2項の剛性比例型減衰で設定される減衰定数も併記している。レイレイ減衰は低振動数域では質量比例型減衰の寄与が大きく、減衰定数は振動数に逆比例し、一方高振動数域では剛性比例型減衰の寄与が大きく、振動数に比例する。

その他の解析条件を表-6.3.5に示す。

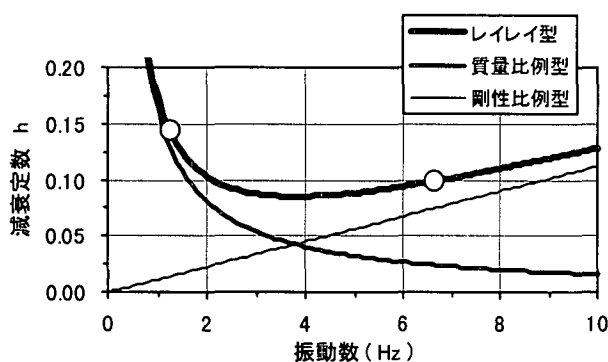


図-6.3.6 レイレイ減衰

表-6.3.5 解析条件

解析法	直接積分による時刻歴応答解析
積分法	Newmark $\beta$ 法 ( $\beta=1/4$ )
積分間隔	dt=0.005 sec
継続時間	2種 T=15sec, 3種 T=60 sec
収束計算	Newton-Raphson法
収束判定	エネルギー判定 (許容値=0.01)

## ii. 解析結果

### a. 基礎の減衰定数(h=0.20)の影響

基礎構造の減衰定数を  $h = 0.20$  と設定したが、これは、表-6.3.4に示したように1次のモード減衰定数を  $h_1 = 0.148$  と設定したものと等価である。一方、保耐法では  $h = 0.05$  の減衰定数に基づく加速度応答スペクトルが用いられている。

この影響を調べるため、基礎の減衰定数を  $h = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20$  とした時の線形動的解析を行った。レイレイ減衰の設定方法は前述の通りであり、図-6.3.7に振動数毎の減衰定数を示す。

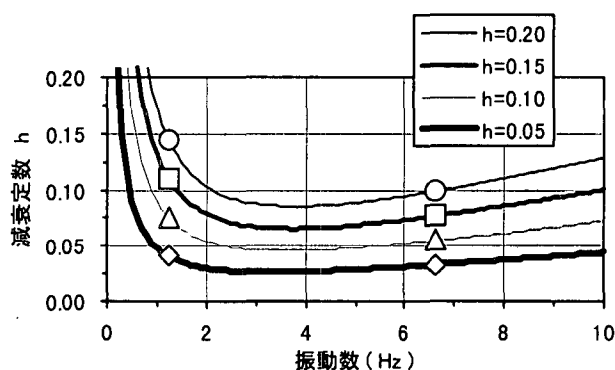


図-6.3.7 基礎の減衰定数を変えた場合のレイレイ減衰

図 -6. 3. 8に基礎の減衰定数を変えた場合の線形動的解析による上部構造位置最大加速度，最大変位を示す。この結果は図 -6. 3. 4に示した加速度応答スペクトルとおおむね整合している。例えば，2種地盤において基礎の減衰定数  $h=0.15$  の時，図 -6. 3. 7から  $h_1=0.109$  であり，この時図 -6. 3. 8から最大加速度 1351gal である。これは，図 -6. 3. 4の  $h=0.10$  の 0.8s での応答加速度 1300gal と整合する。この結果は，線形動的解析では 1次モードの寄与が支配的で，加速度応答スペクトルに基づく保耐法の結果とほぼ一致することを示す。また，基礎の減衰定数を  $h=0.20$  とした場合，最大加速度は 1174gal であり，保耐法で想定される水平震度 1.75 よりかなり小さいことが分かる。両者の入力レベルを同じにしようとすると， $h=0.05$  程度の基礎の減衰を用いることになる。

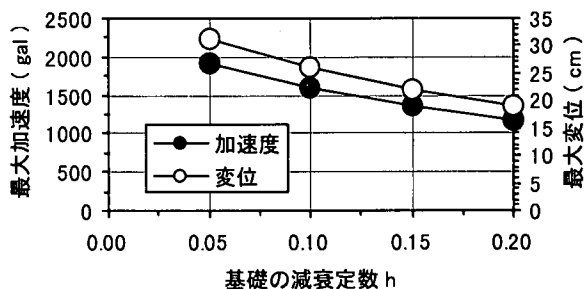


図 -6. 3. 8 基礎減衰の違いによる最大応答

### b. 非線形動的解析結果

基礎の減衰定数を  $h=0.20$  とした場合の上部構造位置加速度時刻歴を図 -6. 3. 9(a)に，変位時刻歴を同図(b)に示す。図中には，線形動的解析結果も併記している。非線形解析では，橋脚下端の非線形化に伴い応答加速度が低下し，応答変位が増加する。応答の長期化も認められる。応答変位の 10s 付近以降僅かに+側に残留変位がみられるが，たかだか 5cm 程度であり，許容残留変位  $\delta_R (=16.2\text{cm})$  までには至っていない。最大応答変位は  $\delta_{max} = 25.95\text{cm}$  で，塑性率に関する照査結果は次式の通り安全と判定され，保耐法と異なる照査結果が得られる。

$$\mu = \delta_{max} / \delta_y$$

$$= 25.95 / 7.54 = 3.44 < \mu_a (=4.31)$$

(6.3.3)

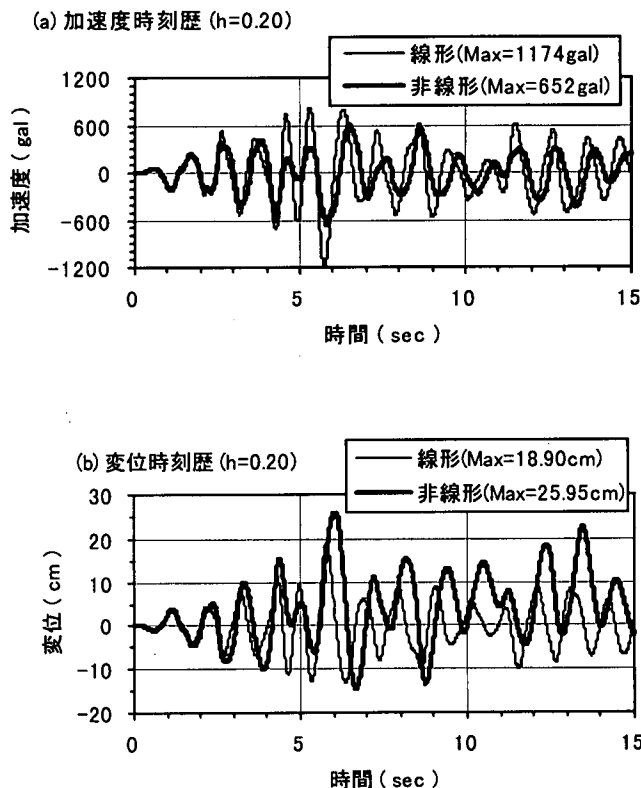


図 -6. 3. 9 上部構造位置加速度，変位時刻歴 ( $h=0.20$ )

一方，基礎の減衰定数を  $h=0.05$  とした場合の結果を図 -6. 3. 10(a)，(b)に示す。前述の

ように  $h=0.05$  の時，保耐法による入力動と動的解析による入力動は同レベルと考えることができる。この時，塑性率に関する照査結果は次式の通り危険と判定され，保耐法の照査結果と一致する。

$$\begin{aligned} \mu &= \delta_{\max} / \delta_y = 44.17 / 7.54 \\ &= 5.86 > \mu_a (=4.31) \end{aligned}$$

(6.3.4)

以上の結果より，非線形動的解析では基礎減衰 ( $h=0.20$ ) の効果により構造系への入力地震動レベルが保耐法の入力レベルより小さなものになっている。このため，保耐法で危険と判定された橋脚が非線形動的解析で安全となる結果が得られたものである。

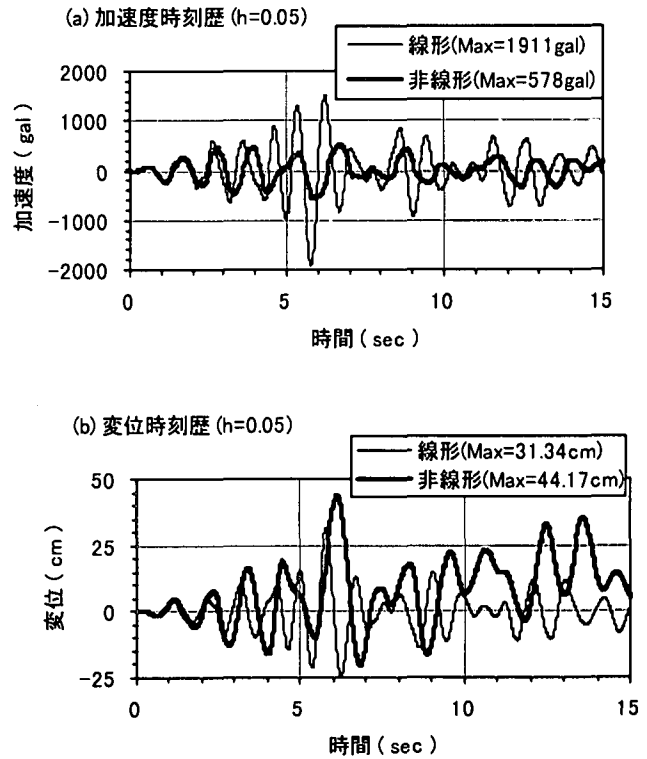


図 -6.3.10 上部構造位置加速度，変位時刻歴 (h=0.05)

### 6.3.2 ラーメン橋脚

本節では、RC ラーメン橋脚を対象にして非線形動的解析結果に影響を及ぼすと考えられるいくつかの項目を取り上げ、これらのパラメトリック解析から各種解析パラメーターの影響について検討する。

#### (1) 対象橋脚

昭和41年に建設された既設RC 2方向ラーメン橋脚（3径間連続ラーメンT桁橋）の鋼板巻立て（厚さ  $t = 9 \text{ mm}$ ）補強後の橋軸直角方向断面を解析対象とした。図-6.3.11に橋脚の断面図を、図-6.3.12に解析モデルを示す。図-6.3.12において、1～21の数字は節点番号、①～⑬は要素番号であり、太線は柱幅、フーチング高さを剛域としてモデル化したものである。また、同図下端のバネは、杭及び地盤をモデル化したもので、水平、鉛直、回転の3成分を有する。

本橋脚は、別途行った解析において、以下の結論が得られている<sup>1)</sup>。

- ① 水平震度  $k_H$  を順次増加させた静的荷重増分解析によると、補強前の現状の橋脚はせん断破壊先行型であり、 $k_H = 0.73$  で橋脚下端にせん断破壊が生じる。
- ② 鋼板巻立て補強（鋼板の拘束効果）により曲げ破壊先行型に移行し、想定した地震動（JR鷹取・EW成分）に対して、曲げ、せん断、変形性能とも十分な安全性を有する。

ここで、鋼板巻立て補強後の橋脚を解析対象としたのは、補強前の橋脚は、地震動の早い時期にせん断破壊が生じ、それ以降の解析が意味のないものになると判断したためである。

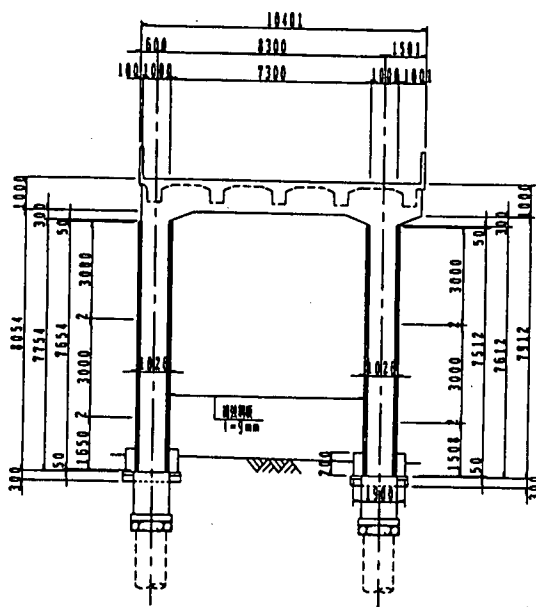


図-6.3.11 解析対象橋脚

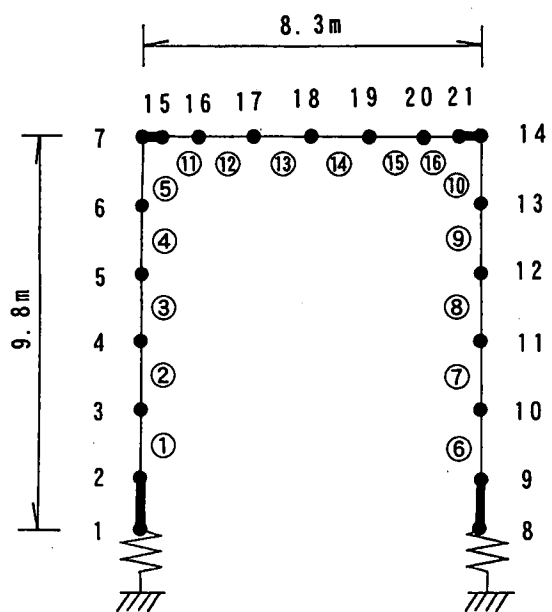


図-6.3.12 解析モデル

## (2) 基本的解析条件

入力地震動，部材の弾塑性特性等の設定は，「復旧仕様<sup>12)</sup>」に準拠した。後述するが，この条件に基づく解析を基本ケースとし，非線形動的解析結果に影響を及ぼすと考えられるいくつかの項目を取り上げ，各種解析パラメーターの影響を調べる。

### a. 入力地震波

当該地盤はⅡ種地盤と判定されたため，「復旧仕様」に基づき，入力地震波として JR 鷹取 (EW 成分最大加速度  $666.02\text{cm/s}^2$ ) を用いた。図-6.3.13(a)に JR 鷹取の加速度，速度，変位波形を，図-6.3.14(a)に加速度応答スペクトルを示す。入力地震波の違いは，動的解析結果に影響を及ぼす大きな要因のひとつであるが，ここでは，この違いについては取り扱わない。比較のためⅠ種地盤で用いられる神戸海洋気象台 (NS 成分，最大加速度  $818.02\text{cm/s}^2$ ) の加速度，速度，変位波形を図-6.3.13(b)に，加速度応答スペクトルを図-6.3.14(b)に示しておいた。図-5.4.3(a)，(b)の比較から，JR 鷹取は神戸海洋気象台に比べ，最大加速度は小さいが，最大速度は 1.34 倍もの大きさである。これは，図-5.3.4(a)の 1.0 Hz 付近のピークに起因しており，このピークは地盤の強い非線形化によるものと考えられる。図-5.4.3(a)においても，5 秒付近以後，地盤の液状化を伴う非線形性によると考えられる加速度波形の長周期化が認められ，長周期構造物にとって，JR 鷹取波は，厳しい入力条件になることが予測される。

### b. 積分方法

直接積分方法は Newmark  $\beta$  法 ( $\beta = 1/4$ )，積分時間きざみは  $dt = 0.001\text{ s}$ ，地震継続時間は 10 秒間とする。通常，骨組み構造解析汎用プログラムでは Newmark  $\beta$  法，Wilson  $\theta$  法等の陰解法が用いられるが，地盤を含めた FEM 弾塑性 (液状化) 解析プログラムで

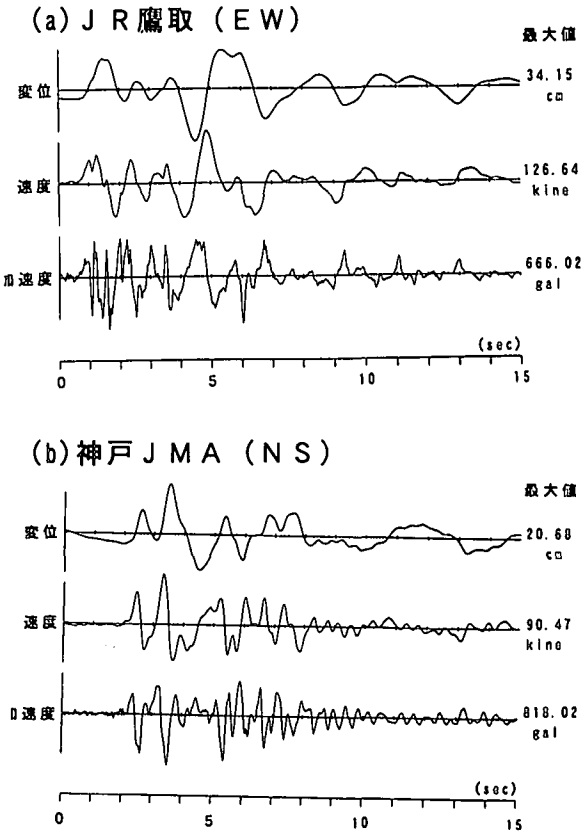


図-6.3.13 入力地震波

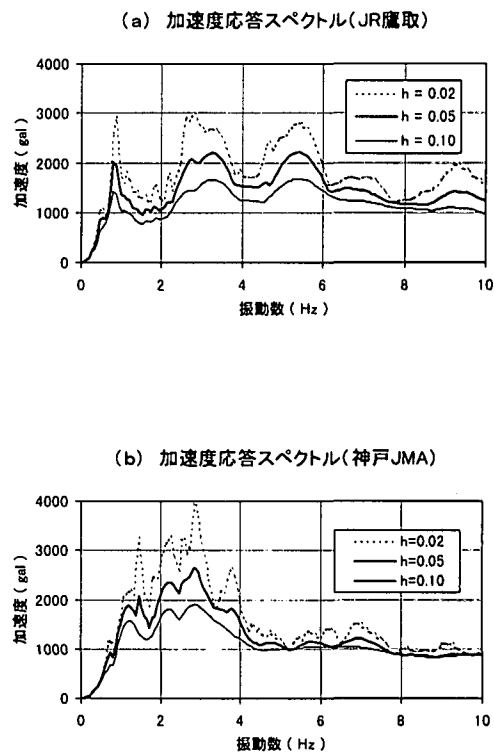


図-6.3.14 加速度応答スペクトル

は中央差分法等の陽解法が用いられる場合もある。陽解法は一般に解の安定性に乏しく、積分時間きざみ  $dt$  を非常に小さく設定しなければならない。一方、陰解法は強い安定性を有するが、その精度が比較的低いことが指摘されている。

### c. 収束計算

収束計算は Newton-Raphson 法（接線剛性法）を用い、エネルギーによる収束判定（許容値 = 0.001）を行うこととした。収束計算に於ける不平衡力  $dR$  は次式で表され、

$$dR = - \{ [B]^T [D] [B] dV d u = - [K] d u \quad (6.3.5)$$

$i + 1$  ステップの変位  $u_{i+1}$  を  $i$  ステップの変位  $u_i$  を用いて、次式のように与える方法を接線剛性法と呼んでいる。

$$u_{i+1} = u_i + [K]^{-1} dR \quad (6.3.6)$$

ただし、 $[B]$  は変位～ひずみマトリックス、 $[D]$  は材料接線剛性である。

一般に、この接線剛性法を応答計算に用いる場合、次の方法がとられている。

- ① 収束計算は行わず、不平衡力は捨て去る。
- ② 収束計算は行わず、不平衡力は次ステップの外力項に持ち越す。
- ③ 収束計算を行い、変位、断面力、エネルギーのどれかのノルムで収束判定を行う。

③の収束計算を行う場合、各ステップ毎に設定した収束判定を満足させる必要があるが、積分時間きざみ  $dt$  を十分に小さく設定することで、①、②の方法も適用可能であろう。ただし、②あるいは③で計算がうまく収束しない場合、不平衡力が急激な荷重項として作用するため、加速度時刻歴にパルス状の波形が表れたり、高振動数成分が著しく卓越することがある。加速度波形は、収束計算のモニターとして適した物理量であり、出力される最大加速度のみならず、常に加速度波形をチェックしておくことが大事である。

なお、骨格曲線の負勾配等強い非線形性を取り扱う場合、上式の  $[K]$  を若干大きめにとり、 $dR$  に対して余り敏感に変位  $u$  を変化させないように工夫した手法も提案されている。この中で、 $[K]$  として初期剛性を用いる方法は、初期応力法あるいは荷重伝達法と呼ばれており、収束回数は増加するが、解の発散を防いで安定的に解析を行うことができる。

### d. 減衰特性

道路橋示方書・同解説<sup>1)</sup>に基づき、RC部材（柱、梁）の要素減衰定数を 0.02、杭・地盤バネ（水平、鉛直、回転）の要素減衰定数を 0.15 とした。減衰マトリックス  $[C]$  は、次式に示すように各要素の要素減衰定数を評価した剛性比例型減衰を用いた。

$$[C] = \sum 2 h_j K_j / \omega_j \quad (6.3.7)$$

ここに、 $\omega_j$  は 1 次固有円振動数、 $h_j$  は要素減衰定数、 $K_j$  は要素剛性マトリックスである。

### e. 部材の弾塑性特性

RC部材は、材軸直交分割要素（4分割）を用い、曲げモーメント～曲率関係（ $M \sim \phi$  関係）の骨格曲線（スケルトン）は「復旧仕様」に基づく Tri-linear 型、履歴特性は武田モデル（ $\gamma = 0.4$ ）を用いる。図-6.3.15(a)に橋脚の  $M \sim \phi$  関係を、同図(b)に上部梁の  $M \sim \phi$  関係を示す。ただし、これらの  $M \sim \phi$  関係を求めるにあたり、橋脚については上部構造重量を評価し、上部梁については、軸力 = 0 として算定している。

図-6.3.15(a)には、本解析で用いた鋼板巻立て補強後の  $M \sim \phi$  関係以外に、補強前の  $M$

～φ関係及び鋼板巻き立て補強に加えてアンカ一定着（D35mm, 12本）を行った場合のM～φ関係も併記している。同図から、鋼板巻き立て補強後のM～φ関係はじん性（塑性率）が著しく向上すること、アンカ一定着を施した場合、これに加えて曲げ耐力も増加することが分かる。軸力と曲げの相関（MN相関）は考えない。

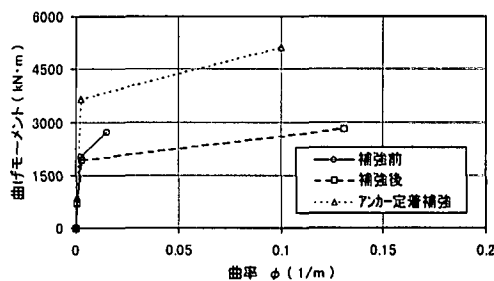
部材のせん断変形は考慮せず、曲げ変形のみを評価した曲げ梁要素を用いる。橋脚のせん断耐力  $S_u$  は、「復旧仕様」に基づく補強前で 577.2 kN、鋼板巻き立て補強後で 3889.6 kN であり、鋼板巻き立て補強による  $S_u$  の著しい増加がみられる。

杭・地盤バネ（水平，鉛直，回転）は，道路橋示方書<sup>9)</sup>に基づく線形弾性バネを用いる。

#### f. 質量マトリックス

上部構造質量については，両隣のそれぞれのスパン（共に7m）の全質量（スラブ，小梁，舗装，高欄重量等）の1/2を集中質量として上部梁に付加する。また，RC部材の質量も集中質量とし，回転慣性は無視することとした。

(a) 橋脚のM～φ関係(橋軸直角方向)



(b) 上部梁のM～φ関係(橋軸直角方向)

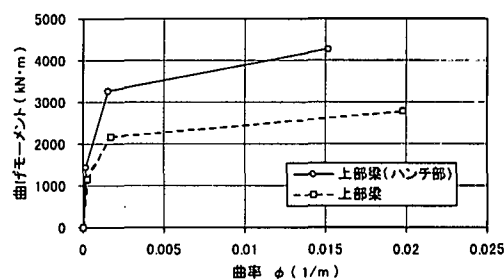


図-6.3.15 M～φ関係

### (3) 解析ケース

解析ケースは表-6.3.6の通りであり，前節で示した基本的条件に示した解析を基本ケース（ケース3）とした。

ケース1は全部材を線形弾性とした解析であり，弾塑性（非線形）解析との比較を行う。

ケース2は，橋脚端部の部材のみ（図-6.3.12の①，⑤，⑥，⑩）を弾塑性（Tri-linear型のM～φ関係）とした解析，ケース3は橋脚全部材（①～⑤，⑥～⑩）を弾塑性とした解析，ケース4は梁部を含めた全部材（①～⑩）を弾塑性とした解析であり，M～φ関係の非線形性を評価する部材の違いが応答に及ぼす影響を調べるものである。

ケース5はケース3と同じで，下端の杭・地盤バネを取り除いた解析である。このモデルでは図-6.3.12においてフーチング下端の節点1，8を固定点としており，ケース3との比較から杭・地盤バネの効果を調べることにした。ケース6は，ケース3と同じで，橋脚端部の部材のみ（図-6.3.12の①，⑤，⑥，⑩）曲げと軸力の相関（MN相関）を考慮する。

ケース7は，橋脚，梁を含めた全部材を線形弾性とし，橋脚端部（節点1，7，8，14）に付加した弾塑性回転バネにより，橋脚の弾塑性挙動を表現したものである。このモデルは，いわゆる，材端剛塑性バネモデルであり，ケース3の材軸直交分割法との比較を行うために実施した。

ケース8～10は，構造（粘性）減衰の違いに着目した解析である。ここで，ケース8



表-6.3.6 解析ケース

解析ケース	解析内容
ケース1	線形弾性
ケース2	柱端部の部材 (①、⑤、⑥、⑩) 弾塑性
ケース3	柱部材すべて弾塑性 (基本ケース)
ケース3	ケース3と同じ、柱部材せん断変形考慮
ケース4	柱、梁部材すべて弾塑性
ケース5	ケース3と同じ、杭・地盤バネ無し
ケース6	ケース3と同じ、柱端部の部材 (①、⑤、⑥、⑩) MN相関考慮
ケース7	柱端部に弾塑性回転バネ (材端剛塑性バネ法)
ケース8	ケース3と同じ、レイレイ減衰 [C]= $\alpha$ [M]+ $\beta$ [K]
ケース9	ケース3と同じ、剛性比例型減衰 [C]= $2h[K]/\omega_1$ $h=0.0496$
ケース10	ケース3と同じ、質量比例型減衰 [C]= $2h\omega_1[M]$ $h=0.0496$
ケース11	ケース3と同じ、履歴特性は武田モデル ( $\gamma=0.0$ )
ケース12	ケース3と同じ、履歴特性は標準型 (トリリニア)
ケース13	ケース3と同じ、履歴特性は原点指向型
ケース14	ケース3と同じ、履歴特性は深田モデル

のレイレイ減衰の定数  $\alpha$ ,  $\beta$  は、以下のように決めた。まず、後述する図-6.3.16の固有値解析で得られる  $i$  次固有ベクトル  $V_i$  と基本的解析条件で述べた要素減衰定数  $h_j$  に基づき、水平動を表す1次及び2次のひずみエネルギー比例減衰定数  $h_i$  を次式で求める。

$$h_i = W h_i / W s_i \quad (i \text{ 次の減衰定数}) \quad (6.3.8)$$

$$W h_i = \sum h_j V_i^T K_j V_i \quad (i \text{ 次の減衰エネルギー})$$

$$W s_i = \sum V_i^T K_j V_i \quad (i \text{ 次のひずみエネルギー})$$

本解析では、 $h_1 = 0.0496$ ,  $h_2 = 0.1165$  が得られた。この結果は、2次モード  $V_2$  における杭・地盤バネの変形寄与が比較的大きいことを示している。 $h_1$ ,  $h_2$  は、図-6.3.16において、水平動の振動モードである1次及び3次の減衰定数であり、上下動のモードである2次を除いている。この  $h_1$ ,  $h_2$  と固有値解析で得られる固有円振動数  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  を用いて、 $\alpha = 0.6041$ ,  $\beta = 0.0035$  が式(6.3.2)から求められる。

ケース11~14は、 $M \sim \phi$  関係の履歴特性 (ヒステリシスループ) の違いに着目した解析である。

#### (4) 解析結果

##### a. 固有値解析

基本ケース（ケース3）の固有値解析結果（固有振動数，振動モード）を図-6.3.16(a)に，杭・地盤バネを取り除いたケース5の結果を同図(b)に示す。

両ケースとも，1次は橋脚の曲げ1次モード，2次は上下動のモード，3次は橋脚の曲げ2次モード，4次は橋脚の曲げ型対称モードである。固有振動数については，ケース5の振動数がかなり高く，高架構造系の振動特性に及ぼす杭・地盤バネの影響が極めて大きいことを示している。これは，橋脚剛性に比べ杭・地盤バネの剛性が相対的に低いためであり，本橋脚特有の1柱1杭式ラーメン構造（パイルベント構造）に起因するものと考えられる。

##### b. 基本ケースの応答値

まず，基本ケース（ケース3）の橋脚頂部（節点7）の加速度時刻歴を図-6.3.17(a)に，変位時刻歴を同図(b)に示す。最大加速度は  $433.97 \text{ cm/s}^2$  であり，入力地震波の最大値 ( $666.02 \text{ cm/s}^2$ ) より応答が低下している。最大変位は  $56.14 \text{ cm}$  であり，約  $30 \text{ cm}$  もの大きな残留変位がみられる。図-6.3.18(a)に橋脚上端(⑤)の  $M \sim \phi$  関係を，同図(b)に橋脚下端(①)の  $M \sim \phi$  関係を示す。橋脚下端は弾性挙動を示しているが，上端では最大塑性率  $\mu = 11.95$  の大きな塑性変形が生じている。ここに，最大塑性率  $\mu$  は最大曲率  $\phi_{MAX}$  を降伏時の曲率  $\phi_y$  で除した値である。この⑤の  $M \sim \phi$  関係では，-側（負曲げ）より+側（正曲げ）の曲げモーメントが若干大きく，ここで  $\phi_{MAX}$  が生じている。 $\phi_{MAX}$  の発生時刻は，図-6.3.17(b)の変位時刻歴における5.1秒付近の-側の最大変位に対応する。図-6.3.17(a)の最大加速度の低下と残留変位は，⑤付近での著しい塑性変形によるものである。

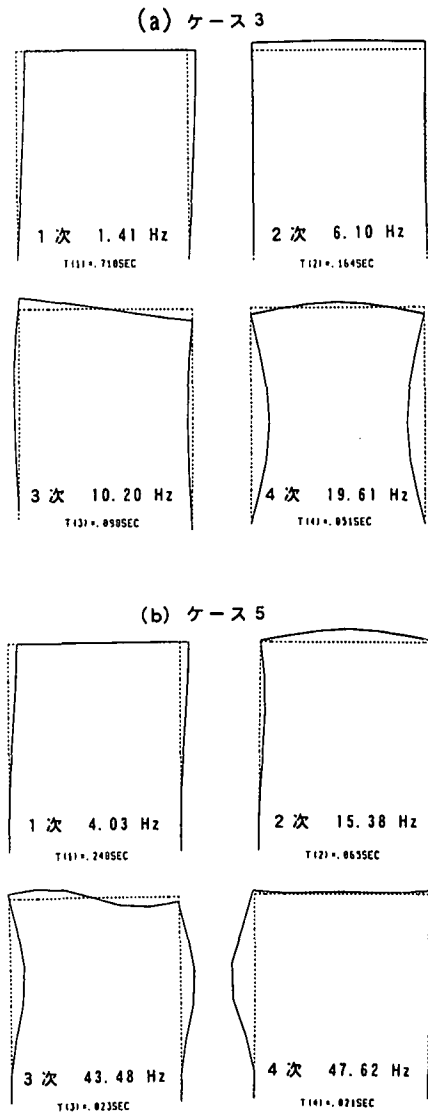


図-6.3.16 固有振動モード

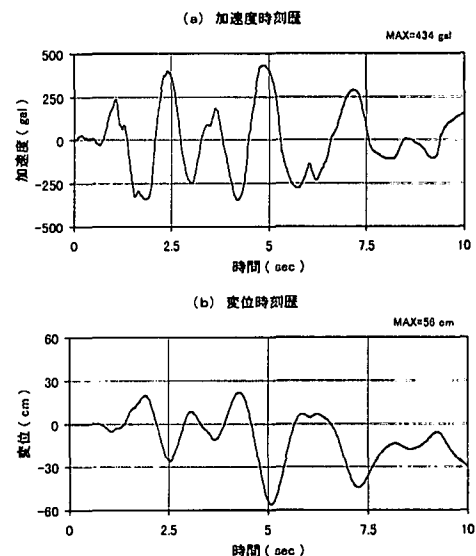


図-6.3.17 基本ケース時刻歴応

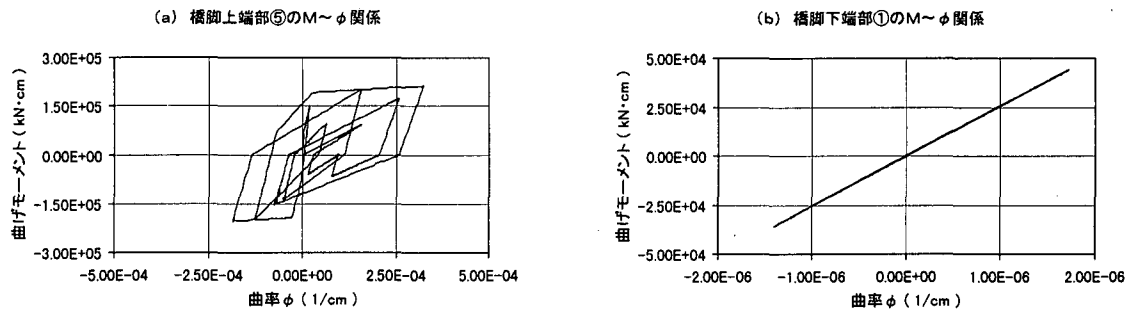


図-6.3.18 橋脚上下端のM~φ関係

c. 線形弾性解析と弾塑性解析（基本ケース）の違い

ケース1~7の最大応答値（加速度，速度，変位）を表-6.3.7に示す。

表-6.3.7 最大応答値

全部材線形弾性のケース1と基本ケースを比べると，ケース1のほうが加速度は約2.5倍大きく，変位は1/4程度と小さい。これは，弾塑性解析の基本ケースでは，前述のように橋脚上端（⑤，⑩）付近に著しい塑性変形が生じたことにより，橋脚の曲げ剛性が低下したためである。

ケース	応答値	水平	鉛直	備考
CASE1	ACC. (cm/s <sup>2</sup> )	1098.23	122.22	線形弾性
	VEL. (cm/s)	103.28	10.00	
	DISP.(cm)	14.13	1.38	
CASE2	ACC. (cm/s <sup>2</sup> )	463.12	50.87	柱端部の部材のみ弾塑性 (①、⑤、⑥、⑩)
	VEL. (cm/s)	135.29	4.21	
	DISP.(cm)	49.59	0.58	
CASE3	ACC. (cm/s <sup>2</sup> )	433.97	68.46	柱部材すべて弾塑性
	VEL. (cm/s)	151.28	3.37	
	DISP.(cm)	56.14	0.55	
CASE4	ACC. (cm/s <sup>2</sup> )	434.61	49.53	柱、梁部材すべて弾塑性
	VEL. (cm/s)	152.22	3.37	
	DISP.(cm)	56.41	0.55	
CASE5	ACC. (cm/s <sup>2</sup> )	813.51	69.94	ケース3と同じ 杭・地盤バネ無し
	VEL. (cm/s)	68.66	0.27	
	DISP.(cm)	6.40	0.02	
CASE6	ACC. (cm/s <sup>2</sup> )	430.26	54.67	ケース3と同じ 柱端部の部材MN相関
	VEL. (cm/s)	153.05	3.19	
	DISP.(cm)	59.20	1.17	
CASE7	ACC. (cm/s <sup>2</sup> )	560.60	56.60	柱端部に弾塑性回転バネ
	VEL. (cm/s)	100.30	5.63	
	DISP.(cm)	28.82	0.71	

d. M~φ関係の非線形性を評価する部材の影響

ケース2~4の結果から，M~φ関係の非線形性を評価する部材の違いが応答に及ぼす影響を調べる。表-6.3.8では，ケース2，3，4の順，すなわち，非線形性を評価する部材を増やすほど加速度は小さく，変位は大きくなるが，その差は顕著ではない。これは，大きな塑性変形が橋脚上端部の要素（⑤，⑩）付近に集中し，橋脚下端~中央部，梁部は弾性的な挙動に近いことを示している。

この結果は，塑性変形の集中する部材の非線形性を評価することにより，経済的で高精度の解析が行えることを表している。ただし，現実的には，塑性変形が集中すると想定される部材を弾塑性，その他の部材を弾性として解析を行い，弾性と仮定した部材が著しい塑性域に入っている場合，再度この部材を弾塑性とした解析を行うことになる。

e. 杭・地盤バネの影響

杭・地盤バネを取り除いたケース5と基本ケースを比較すると、大きな違いがみられる。ケース5のほうが最大加速度は約1.9倍大きく、入力地震波の最大値より1.2倍増幅している。一方、変位は基本ケースの1/9程度とはるかに小さい。ケース5の橋脚頂部の加速度時刻歴を図-6.3.19(a)に、変位時刻歴を同図(b)に示す。ケース5では、残留変位も生じていない。ケース3の図-5.4.7と比べると、ケース5での高振動数成分の卓越が特徴的である。これは、図-6.3.16の固有振動数の違いを反映しており、ケース3では、橋脚上端での著しい塑性変形による曲げ剛性の低下が橋脚の卓越振動数をさらに低下させたことが考えられる。

ケース5の橋脚上端(⑤)のM~φ関係を図-6.3.20(a)に、橋脚下端(①)のM~φ関係を同図(b)に示す。橋脚上下端ともM~φ関係の第3勾配に至っており、最大塑性率 $\mu$ は橋脚下端のほうがやや大きい。ケース3、5の最大塑性率 $\mu$ の高さ方向分布を図-6.3.21に示す。図-6.3.20, 図-6.3.21から次のことがいえる。

- ① ケース5では橋脚上端で $\mu = 9.19$ 、下端で $\mu = 10.23$ の塑性変形が生じており、橋脚両端での塑性ヒンジの発生を表している。一方、ケース3では橋脚上端で $\mu = 11.95$ の塑性変形が生じているが、下端は弾性挙動である。また、約20 cmもの残留変位が生じている。これは、図-6.3.21に示すように橋脚上部での広範囲の強い塑性域の発生によるものである。同図でみられる広範囲の強い塑性域の発生は、道路橋示方書・同解説で規定されている塑性ヒンジ等のモデル化では表現できない現象であり、本解析で用いた材軸直交分割法等による詳細な解析が必要であろう。

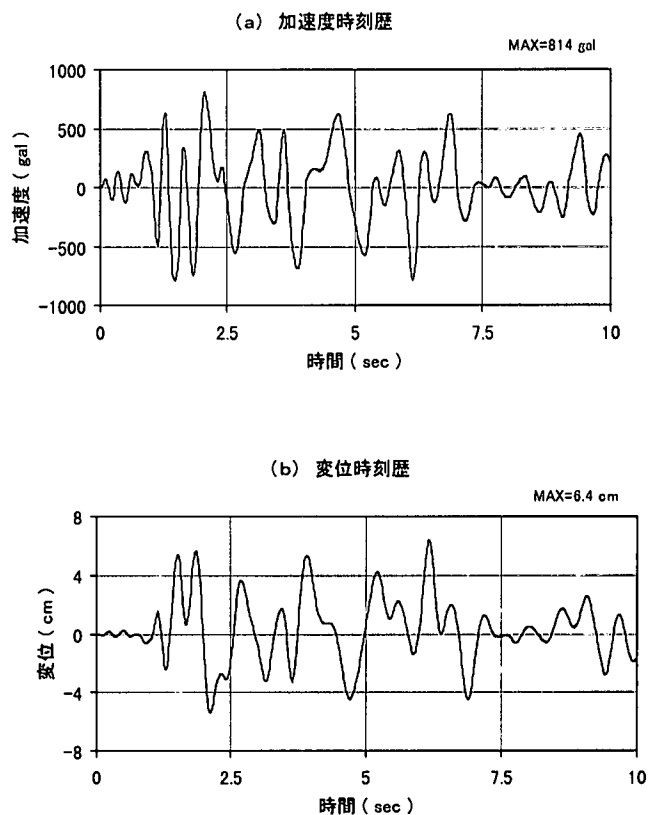


図-6.3.19 ケース5時刻歴応答

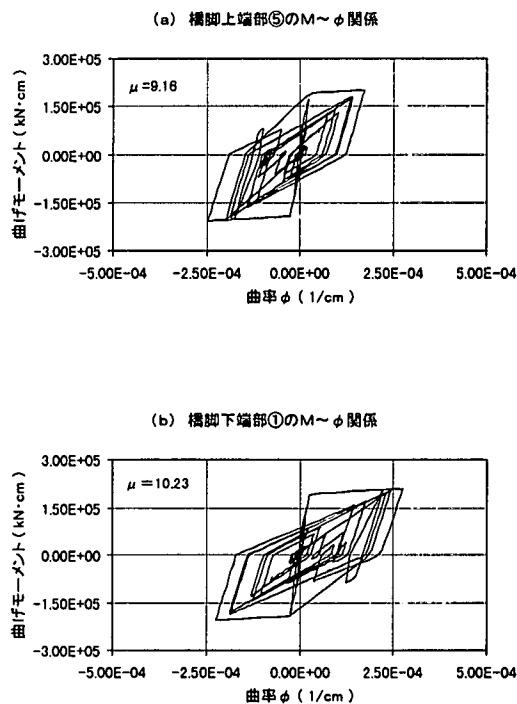


図-6.3.20 ケース5 M~φ関係

② ケース3では、杭・地盤バネ剛性が橋脚剛性に比べ弱いため、橋脚下端がピン構造に近いものになっていることが予想される。このため、橋脚下端のモーメントが低下し、弾性挙動を示したものであろう。

f. MN 相関の影響

橋脚端部の部材のMN相関を考慮したケース6とケース3の最大応答を比べると、橋脚頂部でケース6がやや最大加速度が小さく、変位は大きい。これは、ケース6の非線形化（塑性化）の程度がやや大きいことを示している。ただし、基本ケース（ケース3）との差はあまりなく、本橋脚はMN相関の影響が比較的小さい構造であると考えられる。なお、ケース6では左右の橋脚の弾塑性挙動が異なる。このため、橋脚頂部の節点7と節点14の応答も若干異なるが（他のケースは、すべて同じである）、その差はわずかであるため、表-6.3.7には節点7の応答のみを示している。

ケース6の軸力と曲げの相互作用図(MN相関)を図-6.3.22に、橋脚上端のM~φ関係を図-6.3.23に示す。図-6.3.22には、ひび割れ時のMN相関、降伏時のMN相関を併記している。橋脚下端(①, ⑥)では、応力点の軌跡はひび割れ曲線の内側にあり、弾性挙動を示している。

ケース6は他のケースと異なり、地震応答解析を行う前に上部構造重量を含めた（静的）自重解析を実施し、各部材の初期断面力（軸力、曲げモーメント、せん断力）を設定している。橋脚上端(⑤, ⑩)の初期軸力は+627kN、下端(①, ⑥)は+794kNで、

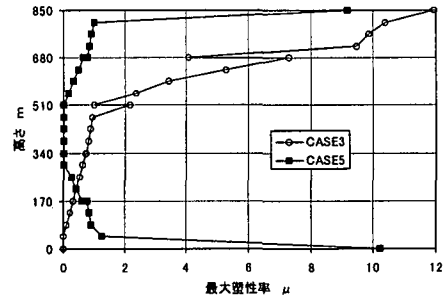


図-6.3.21 最大塑性率分布

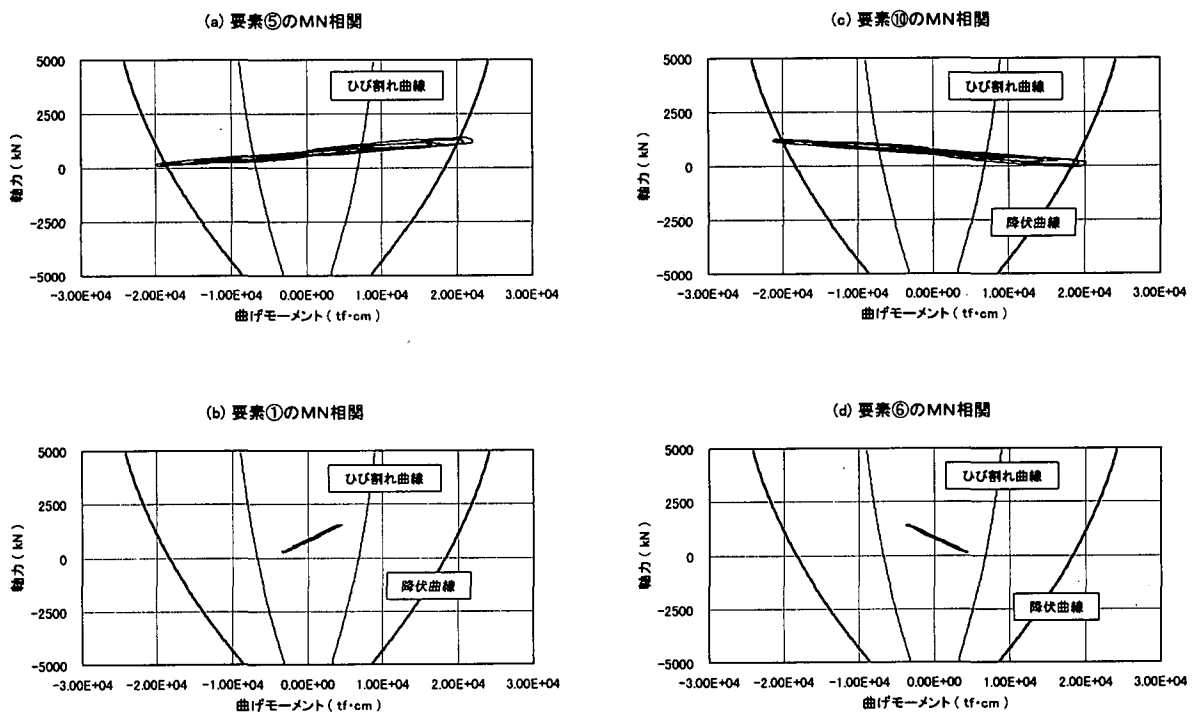


図-6.3.22 MN 相関図

左側橋脚上端(⑤)の初期曲げモーメントは+35.5 tf・m, 右側橋脚上端(⑩)は-35.5 tf・mである(+:正曲げ, -:負曲げ). この初期軸力下でのM~φ関係は, 基本ケースのM~φ関係と一致するように設定されている. 図-6.3.23の⑤と⑩を比べると, ⑤では曲げモーメントの最大(221.4 tf・m)が+側で生じており, ⑩の+側の最大値(201.7 tf・m)よりやや大きい. これは, 図-6.3.18に関して前述したように, 地震動による最大モーメントは両橋脚とも+側で生じ, 自重による⑤の初期モーメントはこれと同方向, ⑩は逆方向のためである. ただし, これとは逆に最大塑性率 $\mu$ は⑩のほうが大きい. この理由は, 次の通りである. 図-6.3.22から分かるように, ⑩では地震動による+側のモーメントは軸力を低下させる方向に作用し, 基本ケースより小さいモーメントの下で降伏に至る. このため $\phi_y$ も低下し,  $\mu = \phi_{MAX} / \phi_y$ で塑性化の程度をみると, モーメントの小さな⑩のほうが塑性化の程度が大きいことになる.

本解析では, 図-6.3.22に示すように軸力Nに応じてひび割れ曲げモーメント $M_c$ , 降伏曲げモーメント $M_y$ が変化するが, ひび割れ~降伏間, 降伏~終局間の硬化係数(剛性低下率)はそれぞれ一定としており, 基本ケースの剛性低下率と一致させている. しかしながら, 現実には, これらの係数もNに応じて変化するため, 今後この効果についての検討も必要であろう.

#### g. 材端剛塑性バネ法

表-6.3.7において, 材端剛塑性バネ法を用いたケース7の最大加速度は基本ケースの約1.3倍, 最大変位は約1/2であり, 大きな違いがみられる.

材端剛塑性バネ法は, 建築系の曲げモーメント分布が比較はっきりしている柱部材の弾塑性挙動を簡単に(弾塑性を評価する自由度の数が少ない)表現するために提案された手法である. このため, 部材断面性能に基づくM~φ関係から, 材端での曲げモーメント~回転角関係(M~θ関係)を決定するにあたり, 部材軸方向曲げモーメント分布等の何らかの仮定が必要である.

このモーメント分布は, 通常, 逆対称分布, 片持梁分布, 一様分布等が考えられる. ケース7では, 部材軸方向曲げモーメント分布を逆対称分布と仮定してM~θ関係を決定している.

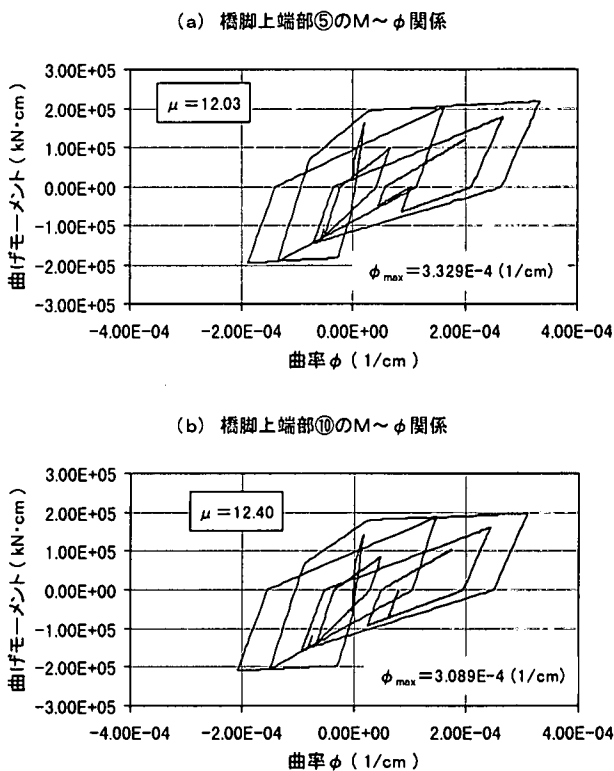


図-6.3.23 橋脚上端のM~φ関係

### h. 構造（粘性）減衰の影響

構造（粘性）減衰のタイプを変えたケース 8, 9, 10 の最大応答の比較を図-6.3.24に示す。これらの減衰の特徴は、質量比例型は振動数に反比例する減衰、剛性比例型は振動数が増加するにつれて大きくなる減衰、レイレイ型は1次～2次の振動数間の減衰を設定できる減衰といえる。本解析では、1次(1.41Hz)の減衰定数をすべて  $h = 0.0496$  としており、これより高振動数側では、

質量比例型 < レイレイ型 < 剛性比例型の順に減衰が大きくなると考えられる。図-6.3.24の最大応答は、おおむねこの傾向を反映したものになっている。ただし、構造（粘性）減衰の影響は図-6.3.24に示した水平方向最大応答だけからは判断できない。一例として、図-6.3.25(a)にケース10（質量比例型）の水平方向加速度時刻歴を、同図(b)に鉛直方向加速度時刻歴を示す。図(a)には、比較のため基本ケースの加速度時刻歴も併記している。これらの図から、高振動数域での減衰が最も小さい質量比例型は、水平方向加速度にひげ状の高振動数成分が乗っていること、 $1000 \text{ cm/s}^2$  を越える鉛直方向加速度が生じており、解析精度はかなり低いものと考えられる。また、一般に上下動のモードは高振動数域で生じるため、剛性比例型減衰では上下動応答が過小評価されることにも注意が必要である。

構造（粘性）減衰の設定法には、ここで取り上げた質量比例型、剛性比例型、レイレイ型以外にも種々のものがある。剛性比例型にもケース3、ケース9で用いた初期剛性比例型と瞬間剛性（接線剛性）比例型がある。どの減衰が最良かについては、今後の研究成果によらなければならないが、弾塑性解析も含めた数値解析の安定性が高く、比較的広範囲の振動数域での減衰が設定できることから、ケース8のひずみエネルギー比例型レイレイ減衰が適しているものと考えられる。

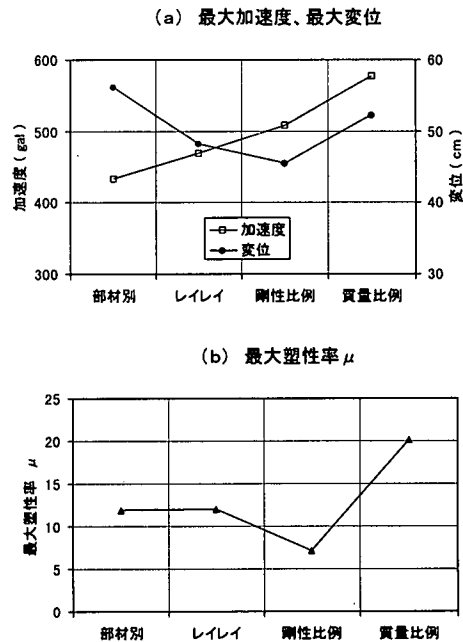


図-6.3.24 構造（粘性）減衰の影響

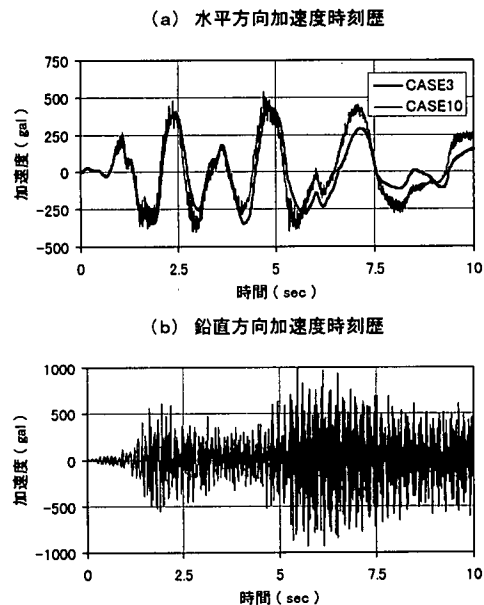


図-6.3.25 質量比例型の応答

i. M～φ関係の履歴特性（ヒステリシス）の影響

M～φ関係の履歴特性を変えたケース11～14の最大応答を図-6.3.26に、橋脚頂部(⑤)のM～φ関係を図-6.3.27に示す。基本ケースに用いた武田モデルは、復元力の包絡線が同じであっても、最大変位とともに低下させる除荷剛性を加減することによって、1サイクル当たりの履歴減衰(エネルギー消費量)を変えることができる。この除荷剛性を調整するパラメーターが $\gamma$ であり、基本ケースにはRC部材のM～φ関係の履歴特性として一般的に広く利用されている $\gamma = 0.4$ を用いた。

ケース11(武田型 $\gamma = 0.0$ )は基本ケース( $\gamma = 0.4$ )に比べ、除荷剛性が大きく、履歴減衰が増加するという特徴がある。このため、図-5.4.16の最大応答では、加速度、変位とも若干低下している。ケース12(標準型)は、メイシング・タイプの履歴則で復元力特性を表したモデルで、損傷に伴う剛性低下が起こらず、ケース11よりさらに履歴減衰が大きいという欠点がある。このため、図-6.3.26の最大応答の低下も著しい。ただし、このケース12の残留変形は、図-6.3.28の変位時刻歴から分かるようにケース3と同程度であり、本構造系ではM～φ関係の骨格曲線を同一にすれば、履歴特性の違いは残留変形にはあまり影響しないようである。

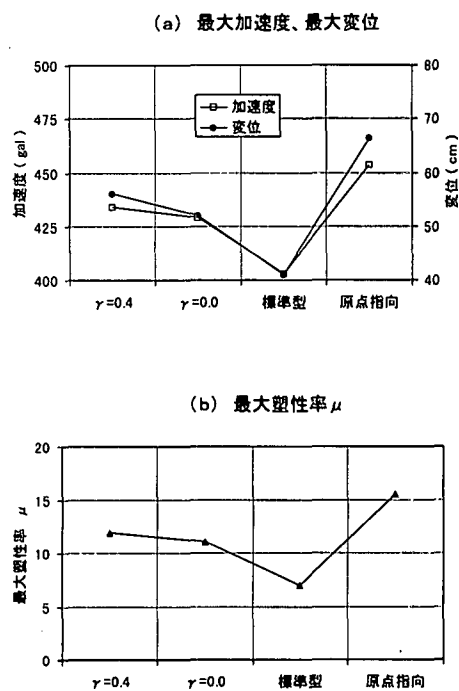


図-6.3.26 履歴特性の影響

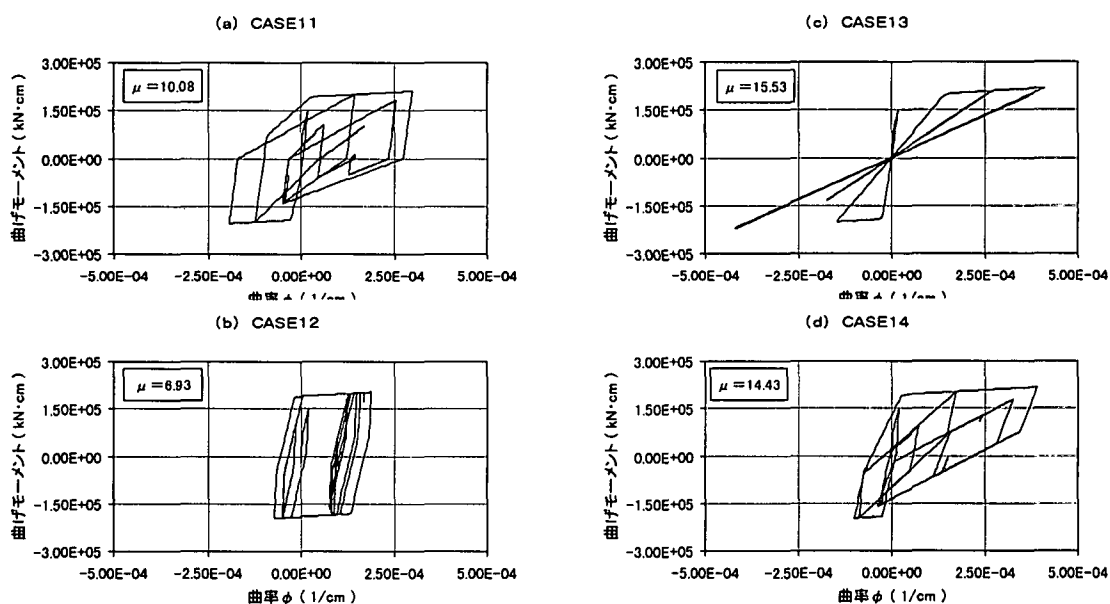


図-6.3.27 橋脚頂部(⑤)のM～φ関係



武田モデルにおいて、除荷剛性が最も大きいケース11 ( $\gamma = 0.0$ ) は、ケース12 (標準型) に近づくと考えられているが、図-5.3.16, 図-5.4.17ではその違いはかなり著しい。これは、武田モデルにおいて最大変位とともに低下する除荷剛性の効果が大きいことを示している。

ケース13 (原点指向型) は、本来せん断変形が卓越する部材の復元力特性として用いられるモデルである。損傷とともに剛性が低下するというせん断挙動の特徴の一部をとえた簡単なモデルとして、耐震壁などに用いられている。このモデルは履歴減衰が小さく、図-6.3.26の最大応答では、加速度、変位とも大きく増加している。しかし、除荷時には原点に戻るため、図-6.3.28に示すように損傷に伴う残留ひずみがなく、残留変形まで含めて変形波形を再現する解析には適していない。

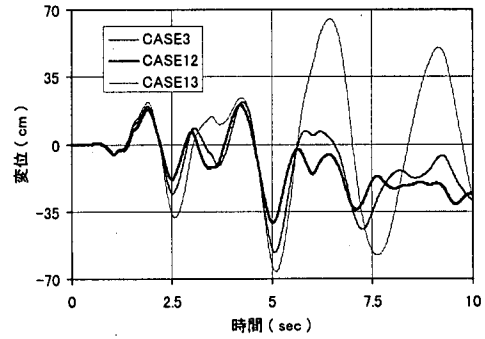


図-6.3.28 変位時刻歴

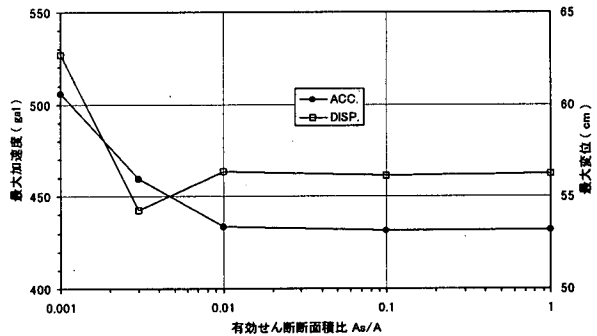


図-6.3.29 橋脚の有効せん断面積の影響

j. 橋脚のせん断変形について

(2) 基本的解析条件で述べたように、本解析では部材のせん断変形は考慮していない。このことは、曲げせん断梁要素において、有効せん断面積  $A_s$  を  $\infty$  としたことに相当する。以下、表-6.3.6の解析ケースには示していないが、有効せん断面積  $A_s$  を変化させた解析から、橋脚のせん断変形について簡単な考察を行う。

図-6.3.29に橋脚の有効せん断面積比  $A_s/A$  を変えた場合の橋脚頂部の最大加速度、最大変位を示す。ここで、 $A_s/A = 1$  は、柱の全断面がせん断変形に有効とした場合で、基本ケースの結果とほとんど一致しており、その差は1%以下である。また、 $A_s/A = 0.01 \sim 1$  の間も、最大加速度、最大変位はほぼ一定であり、この間では、橋脚の曲げ変形が卓越し、せん断変形は無視できることを示している。一方、 $A_s/A < 0.01$  では最大応答が大きく変わり、この付近から橋脚のせん断変形が卓越してくる。

この結果は、数値解析的にはひび割れ後のせん断剛性  $GAs$  を塑性率  $\mu$ 、繰返し回数等の状態量に基づいて低下させることにより、曲げ変形からせん断変形への移行が表現できる可能性があることを示している。ここに、 $G$  はせん断弾性係数である。有限要素法による弾塑性解析では、ひび割れ後のせん断剛性は、一般に一定の低減係数、或いはひずみに依存した形で低下されており、現在、斜めせん断ひび割れが不安定に成長することによって生じるせん断破壊を表現する努力が続けられている<sup>13)</sup>。今後、実務耐震設計に比較的取り入れ易い骨組み構造解析においても、曲げとせん断の連成についての検討が必要であろう。

## 参考文献

- 1) (社) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V耐震設計編，平成8年12月
- 2) 鉄道構造物等設計標準・同解説 耐震設計(案)
- 3) 土木学会：動的解析の方法，第2，3章．技法堂出版(株)，1989年7月．
- 4) 山田善一：耐震構造設計論，第2章．京都大学学術出版会，平成9年9月．
- 5) 土木学会関西支部：大震災に学ぶ－阪神・淡路大震災調査研究委員会報告書，平成10年6月
- 6) (財) 土木研究センター：耐震設計ソフトウェアに関する研究委員会報告書(案)，平成9年5月
- 7) 土木学会：動的解析と耐震設計ライフライン施設，第4巻、pp17-27
- 8) (株) アーク情報システム：T-DAP III 機能解説書，1.7材料特性．1996年4月．
- 9) (社) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 IV下部構造編，平成8年12月
- 10) 柴田明德、最新耐震構造解析、最新建築学シリーズ9、森北出版(株)、1988.12
- 11) 田坂 広，浦田隆司，森尾 敏，三木英通，上阪欣司：鋼板巻立て工法によるRC2方向ラーメン橋脚の耐震補強設計例，橋梁と基礎，Vol.31，No5，pp.30-37，平成9年5月
- 12) (社) 日本道路協会：兵庫県南部地震により被災した道路橋の復旧に係わる仕様の準用に関する参考資料(案)，平成7年6月
- 13) 土木学会コンクリート委員会：コンクリート技術シリーズ N021，構成モデル小委員会(301)成果報告書，平成9年，7月